

О НЕКОТОРЫХ ДОПУЩЕНИЯХ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ О ВЫСВЕЧИВАНИИ НЕРАВНОВЕСНОГО ГАЗА

А. А. Коровяковская

Рассмотрена допустимость двух предположений, вводимых при решении задач о высвечивании неравновесного газа, о стационарности поля излучения в линии L_α и о приемлемости соотношений, справедливых при термодинамическом равновесии. Показано, что в процессе высвечивания характер изменения электронной температуры, степени ионизации, населенностей первого и второго уровней атома водорода не зависят от начального числа L_α -квантов в среде.

A possibility of two assumptions is considered which are introduced in solving the problems of a nonequilibrium gas radiation, stationarity of the field of radiation in L_α line, and acceptability of the relations true of thermodynamic equilibrium. It is shown that in the process of radiation the character of variations of the electron temperatures, degree of ionization, populations of the first and second energy levels of hydrogen is independent of the initial number of L_α -quanta in the medium.

Многие нестационарные явления в излучении звезд (вспышки звезд типа UVCet, новых, сверхновых) можно объяснить высвечиванием вещества за фронтом ударной волны, где температура газа резко повышается и соответственно нарушается тепловой баланс в среде. Газ, излучая, теряет энергию до тех пор, пока не достигает равновесного состояния. Быстрые электроны, получившие энергию от тяжелых частиц, тратят ее на ионизацию и возбуждение атомов, которые вновь излучают ее при рекомбинациях, спонтанных переходах и переходах на более низкие уровни под действием электронных ударов и излучения. При численном решении задач, связанных с высвечиванием неравновесного газа, приходится сталкиваться с трудностью, обусловленной большим различием между значениями вероятностей радиативных и ударных процессов: при решении подобных задач стандартными методами требуется большой объем времени вычислений на ЭВМ.

При интерпретации вспышек звезд типа UVCet в [1] было сделано предположение о стационарности поля излучения в линии L_α , которое значительно (≈ 10 раз) сокращает время счета на ЭВМ. Там же была оценена корректность такого предположения, однако скоротечность процессов во вспышках требует более детального его исследования.

При решении задач радиативной газовой динамики указанное предположение становится недостаточным, так как, кроме трудности, связанной с большими затратами времени на вычисления, возникает трудность, обусловленная ограниченностью оперативной памяти ЭВМ, вследствие этого было бы уместно оценить возможность использования здесь соотношений, справедливых при термодинамическом равновесии (формулы Саха и Больцмана).

Цель настоящей работы заключается в том, чтобы определить влияние предположения о стационарности поля излучения в линии L_α на решение

задачи о высвечивании неравновесного газа и оценить возможность использования термодинамических соотношений (формул Саха и Больцмана). В работе также рассмотрен вопрос о влиянии на решение начального числа L_α -квантов в среде.

Уравнения

Рассмотрим водородную плазму, прозрачную в бальмеровском континууме и оптически толстую в бальмеровских линиях. Принимается упрощенная трехуровневая модель атома водорода (третий уровень соответствует состоянию ионизации). При этом интенсивность излучения в континууме определяется следующим образом:

$$J = n_e^2 S(T_e), \quad (1)$$

где n_e — концентрация электронов, $S(T_e)$ — функция источника, обусловленная свободно-свободными переходами и рекомбинациями электронов. При определении интенсивности излучения в каждый момент времени необходимо знать степень ионизации и электронную температуру. Система уравнений, описывающая изменение во времени населенностей первого (n_1) и второго (n_2) уровней, концентрации электронов (n_e), числа L_α -квантов (n_α) и электронной температуры (T_e), будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= n_2 n_e q_{21}(T_e) - n_1 n_e [q_{12}(T_e) + q_{1c}(T_e)] - n_2 [A_{21} + B_{21} \rho_{12}(T_e)] - n_1 B_{12} \rho_{12}, \\ \frac{dn_2}{dt} &= n_e^2 C(T_e) + n_1 n_e q_{12}(T_e) - n_2 n_e [q_{21}(T_e) + q_{2c}(T_e)] - \\ &\quad - n_2 n_\alpha \tilde{q}_{2c} - n_2 [A_{21} + B_{21} \rho_{12}(T_e)] + n_1 B_{12} \rho_{12}, \\ \frac{dn_e}{dt} &= -n_e^2 C(T_e) + n_1 n_e q_{1c}(T_e) + n_2 n_e q_{2c}(T_e) + n_2 n_\alpha \tilde{q}_{2c}, \\ \frac{dn_\alpha}{dt} &= n_2 [A_{21} + B_{21} \rho_{12}(T_e)] - n_1 B_{12} \rho_{12}(T_e) - n_2 n_\alpha \tilde{q}_{2c}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} k T_e n_e \right) &= -n_e^2 [\varepsilon^{ff}(T_e) + \varepsilon C(T_e)] - n_e n_1 \left[\sum_{n=2}^{\infty} q_{1n}(T_e) \chi_n + q_{1c}(T_e) \chi_0 \right] - \\ &\quad - n_e n_2 \left[\sum_{n=3}^{\infty} q_{2n}(T_e) (\chi_n - \chi_2) + q_{2c}(T_e) (\chi_0 - \chi_2) \right] + \\ &\quad + h\nu_{12} n_e n_2 q_{21}(T_e) + \frac{2}{3} h\nu_{12} n_\alpha n_2 \tilde{q}_{2c}(T_e). \end{aligned}$$

Здесь q_{in} , q_{ic} — коэффициенты возбуждения и ионизации атома водорода электронным ударом из i -го состояния, \tilde{q}_{2c} — коэффициент ионизации атома водорода из второго состояния L_α -квантом, A_{21} , B_{21} , B_{12} — эйнштейновские коэффициенты, ρ_{12} — плотность излучения L_α -квантов, $C[T_e] = \sum_{i=2}^{\infty} C_i(T_e)$ — эффективный коэффициент рекомбинации, * ε , ε^{ff} — энергия электрона при рекомбинациях и свободно-свободных переходах, χ_n , χ_0 — потенциалы возбуждения и ионизации соответственно. Обозначим правую часть уравнения, описывающего изменение энергии электронного газа, через M . Систему (2) необходимо дополнить общим интегралом

$$n_e + n_1 + n_2 = n_0, \quad (3)$$

где n_0 — общее число тяжелых частиц в 1 см^3 газа ($n_e = n^+$).

* Считается, что рекомбинации на первый уровень компенсируются ионизациями из основного состояния диффузным L_α -излучением.

При использовании предположения о стационарности поля излучения в линии L_α

$$n_2 A_{21} + n_2 B_{21} \rho_{12} = n_1 B_{12} \rho_{12}, \quad (4)$$

и после несложных преобразований система (2) может быть приведена к виду, где правые части уравнений будут состоять только из членов, характеризующих ударные процессы:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn_e}{dt} &= -\bar{n}_e^2 C(T_e) + n_1 n_e Q_{1c}(T_e) + n_2 n_e Q_{2c}(T_e) + n_2 n_\alpha \bar{q}_{2c}, \\ \frac{dz}{dt} &= n_e^2 C(T_e) + n_1 n_e Q_{12}(T_e) + n_2 n_e [Q_{21}(T_e) + Q_{2c}(T_e)] - 2\bar{n}_2 n_\alpha \bar{q}_{2c}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} k T_e n_e \right) &= M, \\ n_\alpha &= (-a + \sqrt{a^2 - 24z \sqrt{T_e} \cdot 10^{10}}) / 10, \\ n_2 &= z - n_\alpha, \quad n_1 = n_0 - n_e - n_2, \\ a &= 1.2 \cdot 10^{10} \sqrt{T_e} + 4n_0 - 4n_e - 5z. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Путем использования соотношений, справедливых при термодинамическом равновесии (формул Саха и Больцмана), и общего интеграла (3) система уравнений (2) может быть приведена к следующему виду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} k T_e n_e \right) &= M - \frac{2}{3} h \nu_{12} n_\alpha n_2 \bar{q}_{2c}, \\ n_e &= (-a + \sqrt{a^2 + 4abn_0}) / (2b), \\ n_1 &= (n_0 - n_e) / (1 + 4 \exp(-117900/T_e)), \\ n_2 &= 1 - n_e - n_1, \\ a &= 2.24 \cdot 10^{15} T_e^{3/2} \exp(-157200/T_e), \\ b &= \exp(157200/T_e) + 4 \exp(39300/T_e). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Решение

Системы уравнений (2), (5) и (6) были приведены к безразмерному виду и решались методом Рунге—Кутты третьего порядка для одних и тех же начальных условий: $T_e = 50000^\circ \text{K}$, $n_e = 0.99 n_0$, $n_0 = 10^{14} \text{см}^{-3}$, $n_\alpha = 10^{-3} n_0$. Начальные значения n_2 и n_1 находились из общего интеграла (3) и предположения (4). На рис. 1—4 представлены решения систем уравнений (2), (5), (6).

Обсудим прежде всего влияние на решение предположения о стационарности поля излучения в линии L_α . Так как основными параметрами при определении интенсивности излучения являются степень ионизации и температура, то различие во времени высвечивания газа, описанного системами дифференциальных уравнений (2) и (5), может быть оценено из решений, полученных для n_e и T_e (рис. 1 и 2). Как видно из рисунков, соотношение (4) предполагает более быстрое высвечивание газа. Максимальное различие во времени Δt^* для электронной температуры составляет $3 \cdot 10^{-3}$ сек., для степени ионизации — $3.5 \cdot 10^{-3}$ сек., что почти на порядок меньше времени установления равновесного состояния. Поскольку минимальное время, необходимое для единичного отсчета при фотоэлектрических наблюдениях вспышек звезд типа UVCet, для звездной величины $m=12.6$ составляет 0.2 сек. [2], то использование предположения о стационарности поля излучения в линии L_α представляется в данном случае вполне корректным. Время счета при этом сокращается в 5—10 раз.

* Здесь имеется в виду различие во времени при равных значениях той или иной величины.

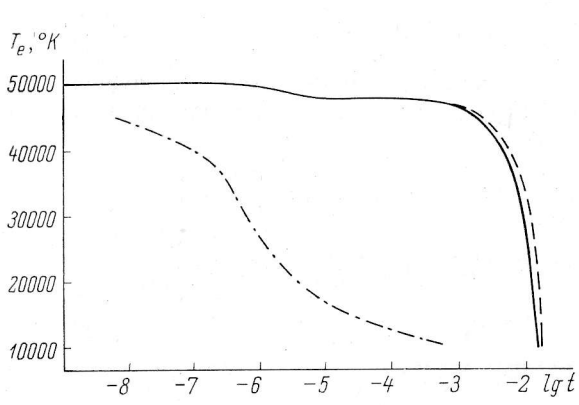


Рис. 1. Изменение электронной температуры в зависимости от времени.

Сплошная линия — решение с предположением о стационарности поля излучения в линии L_α (4), штрихпунктирная — с использованием термодинамических соотношений, штриховая — решение системы (2).

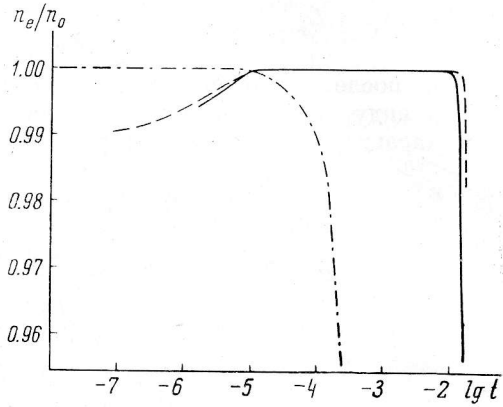


Рис. 2. Изменение степени ионизации в зависимости от времени.

Обозначения те же, что и на рис. 1.

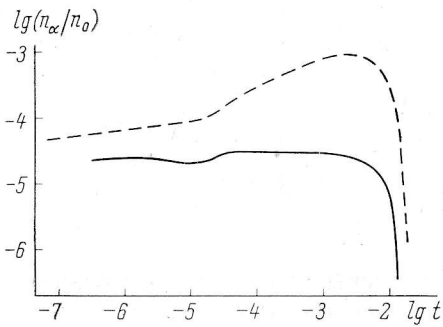


Рис. 3. Изменение числа L_α -квантов в процессе высвечивания в зависимости от времени.

Обозначения те же, что и на рис. 1.

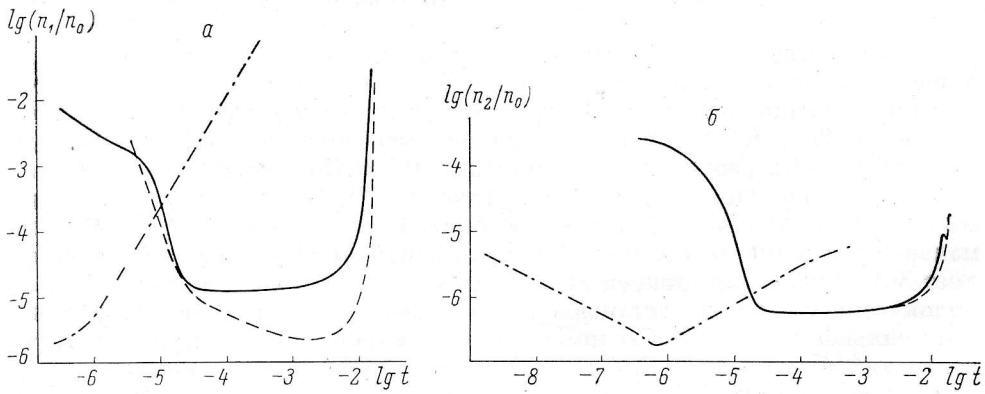


Рис. 4. Изменения населенностей первого (а) и второго (б) уровней водорода в зависимости от времени.

Обозначения те же, что и на рис. 1.

Решение, представленное на рис. 3, показывает, что предположение (4) существенным образом влияет на количество L_α -квантов в среде; последние способствуют более быстрому повышению степени ионизации (рис. 2) и дополнительному нагреву вещества за счет ионизации атома водорода из второго состояния. По-видимому, различие во времени высвечивания полностью определяется избытком L_α -квантов, полученным при решении системы (2) по сравнению с решением системы (5).

Следует отметить также, что населенность основного состояния атома водорода (n_1), полученная из решения системы уравнений (2), на порядок ниже, чем полученная из решений системы (5), где предполагается стационарность поля излучения в линии L_α . Как видно из рис. 3, 4, *a*, имеется четкая зависимость n_1 от числа L_α -квантов в среде. В данном случае, по-видимому, определяющую роль играют переходы между первым и вторым состояниями атома за счет возбуждения L_α -квантами. Указанные различия в населенностях уровней атома водорода и числа L_α -квантов позволяют сделать вывод о том, что использование предположения о стационарности поля излучения в линии L_α некорректно при решении задач о населенностях уровней атома и количестве энергии, излучаемой в линиях.

Исследование систем уравнений (2) и (5) на зависимость от начального значения числа L_α -квантов в среде показало, что обе системы нечувствительны к этому параметру.

На рис. 1—4 штрих-пунктирной линией представлено решение системы уравнений (6) с использованием соотношений, справедливых при термодинамическом равновесии. Время установления равновесного состояния в данном случае на несколько (≈ 2) порядков отличается от времени, полученного из решения систем уравнений (2) и (5). Следовательно, к использованию термодинамических соотношений в задачах о высвечивании вещества необходимо относиться очень осторожно. Соотношения, справедливые при термодинамическом равновесии, по-видимому, можно использовать лишь для получения качественной картины высвечивания вещества за фронтом ударной волны, распространяющейся по газу. В данном случае время высвечивания среды будет полностью определяться временем прохождения в ней ударной волны. Если при этом имеется градиент плотности, то теоретическая кривая блеска будет иметь наибольшее отклонение от наблюдаемой в области малых плотностей. Если рассматривать высвечивание газа за фронтом ударной волны, распространяющейся в атмосфере звезды наружу, то восходящая и нисходящая ветви теоретической кривой блеска будут круче, чем у наблюдаемой, т. е. возгорание и угасание вспышки, полученное из теоретических расчетов, будет более быстрым.

Как указывалось в [1], определяющим параметром времени высвечивания вещества является его концентрация (n_0). Можно ожидать, что отношение $\Delta t/t$, оцененное выше, не изменится существенным образом с изменением начальной плотности вещества, так как характер высвечивания при разных плотностях остается тем же. Плотность, выбранная в данной работе ($n_0 = 10^{14}$ см $^{-3}$), не случайна. Во-первых, это характерная плотность для хромосфер звезд, где, согласно [3, 4], возникают вспышки, во-вторых, время решения системы уравнений (2) сильно зависит от плотности вещества — чем ниже плотность, тем большее требуется время.

Выводы

1. Предположение о стационарности поля излучения в линии L_α в среде с нестационарными свойствами вполне приемлемо при решении задач о высвечивании газа.

2. Начальное значение числа L_α -квантов в среде не влияет на решение задачи.

3. Соотношения, справедливые при термодинамическом равновесии, могут быть использованы лишь в очень ограниченном круге задач, связанных с высвечиванием неравновесной среды (годятся лишь для качественных оценок).

Литература

1. А. А. Коровяковская, Ю. П. Коровяковский, *Астрофиз. исслед.* (Изв. САО), 3, 101, 1971.
2. Thomas J. Moffett, *Nature*, 240, No. 98, 41, 1972.
3. Р. Е. Гершберг, *Астрофизика*, 6, вып. 2, 191, 1971.
4. А. А. Коровяковская, *Астрофизика*, 8, вып. 2, 247, 1972.