

УДК 524.3:520.82

БАЙЕСОВСКИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЗВЕЗД И ЗАКОНА МЕЖЗВЕЗДНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ НА ОСНОВЕ ФОТОМЕТРИИ

© 2017 С. Г. Сичевский*

Институт астрономии РАН, Москва, 119017 Россия

Поступила в редакцию 22 сентября 2016 года; принята в печать 22 января 2017 года

Описывается байесовский теоретико-вероятностный подход к оценке характеристик звезд и закона межзвездного поглощения на основе фотометрических наблюдений с использованием априорных данных о параметрах звезд. На примере обзоров SDSS и 2MASS исследована точность получаемых оценок. При точности фотометрии, характерной для указанных обзоров, и погрешности априорных данных $\Delta T_{\text{eff}} = \pm 150$ К и $\Delta \lg g = \pm 0.5$, оценки не имеют значимых систематических отклонений. При этом погрешность оценки межзвездного поглощения A_0 составляет около 0.3 , а погрешность оценки R_0 зависит от поглощения и для умеренных значений A_0 близка к 0.2 . Относительная погрешность оценки углового диаметра звезд близка к 10% . Одно из возможных применений описанного подхода — определение зависимости межзвездного поглощения от расстояния по звездам, расположенным компактно в одной области на небе.

Ключевые слова: *пыль, поглощение — звезды: фундаментальные параметры — методы: статистические — техники: фотометрические*

1. ВВЕДЕНИЕ

В современных фотометрических каталогах с результатами наблюдений миллионов объектов неявным образом содержится информация о характеристиках и звезд, и межзвездной среды. Межзвездная среда ослабляет свет звезд и искажает распределение энергии в их спектре. Таким образом, определение характеристик звезд и закона межзвездного поглощения — задачи взаимосвязанные и сопутствующие друг другу. Новые возможности для их решения дают многополосные фотометрические каталоги и инструменты отождествления объектов в разных каталогах [1, 2], позволяющие использовать все доступные для звезды фотометрические данные. По этой причине разработка методов одновременного определения характеристик звезд и межзвездной среды на основе широкополосной фотометрии представляется актуальной задачей [3–5].

Характер спектра звезды зависит от физических условий и химического состава ее атмосферы. В то время как давление и химический состав определяют формирование спектральных линий, вид спектра наиболее чувствителен к изменению эффективной температуры, так как именно она является определяющей для формирования непрерывного

спектра. Существенную информацию об атмосфере звезды получают прежде всего из спектрального анализа ее излучения. Однако, зная, как влияет на спектр звезды изменение ее атмосферных характеристик, и выделяя участки, наиболее чувствительные к изменениям определенных характеристик, можно разработать альтернативные способы, использующие данные фотометрии. Например, для классификации непокрашенных В–F-звезд по спектральным классам, классам светимости и металличности специально создана многополосная фотометрическая система Стремгрена. Она является среднеполосной, при этом для увеличения чувствительности к классу светимости в нее добавлен узкополосный фильтр.

Одним из способов определения температуры и углового диаметра звезды является метод инфракрасных потоков [6, 7], известный не одно десятилетие и обладающий несколькими важными особенностями. Он слабо чувствителен к межзвездному поглощению. В силу того, что эффект бланкетирования слабо выражен в инфракрасной области, этот метод также слабо чувствителен к таким параметрам модели атмосферы звезды, как химический состав и поверхностное ускорение.

Другой способ оценки температуры — с помощью калибровок. Опубликованы различные калибровки, которые позволяют оценить температуру по показателю цвета [8–11]. Однако из-за

*E-mail: s.sichevskij@gmail.com

влияния межзвездного поглощения на показатель цвета использовать подобные калибровки нужно с осторожностью. К тому же обычно они относятся либо к карликам, либо к гигантам. Это осложняет их применение, потому что не всегда известно, карликом или гигантом является звезда.

Для определения межзвездного поглощения наряду с классическим методом звездных пар можно отметить метод, предложенный Фитцпатриком и Массе [12, 13]. Суть метода состоит в сравнении рассчитанного на основе теории звездных атмосфер распределения энергии с наблюдаемым спектром в УФ-, оптическом и ближнем ИК-диапазонах.

В работе описывается предлагаемый нами теоретико-вероятностный подход к оценке характеристик звезд и закона межзвездного поглощения. Он основан на теореме Байеса. Базовые обозначения, используемые в работе, приведены ниже.

$P(A)$ — вероятность события A ;

$P(A|B)$ — условная вероятность того, что при заданном B верно A ;

$p(\cdot)$ — функция плотности вероятности;

\mathbf{X} — вектор случайных величин;

x_i — компонент вектора \mathbf{X} ;

θ — теоретический параметр, значение которого необходимо оценить по результатам наблюдения \mathbf{X} .

2. ТЕОРИЯ

Теорема Байеса связывает $P(A|B)$ и $P(B|A)$. Ее смысл в том, что имеет место соотношение

$$P(A|B) = P(B|A)P(A)/P(B).$$

Пусть имеются независимые наблюдения n случайных величин. Обозначим $p_i(x_i|\theta)$ функцию плотности вероятности i -й случайной переменной, где θ — параметр, соответствующий семейству распределений p_i .

Необходимо оценить значение θ , если проведено n наблюдений x_i , распределенных в соответствии с $p_i(x_i|\theta)$. Совместная функция плотностей вероятностей n случайных переменных определяется выражением

$$p(\mathbf{X}|\theta) = \prod_{i=1}^n p_i(x_i|\theta). \quad (1)$$

В отличие от классического подхода в байесовском подходе θ не считается фиксированной величиной. Знания об этом параметре описываются посредством плотности вероятности $p(\theta)$, которая

выражает степень веры в различные возможные значения θ .

Для конструирования $p(\theta)$ используются любые имеющиеся предварительные знания: область возможных значений или вера в то, что некоторые значения более реалистичны, чем другие. В этом случае, используя теорему Байеса, можно написать условное распределение по θ при заданном \mathbf{X} :

$$p(\theta|\mathbf{X}) = \frac{p(\mathbf{X}|\theta)p(\theta)}{p(\mathbf{X})}. \quad (2)$$

Таким образом, посредством $p(\theta|\mathbf{X})$ выражается *апостериорное* знание; $p(\mathbf{X}|\theta)$ — функция правдоподобия, соответствующая вероятности получения значения \mathbf{X} при заданном значении параметра θ ; $p(\theta)$ соответствует *априорному* знанию или степени веры исследователя в различные значения θ .

Распределение $p(\theta|\mathbf{X})$ суммирует все имеющиеся знания о параметре θ и может быть использовано для его оценки. В общем случае $p(\mathbf{X})$ неизвестна, и соотношение (2) приобретает более слабую форму:

$$p(\theta|\mathbf{X}) \propto p(\mathbf{X}|\theta)p(\theta). \quad (3)$$

Хотя в таком случае нельзя рассчитать *апостериорные* вероятности, все-таки можно выполнить оценку параметра θ . Например, выбрать такое его значение, при котором $p(\theta|\mathbf{X})$ становится максимальным (методом максимального правдоподобия).

3. ТЕОРЕТИКО-ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ

Ниже приведен перечень обозначений и определений, которые используются в дополнение к основным определениям:

$T_{\text{эф}}$ — эффективная температура звезды, К;

g — поверхностное ускорение звезды, см с^{-2} ;

α_d — видимый угловой диаметр звезды, рад;

λ — длина волны, Å;

S_λ — кривая реакции фотометрической полосы, учитывающая полосу пропускания светофильтра и спектральную чувствительность приемника излучения;

F_λ — поверхностная яркость звезды — величина потока, излучаемого единицей площади в единицу телесного угла в данном направлении, $\text{эрг см}^{-2} \text{с}^{-1} \text{Å}^{-1} \text{ср}^{-1}$;

E_λ — освещенность от звезды в месте наблюдения — величина потока излучения, падающего на единицу площади, $\text{эрг см}^{-2} \text{с}^{-1} \text{Å}^{-1} \text{ср}^{-1}$;

A_λ — кривая межзвездного поглощения — зависимость величины межзвездного поглощения от длины волны λ .

Пусть имеются n независимых наблюдений одиночной звезды. Будем считать, что результат наблюдения x_i — это оценка значения физической величины, истинное значение которой x_i^0 . В общем случае наблюдения могут быть различного вида, например, фотометрические, спектроскопические или их комбинация. В работе рассматривается случай, когда результатом наблюдений является многополосная фотометрия, а именно пять величин блеска u, g, r, i, z из обзора SDSS и три — J, H, K_s — из обзора 2MASS. Таким образом, случайный вектор, по результатам наблюдений которого необходимо оценить интересующие характеристики, имеет вид:

$$\mathbf{X} = \{u, g, r, i, z, J, H, K_s\}.$$

По аналогии с предыдущим разделом будем использовать θ для обозначения характеристик звезды и межзвездного поглощения, оценку которых необходимо провести. Выбрать характеристики можно по-разному, в зависимости от поставленной задачи. Например, в ряде работ теоретические выкладки авторы проводят, характеризуя звезду ее начальной массой и возрастом, хотя при практической реализации переходят к температуре и поверхностному ускорению¹. В данной работе для звезд используются следующие параметры: температура $T_{\text{эфф}}$, поверхностное ускорение g и видимый угловой диаметр α_d .

Характерной особенностью межзвездного поглощения является его зависимость от длины волны, которую называют кривой межзвездного поглощения. В 1989 г. Карделли в работе [14] предложил аналитическое выражение для кривой межзвездного поглощения, в котором в качестве независимого параметра принята величина

$$R_0 = \frac{A_V}{E(B - V)},$$

то есть отношение полного поглощения A_V к избытку цвета $E(B - V)$. Согласно Карделли, монохроматическое межзвездное поглощение на длине волны λ зависит от двух параметров — A_0 и R_0 , и именно они были выбраны в данной работе для того, чтобы характеризовать межзвездное поглощение. Расчеты показывают, что величина R_0 должна быть пропорциональна размеру пылинок,

¹Такой переход вызывает сомнения. Если начальная масса и возраст звезды позволяют судить о ее абсолютной звездной величине, то две звезды с одинаковыми значениями $T_{\text{эфф}}$ и $\lg g$ могут иметь разные радиусы даже при одинаковой металличности. Это означает, что они имеют разные абсолютные звездные величины.

а величина A_0 характеризует степень непрозрачности среды для проходящего сквозь нее излучения.

Таким образом, вектор характеристик θ , оценку которых необходимо провести, имеет вид:

$$\theta = \{T_{\text{эфф}}, g, \alpha_d, A_0, R_0\},$$

где первые три компонента относятся к звезде, а остальные два — к межзвездному поглощению.

С учетом соотношения (3) построение апостериорной плотности вероятности характеристик звезды и межзвездного поглощения при заданных результатах наблюдений \mathbf{X} разбивается на две задачи: вычисление функции правдоподобия $p(\mathbf{X}|\theta)$ и конструирование априорной плотности вероятности $p(\theta)$.

3.1. Функция правдоподобия

Если отсутствует межзвездное поглощение, освещенность, создаваемая звездой в месте ее наблюдения

$$E_\lambda^0(T_{\text{эфф}}, g, \alpha_d) = \frac{\pi \alpha_d^2}{4} F_\lambda(T_{\text{эфф}}, g), \quad (4)$$

где F_λ — поверхностная яркость, то есть величина потока, излучаемого единицей площади в единицу телесного угла в данном направлении. Современная теория звездных атмосфер позволяет определять поверхностную яркость для значений атмосферных характеристик звезды, задаваемых в широких диапазонах. Для вычисления F_λ в работе использовались ATLAS9² и результаты расчетов моделей звездных атмосфер Кастелли и Куруца [15].

Согласно работе Карделли [14], значения монохроматического межзвездного поглощения A_λ выражаются следующим образом:

$$A_\lambda(A_0, R_0) = A_0(a_\lambda + \frac{b_\lambda}{R_0}), \quad (5)$$

где a_λ и b_λ — известные коэффициенты, зависящие только от λ , а A_0 и R_0 — свободные параметры и от λ не зависят. Довольно часто в соотношении (5) параметр A_0 обозначают как A_V (полное поглощение в полосе V), а это неверно³. A_V зависит не только от межзвездной среды, но и от спектра

²Программный комплекс ЭВМ для вычисления распределения энергии в спектре звезды в условиях ЛТР на основе плоско-параллельной модели атмосферы.

³ A_0 не соответствует поглощению в полосе V . В общем случае поглощение в полосе с кривой реакции S_λ при наблюдении звезды со спектром F_λ определяется выражением:

$$A = -2.5 \lg \frac{\int F_\lambda S_\lambda 10^{-0.4A_\lambda} d\lambda}{\int F_\lambda S_\lambda d\lambda}.$$

звезды. Например, при фиксированном параметре A_0 наблюдения двух звезд, имеющих разную температуру, дадут разные значения A_V . В отличие от A_V параметр A_0 не зависит от наблюдаемой звезды и определяется только межзвездной средой.

Используя соотношения (4) и (5), получим, что освещенность, создаваемая звездой с учетом межзвездного поглощения:

$$E_\lambda(\theta) = 10^{-0.4A_\lambda(A_0, R_0)} E_\lambda^0(T_{\text{eff}}, g, \alpha_d), \quad (6)$$

где A_λ определяется соотношением (5).

Для исследования распределения энергии в спектре звезд наравне с прямыми спектральными наблюдениями применяют многоцветную фотометрию, то есть измерения потока излучения в определенных участках спектра (полосах). Выделяют участки с помощью светофильтров, а для описания используют кривые реакции, которые учитывают полосу пропускания светофильтра и спектральную чувствительность приемника излучения. Наблюдаемый блеск звезды в полосе с кривой реакции S_λ :

$$m(E_\lambda) = -2.5 \lg \frac{\int_{\lambda_2}^{\lambda_1} E_\lambda S_\lambda \lambda d\lambda}{\int_{\lambda_2}^{\lambda_1} E_\lambda^s S_\lambda \lambda d\lambda} + m_0, \quad (7)$$

где E_λ — освещенность согласно соотношению (6), E_λ^s — освещенность от стандартного источника (например, Веги), а m_0 — нуль-пункт, равный наблюдаемому в полосе S_λ блеску стандартного источника.

Таким образом, теоретическое значение результата наблюдения $x_i(\theta)$, то есть значение блеска звезды в i -й полосе, имеет вид:

$$x_i(\theta) = m_i(E_\lambda) = m_i(T_{\text{eff}}, g, \alpha_d, A_0, R_0), \quad (8)$$

где функция m_i аналогична (7), то есть учитывает кривую реакции i -й полосы и соответствующий нуль-пункт, значения которого для полос обзоров SDSS и 2MASS взяты из работы [16].

Будем полагать, что результат измерения блеска x_i в i -й полосе является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. В этом случае

$$p(x_i|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta_i^2}} \exp \frac{-[x_i - x_i(\theta)]^2}{2\delta_i^2}, \quad (9)$$

где δ_i — погрешность наблюдаемого значения блеска, а $x_i(\theta)$ определяется соотношением (8) и является теоретическим блеском звезды, соответствующим параметру θ . Тогда по аналогии с соотношением (1) функция правдоподобия определяется выражением

$$p(\mathbf{X}|\theta) = \prod_i^n p(x_i|\theta). \quad (10)$$

3.2. Априорная плотность вероятности

Априорная плотность вероятности $p(\theta)$ суммирует доступные знания исследователя о параметре θ или степень его уверенности в надежности различных значений этого параметра. Первое, что можно использовать — это независимость характеристик звезды от характеристик межзвездного поглощения, поэтому априорная плотность вероятности $p(\theta)$ распадается на две части:

$$p(\theta) = p(T_{\text{eff}}, g, \alpha_d) p(A_0, R_0). \quad (11)$$

Рассмотрим часть $p(A_0, R_0)$, соответствующую межзвездной среде. В работе считается, что предварительные наблюдения величин A_0 и R_0 отсутствуют. По этой причине

$$p(A_0, R_0) \propto \text{const}, \quad (12)$$

то есть с равной вероятностью величины A_0 и R_0 могут принимать любые значения. Забегая вперед, нужно отметить, что практически была реализована $p(A_0, R_0)$, соответствующая равномерному распределению в заданных интервалах — $A_0 \in [0, 10]$ и $R_0 \in [2, 6]$ — и нулевой вероятности для любых других значений.

Рассмотрим теперь часть априорной функции вероятности, соответствующую характеристикам звезды. Будем считать, что, в отличие от A_0 и R_0 , для величин T_{eff} и g доступна дополнительная априорная информация. Пусть из предыдущих наблюдений, например, спектральных, известны оценки этих величин — T_{eff}^0 и g^0 , а также их погрешности, которые считаются случайными величинами с нормальным распределением. Тогда априорная функция вероятности температуры имеет вид:

$$p(T_{\text{eff}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} \exp \frac{-(T_{\text{eff}} - T_{\text{eff}}^0)^2}{2\delta^2}, \quad (13)$$

где δ — величина погрешности оценки T_{eff}^0 . В полной аналогии с $p(T_{\text{eff}})$ определяется априорная функция вероятности $p(g)$.

Таким образом, справедливо следующее:

$$p(T_{\text{eff}}, g, \alpha_d) \propto p_t(T_{\text{eff}}, g) p(T_{\text{eff}}) p(g), \quad (14)$$

где $p(T_{\text{eff}})$ и $p(g)$ соответствуют (13) и учтено, что α_d с равной вероятностью может иметь любые значения, а также добавлен новый компонент $p_t(T_{\text{eff}}, g)$, соответствующий теоретическим представлениям о вероятностях разных значений T_{eff} и g .

Плотность вероятности $p_t(T_{\text{eff}}, g)$ суммирует знания об эволюции звезд и их популяции. Ее вычисление проведено на основе современных эволюционных расчетов [17, 18] в предположении

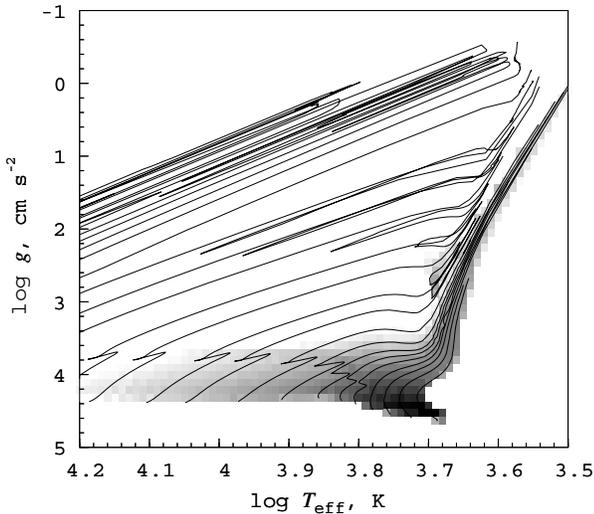


Рис. 1. Теоретически рассчитанная априорная плотность вероятности того, что звезда имеет соответствующие значения величин T_{eff} и $\lg g$. Темнее цвет — больше вероятность. Эволюционные треки показаны сплошными линиями.

постоянного темпа звездообразования на протяжении 13.7 млрд лет. В качестве начальной функции масс использовалась классическая зависимость из работы Салпитера [19]. Результат расчета $p_t(T_{\text{eff}}, g)$ показан на рис. 1.

Таким образом, с учетом соотношений (12) и (14) априорная плотность вероятности (11) приобретает вид

$$p(\theta) \propto p_t(T_{\text{eff}}, g)p(T_{\text{eff}})p(g)p(A_0, R_0), \quad (15)$$

где учитываются как данные о параметрах звезды, определенных в результате предварительных наблюдений, так и «степень веры» в их разные значения, основанную на теоретической базе.

3.3. Реализация

Одним из общих способов оценки значения параметра по результатам наблюдений является метод максимального правдоподобия. В рассматриваемом случае оценкой максимального правдоподобия параметра θ будет такое его значение, которому соответствует максимум $p(\theta|\mathbf{X})$.

Как правило, оптимальный способ оценки представляет собой некоторую итеративную процедуру, требующую больших затрат времени на ЭВМ, например, метод Монте-Карло с цепями Маркова. Поэтому в работе реализован подход, представляющий компромисс между быстротой нахождения оценки и эффективностью (точностью).

Оценка проводится в два этапа. На первом этапе функция правдоподобия (10) и априорная

плотность вероятности (15) суммируются в более компактный вид (многомерные гистограммы), и строится гистограмма апостериорной плотности вероятности. Гистограмма удобна тем, что сводит всю совокупность значений к некоторому числу ячеек. На втором этапе на основе таких «суммированных» данных выполняется оценка параметра θ .

Благодаря компактному виду гистограммы поиск максимума выполняется простым перебором ее элементов. В отличие от численных методов оптимизации, например, алгоритма Левенберга—Марквардта, такой подход не требует начального приближения искомого параметра и обеспечивает нахождение глобального максимума.

Особенностью реализации является построение гистограммы функции правдоподобия. Сложность заключается в необходимости вычисления блеска звезды для любого значения параметра θ . Прямой подход требует расчета соответствующего распределения энергии в спектре звезды и, следовательно, соответствующей модели звездной атмосферы. Однако численный расчет даже не самых сложных моделей требует немало времени. По этой причине с целью построения гистограммы, соответствующей функции правдоподобия, проводится численное статистическое моделирование. В соответствии с соотношением (10), его задача — получить такую выборку значений θ , при которой соответствующие им значения \mathbf{X}^4 распределены по нормальному закону.

Пусть в обзоре имеются n фотометрических полос, а x_i соответствует блеску в i -й полосе. Тогда соотношение

$$\tilde{x}_i = x_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \quad (16)$$

определяет значения \tilde{x}_i , не зависящие от расстояния до звезды и ее радиуса.

Моделирование начинается с создания выборки объемом пять тысяч случайных значений \mathbf{X} , распределенных по нормальному закону, и с применением соотношения (16) выполняется их отображение в инвариантные значения $\tilde{\mathbf{X}}$. С помощью специального поискового индекса для каждого значения $\tilde{\mathbf{X}}$ определяется соответствующее значение θ . Индекс удобен тем, что позволяет быстро находить ближайшего «соседа» среди нескольких десятков миллионов предварительно вычисленных значений $\tilde{\mathbf{X}}$, соответствующих различным значениям θ . Полученная выборка значений θ суммируется в более

⁴Напомним, что компонентом случайного вектора \mathbf{X} является результат измерения блеска звезды, который моделируется случайной величиной с нормальным распределением.

компактный вид. Таким образом строится гистограмма, соответствующая функции правдоподобия.

4. ПРОВЕРКА МОДЕЛИ

Построенная теоретико-вероятностная модель нуждается в проверке. Получаемые на ее основе с применением широкополосной фотометрии оценки характеристик звезд и межзвездного поглощения требуют анализа: необходимо исследовать их точность и возможные систематические отклонения.

Исследование было выполнено с помощью набора моделей звездных атмосфер.

Используя ATLAS9, мы рассчитали более 4000 моделей, соответствующих случайным значениям температуры и поверхностного ускорения. С применением соотношения (8) по этим моделям были определены значения блеска, соответствующие случайным значениям характеристик межзвездного поглощения.

Для имитации результатов реальных наблюдений к значениям блеска были добавлены шумы — случайные значения с нормальным распределением. Дисперсия шума соответствовала характерной точности рассматриваемых обзоров. Так, в каталоге обзора 2MASS точность фотометрических наблюдений ярких звезд около 0^m03 [20], а в обзоре SDSS достигнута точность фотометрической калибровки порядка 0^m03 , 0^m01 , 0^m01 , 0^m01 и 0^m02 для полос u , g , r , i и z соответственно [21]. Аналогичным образом был добавлен шум к значениям параметров T_{eff} и $\lg g$, которые использовались как априорные данные. Дисперсия шума — 150 K и 0.5 соответственно.

На основе зашумленных значений блеска и априорных данных сделаны оценки параметров звезд и межзвездного поглощения. В результате проведено сравнение исходных значений характеристик с их оценками. Таким образом, исследована точность оценок и их отклонения от исходных значений.

Результат сравнения показан на рис. 2. Каждая панель рисунка соответствует одной из характеристик и показывает разницу между ее исходными значениями и ее оценками. Например, на рис. 2а показана зависимость отклонения оценки температуры T_{eff}^c от его исходного значения T_{eff}^o . Также на каждой панели в виде гистограммы и приближения нормальным распределением представлено распределение количества случаев, соответствующих различным значениям отклонения оценки характеристики от ее исходного значения.

Как видно на рис. 2, во всех случаях оценки не имеют значимых систематических отклонений. За исключением случая оценки R_0 , распределения отклонений оценок от исходных значений хорошо описываются нормальными распределениями

с соответствующими среднеквадратичными отклонениями (σ), значения которых приведены на том же рисунке.

Оценки температуры и поверхностного ускорения имеют такой же разброс, как и априорные данные. Другими словами, применение результатов фотометрии невысокой точности вряд ли позволит уточнить эти характеристики звезд.

Однако априорные данные, особенно о температуре, крайне важны для оценки межзвездного поглощения. Изменения температуры и межзвездного поглощения схожим образом влияют на непрерывный спектр звезды. Это приводит к корреляции их оценок, если они сделаны на основе фотометрических наблюдений. Рисунок 3 в деталях иллюстрирует корреляцию оценок межзвездного поглощения и температуры, вычисленных без использования априорных данных. Сравнение рис. 3 и 4а наглядно показывает, насколько использование байесовского подхода, то есть привлечение априорной информации, улучшает точность оценки по сравнению с более прямолинейным подходом. Таким образом, использование априорных данных, ограничивая возможные значения температуры, позволяет существенно уменьшить неопределенность оценки межзвездного поглощения. Подобным образом априорные данные также уменьшают неопределенность оценки углового диаметра звезды α_d (см. рис. 4б).

Очевидно, чем слабее параметр влияет на излучение звезды, тем большей будет неопределенность оценки его значения. Чем холоднее звезда, тем слабее влияет межзвездное поглощение на ее наблюдаемый блеск из-за того, что максимум интенсивности излучения звезды смещен в длинноволновую часть спектра, в которой поглощение менее выражено. Учитывая наличие корреляции между температурой и межзвездным поглощением, следует ожидать, что для холодных звезд связь отклонений поглощения и температуры более выражена. Это видно на рис. 4, а также прослеживается и на рис. 2а, с. Таким образом, при равных условиях оценка характеристик межзвездного поглощения на основе данных для звезд поздних спектральных типов требует более точных априорных знаний, чем оценка по данным для более горячих звезд.

Хорошо известно, что закон межзвездного поглощения для разных направлений в Галактике сильно различается. Показано, что значение параметра R_0 может меняться в больших пределах [13], и, следовательно, использование усредненного закона межзвездного поглощения может привести к непредсказуемым ошибкам в значениях определяемых характеристик звезд и межзвездной среды. В отличие от работ, где принимается $R_0 = 3.1$, в данной работе значение R_0 не фиксируется, а меняется от 2 до 6.

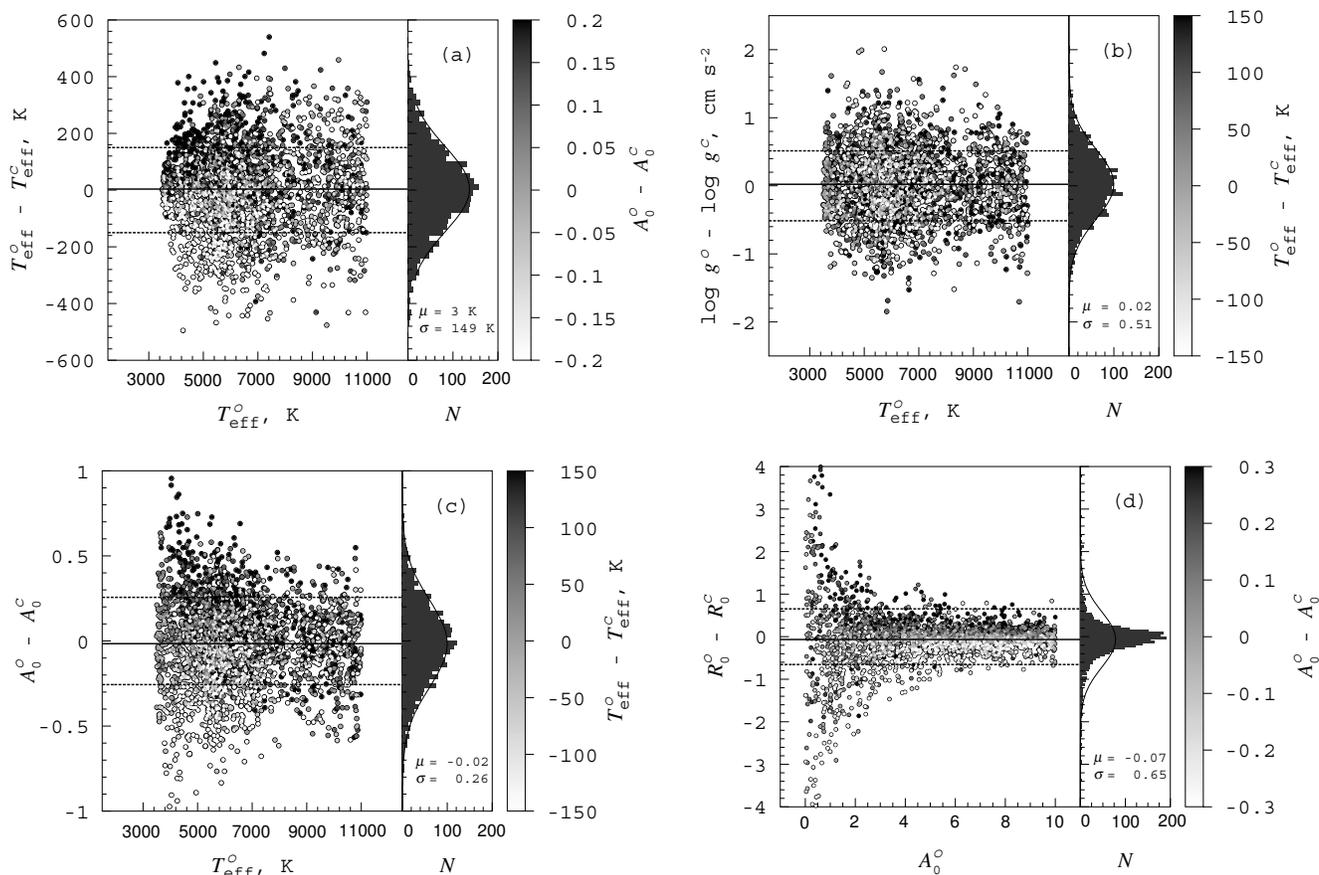


Рис. 2. Сравнение исходных значений характеристик звезд и закона межзвездного поглощения с их оценками, полученными на основе смоделированных значений u, g, r, i, z и J, H, K_s . Подробное описание приведено в тексте.

На рис. 2d показаны отклонения оценки R_0 от его исходного значения. Как ожидалось, неопределенность оценки R_0 явно зависит от степени влияния межзвездного поглощения на излучение звезды. Чем слабее поглощение, т.е. меньше значение A_0 , тем больше неопределенность. Таким образом, в областях с заметным межзвездным поглощением возможно определение значений R_0 и, следовательно, изучение физики межзвездного поглощения.

Одно из возможных применений построенной теоретико-вероятностной модели — это восстановление зависимости межзвездного поглощения от расстояния. Чтобы показать возможность такого применения на основе того же набора моделей звездных атмосфер был проведен еще один численный эксперимент.

Для всех моделей звездных атмосфер по значениям их атмосферных характеристик получены оценки радиусов, необходимые для расчета угловых диаметров звезд для заданных расстояний. С этой целью применен способ, описанный в работах [22–24], которым в работе [25] на основе спектральных наблюдений обзора LAMOST (DR2) вы-

полнены оценки радиусов, масс и светимостей более 700 000 звезд. Далее, считая, что зависимость поглощения от расстояния известна, для каждой звезды мы вычислили величину блеска и добавили шум.

В отличие от предыдущего численного эксперимента, априорные данные также применялись для оценки радиусов звезд. Это было необходимо для оценки расстояний до звезд в случаях, когда имеются оценки их угловых диаметров.

Результат восстановления зависимости межзвездного поглощения от расстояния показан на рис. 5. Оттенками серого показано распределение количества полученных оценок с соответствующими значениями расстояния и поглощения (более темный оттенок соответствует большему количеству). Интервальные оценки характеристик A_0 , определяемые первым и третьим квантилями⁵

⁵Квантиль — значение, которое заданная случайная величина не превышает с фиксированной вероятностью. Первый и третий квантили соответствуют вероятностям 0.25 и 0.75, второй квантиль равен медиане.

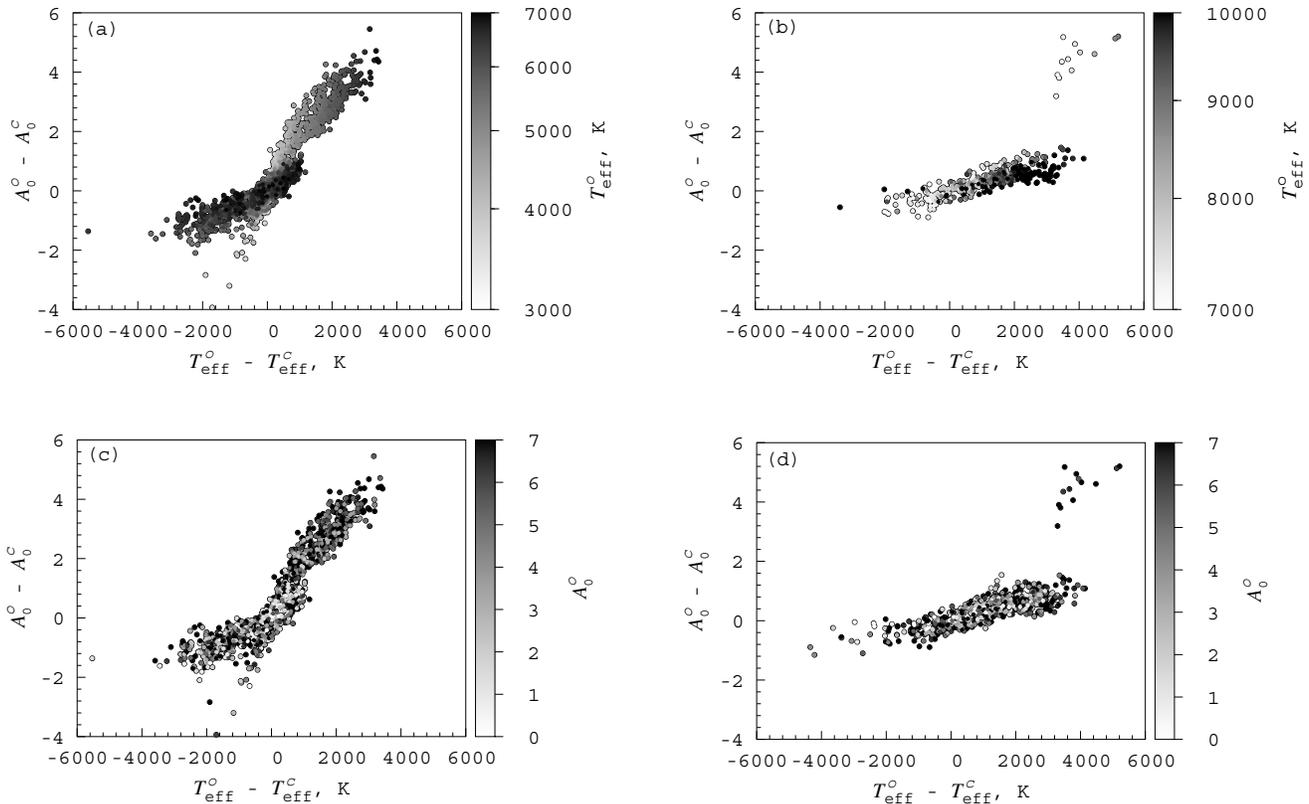


Рис. 3. Корреляция между оценками межзвездного поглощения и температуры, полученными на основе тех же данных, что и на рис. 2, но без привлечения априорной информации о температуре и поверхностном ускорении: (a), (c) — исходные значения $T_{\text{eff}}^O < 7000$ К, (b), (d) — $T_{\text{eff}}^O \geq 7000$ К.

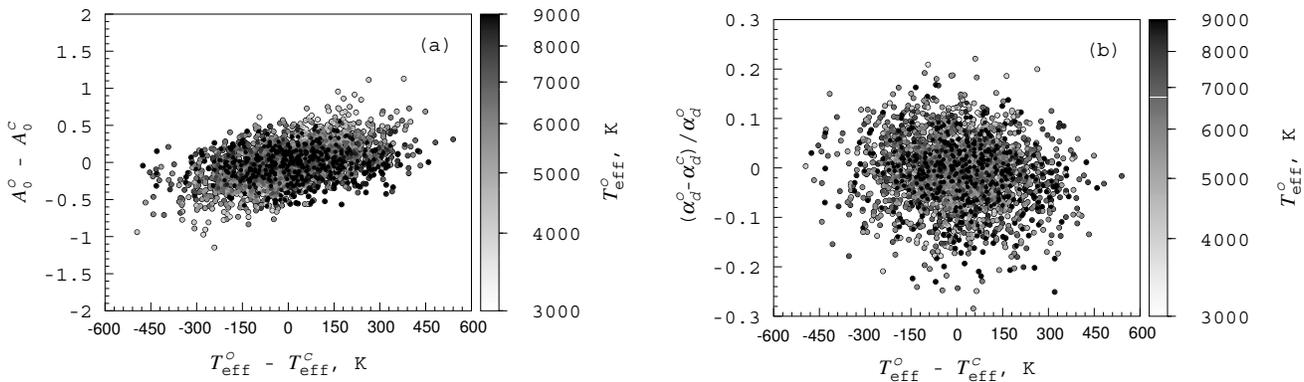


Рис. 4. (a) — корреляция между оценками межзвездного поглощения и температуры; (b) — зависимость между оценками углового диаметра звезд и их температуры.

показаны на рисунке в виде отрезков прямых, внутри которых отмечено значение второго квантиля. Как видно на рис. 5, восстановленная зависимость межзвездного поглощения от расстояния близка к исходной зависимости, и, следовательно, описанная теоретико-вероятностная модель может

быть использована для изучения зависимости межзвездного поглощения от расстояния.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе описан теоретико-вероятностный подход к определению оценок характеристик звезд

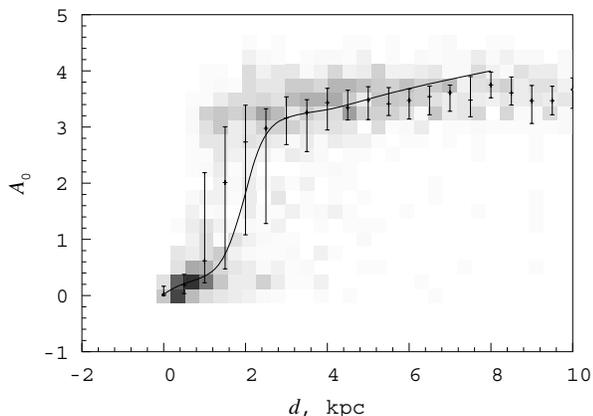


Рис. 5. Оценка межзвездного поглощения в зависимости от расстояния. Сплошная линия — исходная зависимость межзвездного поглощения от расстояния.

и межзвездной среды на основе фотометрических данных. Он позволяет использовать любые предварительные знания: область возможных значений оцениваемых характеристик или веру в то, что некоторые их оценки более реалистичны, чем другие. В частности, в работе не применяется усредненный по всем направлениям в Галактике закон межзвездного поглощения, а допускаются его вариации в области вероятных значений $R_0 \in [2, 6]$.

Показана возможность определения характеристик звезд и закона межзвездного поглощения на основе фотометрии обзоров SDSS и 2MASS с использованием априорных данных о значениях температуры и поверхностного ускорения и набора моделей звездных атмосфер. При точности фотометрии, соответствующей характерной точности указанных обзоров, погрешность оценки межзвездного поглощения A_0 составляет порядка 0^m3 , а относительная погрешность оценки углового диаметра α_d — около 10%. Погрешность оценки R_0 зависит от величины межзвездного поглощения и, начиная от умеренных значений поглощения A_0 , близка к 0.2.

Одно из важных применений описанного способа оценок характеристик звезд и закона межзвездного поглощения — определение зависимости межзвездного поглощения от расстояния по звездам, расположенным компактно в одной области неба. В работе показана возможность восстановления такой зависимости на основе совместной фотометрии обзоров SDSS и 2MASS и априорных данных о звездах. Необходимые априорные данные есть, например, в спектроскопическом обзоре LAMOST [26]. Он охватывает практически половину небесной сферы и содержит оценки атмосферных характеристик более двух миллионов звезд, определенные коллективом LAMOST по

распределению энергии в их спектрах. Стоит упомянуть космические обсерватории, которые также могут обеспечить необходимые априорные данные. В частности, проект Gaia позволит получить спектры большого количества звезд, а спектроскопические наблюдения космического аппарата «Спектр-УФ» (WSO-UV) будут отличаться высоким разрешением [27, 28].

Один из возможных способов улучшить теоретико-вероятную модель — учет дополнительных априорных данных. Например, в качестве таковых можно будет использовать параллаксы огромного числа звезд, которые должны быть измерены в рамках уже упомянутого проекта Gaia. Это позволит заметно улучшить точность восстановления зависимости межзвездного поглощения от расстояния.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор искренне благодарен О. Ю. Малкову за постоянную помощь в работе. Автор благодарит анонимного рецензента за полезные замечания. Работа выполнялась при поддержке гранта «Научная школа» НШ-9951.2016.2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. V. Karpov, O. Y. Malkov, and A. V. Mironov, *Astrophysical Bulletin* **67**, 82 (2012).
2. O. Malkov, O. Dluzhnevskaya, S. Karpov, et al., *Baltic Astronomy* **21**, 319 (2012).
3. S. Sichevskij, *Astronomy Reports* **56**, 710 (2012).
4. S. G. Sichevskiy, A. V. Mironov, and O. Y. Malkov, *Astronomische Nachrichten* **334**, 832 (2013).
5. S. Sichevsky and O. Malkov, *Baltic Astronomy* **25**, 67 (2016).
6. D. E. Blackwell, A. D. Petford, and M. J. Shallis, *Astron. and Astrophys.* **82**, 249 (1980).
7. D. E. Blackwell, A. D. Petford, S. Arribas, et al., *Astron. and Astrophys.* **232**, 396 (1990).
8. A. Alonso, S. Arribas, and C. Martinez-Roger, *Astron. and Astrophys.* **313**, 873 (1996).
9. T. Kinman and F. Castelli, *Astron. and Astrophys.* **391**, 1039 (2002).
10. I. Ramírez and J. Meléndez, *Astrophys. J.* **626**, 465 (2005).
11. J. I. González Hernández and P. Bonifacio, *Astron. and Astrophys.* **497**, 497 (2009).
12. E. L. Fitzpatrick and D. Massa, *Astron. J.* **130**, 1127 (2005).
13. E. L. Fitzpatrick and D. Massa, *Astrophys. J.* **663**, 320 (2007).
14. J. A. Cardelli, G. C. Clayton, and J. S. Mathis, *Astrophys. J.* **345**, 245 (1989).
15. F. Castelli and R. L. Kurucz, *IAU Symp.* **210**, 20P (2003).
16. S. G. Sichevskij, A. V. Mironov, and O. Y. Malkov, *Astrophysical Bulletin* **69**, 160 (2014).

17. S. Ekström, C. Georgy, P. Eggenberger, et al., *Astron. and Astrophys.* **537**, A146 (2012).
18. C. Georgy, S. Ekström, P. Eggenberger, et al., *Astron. and Astrophys.* **558**, A103 (2013).
19. E. E. Salpeter, *Astrophys. J.* **121**, 161 (1955).
20. M. F. Skrutskie, R. M. Cutri, R. Stiening, et al., *Astron. J.* **131**, 1163 (2006).
21. Ž. Ivezić, R. H. Lupton, D. Schlegel, et al., *Astronomische Nachrichten* **325**, 583 (2004).
22. S. G. Sichevskij, *Astronomy Reports* **60**, 598 (2016).
23. S. G. Sichevskij, *Astronomy Reports* **60**, 816 (2016).
24. S. G. Sichevskij, *Astronomy Reports*, **72**, 51 (2017).
25. S. G. Sichevskij, *Astrophysical Bulletin* **72**, 2017 (in press).
26. A.-L. Luo, Y.-H. Zhao, G. Zhao, et al., *Research Astron. Astrophys.* **15**, 1095 (2015).
27. B. Shustov, A. I. Gómez de Castro, M. Sachkov, et al., *Astrophys. and Space Sci.* **354**, 155 (2014).
28. A. A. Boyarchuk, B. M. Shustov, I. S. Savanov, et al., *Astronomy Reports* **60**, 1 (2016).

Bayesian Approach to Estimating Stellar Properties and Interstellar Extinction Law Based on Photometry

S. G. Sichevskij

We describe Bayesian probabilistic approach to estimating the properties of stars and the interstellar extinction law based on photometric observations and using prior data about the parameters of the stars. The accuracy of the resulting estimates is analyzed in the case of SDSS and 2MASS surveys. We found that our estimates have no systematic deviations in the case of photometric accuracy typical of the surveys considered and errors of prior data of $\Delta T_{\text{eff}} = \pm 150 \text{ K}$ and $\Delta_{\text{lg}g} = \pm 0.5$. Note that the error of the estimated interstellar extinction A_0 is of about $0^{\text{m}}3$, and the error of the R_0 estimate depends on extinction and is close 0.2 for moderate A_0 values. The fractional error of the estimated stellar angular diameters is close to 10%. A possible application of our approach is to determine the dependence of interstellar extinction on distance using stars closely located in the same sky area.

Keywords: *dust, extinction—stars: fundamental parameters—methods: statistical—techniques: photometric*