

УЧЕТ РЕФРАКЦИИ И РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭФФЕКТОВ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ДУГ С ПОМОЩЬЮ РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТРОВ СО СВЕРХДЛИННЫМИ БАЗАМИ

А. Ф. Дравских, А. М. Финкельштейн

Приведены формулы, позволяющие учитывать регулярную составляющую рефракции при угловых измерениях в радиоинтерферометре со сверхдлинными базами. Рассмотрены вопросы о роли эффектов специальной и общей теории относительности при радиоинтерферометрических измерениях. В частности, показано, что при угловых измерениях, имеющих точность 0.001 сек. дуги в предвычисляемых классических поправках за абберацию необходимо принимать во внимание эффекты специальной и общей теории относительности.

The paper deals with the formulas for refraction, aberration, and relativistic effects in the VLBI measurements of mutual angular distances between QS objects.

1. В работах [1, 2] был предложен метод построения инерциальной системы координат, основанной на измерении взаимных угловых расстояний (дуг) между квазарами. В отличие от традиционной системы координат, связанной со средним и мгновенным экваторами Земли, точность которой принципиально ограничена сотыми долями секунды дуги [3], система координат на дугах позволяет реализовать полную угломерную точность радиоинтерферометров со сверхдлинными базами (РСДБ) по оптимистическим оценкам порядка 0.001 сек. дуги [2, 4].

В общем случае РСДБ позволяет измерить два направляющих косинуса: α — между направлением на источник и базой интерферометра (по измерению временной задержки τ) и β — между направлением на источник и перпендикуляром к базе, лежащим в экваториальной плоскости (по измерению частоты интерференции $F = c\lambda^{-1} d\tau/dt$, λ — длина волны, c — скорость света). Измеренные направляющие косинусы α , β и $\gamma = \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}$ непосредственно определяют угловое расстояние между источниками θ [1, 2]. При осуществлении программы точного измерения дуг необходимо учитывать ряд предвычисляемых поправок к измеряемым величинам τ и F (или α и β), связанных с реальными условиями, в которых ведутся наблюдения. К ним прежде всего относятся поправки за рефракцию в тропосфере и эффекты теории относительности.

1. Р е ф р а к ц и я в т р о п о с ф е р е. При вычислении поправки за регулярную составляющую рефракции будем считать, что преломляющая среда атмосферы обладает сферической симметрией и состоит из однородных концентрических слоев постоянной плотности, которые находятся в равновесии (модель «спокойной» атмосферы). Заметим, что поскольку рефракция не влияет на азимут, то задача оказывается плоской.

Пусть h_e — эффективная высота атмосферы. Тогда, как видно из плоского треугольника QAO , длина пути фронта волны l в слое толщиной h_e в отсутствие преломления равна (рис. 1)

$$l(z) = R_{\oplus} \cos z \left\{ \sqrt{1 + \frac{(2R_{\oplus} + h_e)h_e}{R_{\oplus}^2 \cos^2 z}} - 1 \right\} =$$

$$= h_e \sec z + \frac{h_e^2}{2R_{\oplus}} \sec z (1 - \sec^2 z) + \dots \quad (1)$$

Здесь R_{\oplus} — радиус Земли и z — зенитное расстояние источника.

Однако реальное движение фронта волны в преломляющей среде осуществляется по криволинейной траектории L , дифференциальная эффективная длина которой внутри концентрического слоя толщиной dh с $\mu = \text{const}$ равна

$$dL = \mu dh / \cos i, \quad (2)$$

где i — угол между направлением нормали к поверхности слоя и касательной к траектории распространения. Примем во внимание, что для сфери-

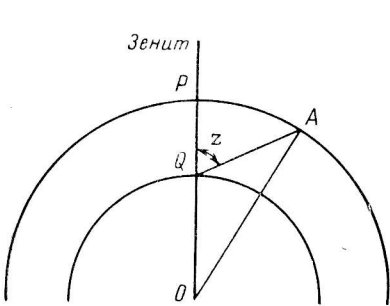


Рис. 1.

К формуле (1), $PQ = h_e$, $QA = l$, $QO = R_{\oplus}$.

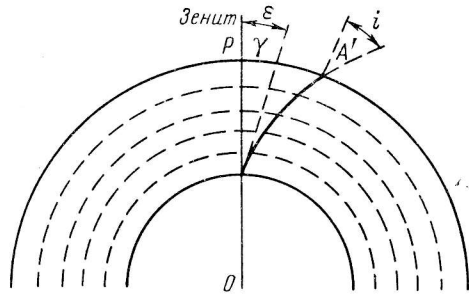


Рис. 2.

К формуле (3), $PQ = h_e$, $QA' = L$, $QO = R_0$.

чески-симметричной атмосферы имеет место следующее соотношение [5] (рис. 2):

$$\mu R \sin i = \mu_0 R_0 \sin \xi, \quad (3)$$

где μ_0 — значение μ вблизи земной поверхности, R_0 — средний радиус Земли, R — переменное расстояние от центра Земли до произвольной точки атмосферы и $\xi \equiv z$ — видимое зенитное расстояние источника. Тогда, учитывая, что

$$\cos i = \sqrt{1 - (\mu_0 R_0 / \mu R)^2 \sin^2 \xi},$$

приходим к следующему выражению для пути:

$$L(\xi) = \int_0^{h_e} \frac{(\mu^2 R / \mu_0 R_0) dh}{\sqrt{(\mu R / \mu_0 R_0)^2 - \sin^2 \xi}}. \quad (4)$$

Пусть $\mu_0 - \mu = \delta\mu$ и $R = R_0 + h$, где h — высота над уровнем поверхностью места наблюдения. Тогда подынтегральное выражение в (4) может быть разложено по малым параметрам $h/R_0 \leq h_e/R_0 \sim 10^{-3}$, $\delta\mu/\mu_0 \sim 3 \cdot 10^{-4}$ и представлено в виде ряда по степеням $\sec^2 \xi$

$$L(\xi) = \mu_0 \sec \xi \int_0^{h_e} \{1 - 2\delta\mu/\mu_0 + h/R_0 + \sec^2 \xi (\delta\mu/\mu_0 - h/R_0) + \dots\} dh. \quad (5)$$

Отметим, что приближение (5) верно вплоть до $\cos \xi > \sqrt{3h_e/R_0} \approx 0.03$ ($\xi < 80^\circ$).

Окончательное выражение для разности хода фронта волны в преломляющей среде в вакууме имеет вид

$$\Delta L(\xi) = L(\xi) - l(\xi) = \sec \xi \left\{ (\sec^2 \xi - 2) \left[(\mu_0 - 1) h_e - \int_0^{h_e} (\mu - 1) dh + (\mu_0 - 1) h_e \right] \right\}. \quad (6)$$

Обратим внимание на тот факт, что в рассматриваемом приближении кривизна атмосферы вклада в $\Delta L(\xi)$ не дает. Кроме того, $\Delta L(0) = \int_0^{h_e} (\mu - 1) dh$, как и должно быть.

Для того чтобы оценить точность принятой формулы (6), необходимо знать μ как функцию h . Наиболее распространенной моделью зависимости показателя преломления от высоты является экспоненциальная модель [5, 6]

$$(\mu - 1) = (\mu_0 - 1) \exp\{-h/h_e\}, \quad (7)$$

где $\mu_0 - 1 = 3 \cdot 10^{-4}$ и $h_e = 6.4 \cdot 10^5$ см. Используя эту модель, мы видим, что отброшенные в (6) члены более высокого порядка равны

$$\int_0^{h_e} (\delta\mu)^2 dh < \frac{(\mu_0 - 1)^2}{2} h_e \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ см.}, \quad \frac{1}{R_0} \int_0^{h_e} \delta\mu h dh < (\mu_0 - 1) \frac{h_e^2}{R_0} \approx 0.2 \text{ см.}$$

Члены же, учитывающие кривизну атмосферы, имеют порядок

$$\int_0^{h_e} \frac{h^2}{R_0^2} dh = \frac{h_e^3}{3R_0^2} \approx 0.2 \text{ см.}$$

Таким образом, выражение (6) дает $\Delta L(\xi)$ с точностью до сантиметра. Эта точность вполне достаточна для целей РСДБ, поскольку флуктуации электрической толщи тропосферы дают вклад порядка нескольких сантиметров на базах, больших 100—1000 км [7].

Окончательно, поправка за регулярную составляющую рефракцию к временной задержке $\Delta\tau_{\text{реф}}$ равна

$$\Delta\tau_{\text{реф}} = \{\Delta L(\xi_1) - \Delta L(\xi_2)\}/c, \quad (8)$$

где индексы 1 и 2 нумеруют антенны на концах базы интерферометра. Нетрудно видеть, что для того чтобы определить $\Delta\tau_{\text{реф}}$ с точностью 10^{-11} сек., достаточно знать зенитный угол источника с точностью не более, чем 10 сек. дуги.

Регулярная составляющая рефракционной поправки к τ может принимать довольно большое значение. В частности, $\Delta L(60^\circ) - \Delta L(0) = 4.7 \cdot 10^2$ см, что на базах порядка $6 \cdot 10^8$ см ведет к ошибке в угловом положении источника порядка 0.9 сек. дуги.

Уравнение (8) определяет поправку за регулярную рефракцию во временной задержке. Для того, чтобы найти поправку за рефракцию в частоте интерференции $\Delta F_{\text{реф}}$, удобно перейти от зенитного расстояния $\xi = z$ к часовому углу HA :

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(HA),$$

где φ и δ — широта и склонение соответственно.

Тогда

$$\Delta F_{\text{реф}} = (c/\lambda) \frac{d}{dz} (\Delta\tau_{\text{реф}}) \frac{dz}{d(HA)},$$

где

$$\frac{dz}{d(HA)} = \cos \varphi \cos \delta \sin(HA) / \sin z.$$

2. Рефракция в гравитационном поле. Гравитационное поле вблизи Солнца можно рассматривать как преломляющую среду с показателем преломления $\mu \approx 2GM_\odot/c^2d$ (G — гравитационная постоянная, M_\odot — масса Солнца), которая отклоняет лучи света на угол (рис. 3)

$$\theta = 0''.87 (R_\odot/d) \{1 + x_E(t)/r_E(t)\}. \quad (9)$$

Когда $x_E(t) \gg d$, то $x_E \sim r_E$ и $\theta = 1.75 R_\odot/d$. Эксперименты по проверке этого эффекта проводились неоднократно (см. обзоры [8, 9]), и использовались то счастливые обстоятельства, что существует несколько достаточно ярких квазаров, которые подходят близко к Солнцу (в частности, квазар ЗС279 ежегодно 8 октября затмевается Солнцем). Если измерять разность фаз $\Delta\Phi$ между затмеваемым квазаром и опорным объектом, то на кривой $\Delta\Phi(t)$, имеющей суточный ход, будет ясно прописываться член, пропорциональный d^{-1} . При $d \sim R_\odot$ этот эффект проверен с точностью до 1%, и поэтому вплоть до $d \sim 10 R_\odot$ можно уверенно пользоваться последним знаком в выражении (9). Очевидно, что если мы хотим знать угловые положения источников с точностью 0.001, то релятивистский член (9) необходимо учитывать до $d \sim 10^3 R_\odot$.

Если быть до конца последовательными при учете рефракции в гравитационном поле, то стоит иметь в виду, что гравитационное поле Земли смещает

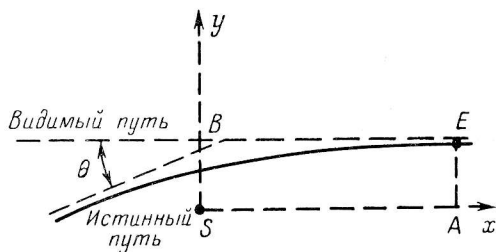


Рис. 3.

К формуле (9), $SA = x_E$, $SB = y_E$, $SE = r_E$, d — расстояние от центра Солнца S до перигелия луча, идущего к Земле E .

видимое положение всех источников на величину порядка 0.001. Эту поправку имеет смысл принимать во внимание лишь в тех случаях, когда обрабатываются наблюдения, сделанные вне Земли, совместно с земными наблюдениями.

3. Синхронизация часов. Высокая стабильность атомных стандартов и возможность их синхронизации с точностью 10^{-6} сек. и более требуют, как это кажется на первый взгляд, учетов эффектов специальной и общей теории относительности. В работе Кона и Шеффера [10] было вы-

сказано утверждение о необходимости учитывать эффекты специальной теории относительности в темпе хода местных стандартов, которые находятся на разных широтах и в связи с этим идут с разной скоростью. Действительно, влияние специальной теории относительности имеет порядок V_s^2/c^2 (V_s — линейная скорость точки, находящейся на экваторе).

Однако точная теория поведения часов на поверхности Земли показывает, что релятивистский эффект имеет существенно меньший порядок. Согласно принципу эквивалентности, разность в темпе хода часов, расположенных в двух точках с потенциалами U_1 и U_2 , равна

$$(dt_1 - dt_2)/dt_1 = (U_2 - U_1)/c^2, \quad (10)$$

где dt_i — промежутки времени, отсчитываемые по местным часам в точках 1 и 2. Ньютоновский потенциал U сфероидального тела с большой точностью представляется (если в общем разложении по сферическим функциям ограничиться лишь второй зональной гармоникой) следующим выражением:

$$U = GM/r + (GM/4r) \left(\frac{1}{3} q - \frac{2}{3} \bar{\alpha} \right) (3 \cos^2 \xi - 1) + \omega^2 r^2 \sin^2 \zeta / 2. \quad (11)$$

Здесь $\bar{\alpha} = (a - c)/a$ — сжатие нормального сфероида (c и a — полярная и экваториальная полуоси), $q = \omega^2 R_0 / GM$ — отношение центробежной силы на экваторе к силе тяжести (M , R_0 , ω — масса, радиус и угловая скорость Земли), $\zeta = \frac{\pi}{2} - \varphi$ — полярное расстояние.

Как уже говорилось, члены, зависящие от широты места, имеют порядок 10^{-11} , однако они в точности компенсируются членами, связанными с различием центростремительных ускорений. Физический смысл этого результата совершенно очевиден. Сфероид Клеро (11) представляет собой уровенную поверхность $U = \text{const}$, каждая точка которой ортогональна линии отвеса.

Тогда, согласно (10), $d(t_1 - t_2) = 0$. Естественно, что это заключение верно лишь с той точностью, с которой потенциал (11) представляет реальный потенциал Земли. Однако учет высших гармоник в разложении потенциала приводит к очень малым эффектам порядка 10^{-15} , влияние которых находится далеко за пределами точности наблюдений.

Можно показать, что релятивистские эффекты, связанные с эксцентрисностью орбиты Земли и возможным динамическим сжатием солнца, также находятся за пределами инструментальных возможностей ($\sim 10^{-14} - 10^{-15}$).

Естественно, что все сказанное верно лишь для неподвижных часов, находящихся на земной поверхности. При синхронизации часов методом транспортировки эффекты специальной теории относительности становятся уже очень существенными и, как показано в работе Хейфела и Китинга [11], на больших базах могут приводить к рассинхронизации часов порядка 5×10^{-7} сек.

4. А б е р р а ц и о н н ы е п о п р а в к и. Особую роль эффекты теории относительности играют при точном вычислении абберационных поправок в том случае, когда необходимо учитывать члены порядка V^2/c^2 . Согласно релятивистским формулам сложения скоростей [12], единичный вектор \mathbf{k} направления на источник при переходе к системе координат, движущейся со скоростью \mathbf{V} , преобразуется по формулам

$$\mathbf{k} = \{\mathbf{k}' + \mathbf{V}/c + (\tilde{\beta} - 1)(\mathbf{V}/cV^2)[c(\mathbf{k}'\mathbf{V}) + V^2]\}/\tilde{\beta}(1 + (\mathbf{k}'\mathbf{V})/c^2), \quad (12)$$

где $\tilde{\beta}^{-1} = \sqrt{1 - V^2/c^2}$. Таким образом, видимое положение источника необходимо исправить на величину

$$\Delta \mathbf{k}_{\text{СТО}} = \mathbf{k} - \mathbf{k}' = \frac{1}{c}(\mathbf{V}_i - \mathbf{k}_v(\mathbf{V}_i \mathbf{k}_v)) - \frac{1}{2c^2}\{3\mathbf{k}_v V_i^2 - 4\mathbf{k}_v(\mathbf{k}_v \mathbf{V}_i) + 3\mathbf{V}_i(\mathbf{k}_v \mathbf{V}_i)\}. \quad (13)$$

Здесь индексы $i=1, 2$ отвечают геоцентрическому движению пункта и гелиоцентрическому движению центра масс Земли, другими словами, соответствуют поправкам за суточную и годовую абберации к видимому положению источника \mathbf{k}_v .

Гравитационное поле Солнца также меняет видимое положение источника и, таким образом, может вносить заметный вклад [13]

$$\Delta \mathbf{k}_{\text{ОГО}} = 2(r_g/r_s) \frac{(\mathbf{r}_s \mathbf{k}_v) \mathbf{k}_v - \mathbf{r}_s}{r_s - (\mathbf{r}_s \mathbf{k}_v)}. \quad (14)$$

Здесь $r_g = GM_\odot/c^2$ — гравитационный радиус Солнца и \mathbf{r}_s — вектор, соединяющий Землю с Солнцем. Таким образом, общая абберационная поправка $\Delta \mathbf{k} = \Delta \mathbf{k}_{\text{СТО}} + \Delta \mathbf{k}_{\text{ОГО}}$.

Поскольку вектор \mathbf{k}_v определяется компонентами α, β, γ в ортогональной системе координат

$$\mathbf{k}_v = (\alpha \cdot \mathbf{i}_1, \beta \mathbf{i}_2, \gamma \mathbf{i}_3),$$

$$\mathbf{i}_1 = \mathbf{e}, \quad \mathbf{i}_2 = [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{e}] / \sin(\widehat{\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{e}}), \quad \mathbf{i}_3 = [\mathbf{i}_2 \times \mathbf{i}_1],$$

где \mathbf{e} — единичный вектор базы интерферометра и $\boldsymbol{\omega}$ — единичный вектор угловой скорости вращения Земли, то поправки к искомым направляющим косинусам (или, что то же самое, к τ и F) будут

$$\Delta \alpha = (\Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{i}_1), \quad \Delta \beta = (\Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{i}_2), \quad \Delta \gamma = (\Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{i}_3).$$

Нужно иметь в виду, как впервые отметили Кoen и Шеффер [10], что поправки $\Delta \alpha, \Delta \beta, \Delta \gamma$, которые вычисляются в первом пункте, должны быть отнесены к тому моменту времени, когда фронт волны достиг второго пункта.

Окончательно, поправка к угловому расстоянию между двумя источниками, определяемая релятивистскими вкладами в абберацию, будет иметь следующий вид:

$$-\sin \theta_{ij} \Delta \theta_{ij}^p = \alpha_i \Delta \alpha_j^p + \alpha_j \Delta \alpha_i^p + \beta_i \Delta \beta_j^p + \beta_j \Delta \beta_i^p + \gamma_i \Delta \gamma_j^p + \gamma_j \Delta \gamma_i^p.$$

Здесь нижние индексы нумеруют источники, а верхний индекс соответствует различным типам aberrаций.

Формулы (13) и (14) позволяют предвычислить абберационные поправки с точностью до 0,001. Остается открытым вопрос, достаточно ли точна для этих целей существующая в настоящее время теория движения Земли.

Литература

1. Д р а в с к и х А. Ф., К р а с и н с к и й Г. А., Ф и н к е л ь ш т е й н А. М. Радиоастрономическая инерциальная система координат, основанная на измерении дуг между радиосточниками. — Письма в Астрон. ж., 1975, 1, № 5, с. 43—48.
2. D r a v s k i k h A. F., F i n k e l s t e i n A. M., K r a s i n s k y G. A. On the possibility of creating radioastronomical inertial system based on the measurement of arcs between QSO's with the help of VLBI. — *Astrophys. and Space Sci.*, 1975, 38, N 2, p. 255—266.
4. П а р и й с к и й Ю. Н., Д р а в с к и х А. Ф. Радиоастрономия и астрометрия. — В кн.: Современные проблемы позиционной астрометрии. М., 1975, с. 24—42.
5. Б л а ж к о С. Н. Курс сферической астрономии. М., ГИТТЛ, 1959, 332 с.
6. Б и н Б. Р., Д а т т о н Е. Дж. Радиометеорология. Л., Гидрометеоиздат, 1971, 362 с.
7. С т о ц к и й А. А. Крупномасштабные флуктуации фазы при распространении радиоволн в турбулентной атмосфере. — *Радиотехника и электроника*, 1973, № 8, с. 1579—1583.
8. S r a m e k R. Gravitational deflection of radiowaves. — *Proc. Intern. School of Phys. «E. Fermi»*, 1973, 56, p. 2—20.
9. Ф и н к е л ь ш т е й н А. М. Небесно-механические релятивистские эксперименты в Солнечной системе. Препринт ИТФ, № 75—16Р. Киев, 1975, 50 с.
10. S o h e n M. N., S h a f f e r D. B. Position of radio sources from long-baseline interferometry. — *Astrophys. J.*, 1971, 177, N 2, p. 91—100.
11. H a f e l e J., K e a t i n g R. Around — the — World Atomic Clocks: Predicted Relativistic Time Gains. — *Science*, 1972, 177, p. 00.
12. Ф о к В. А. Теория пространства, времени и тяготения. М., ГИТТЛ, 1955, 504 с.
13. T a u s n e r M. J. General relativity and its effects on planetary orbits and interplanetary observations. — *Tech. Rep. of Massachusetts Inst. of Technology. Lincoln Laboratory. Group 63, 1966, N 425, 60 p.*

Декабрь 1975 г.