

УДК 520.872:524.38

## АНАЛИТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ НАКЛОНЕНИЯ, ДОЛГОТЫ ВОСХОДЯЩЕГО УЗЛА И БОЛЬШОЙ ПОЛУОСИ ОРБИТ СПЕКТРАЛЬНО-ДВОЙНЫХ ЗВЁЗД ПО ОДНОМУ СПЕКЛ-ИЗМЕРЕНИЮ И ПАРАЛЛАКСУ

© 2014 Х. А. Докобо<sup>1,2\*</sup>, П. П. Кампо<sup>1</sup>, М. Андраэ<sup>1,3</sup>, Е. П. Хорч<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Обсерватория Р. М. Аллер, университет Сантьяго-де-Компостела,  
Сантьяго-де-Компостела, 15782 Испания

<sup>2</sup>Факультет математики университета Сантьяго-де-Компостела,  
Сантьяго-де-Компостела, 15782 Испания

<sup>3</sup>Высшая политехническая школа, университет Сантьяго-де-Компостела, Люго, 27002 Испания

<sup>4</sup>Университет Южного Коннектикута, Нью-Хейвен, СТ06515 США

Поступила в редакцию 11 июля 2014 года; принята в печать 17 сентября 2014 года

Хорошо известно, что для орбит спектрально-двойных звезд наклонение, долгота восходящего узла и большая полуось остаются неопределенными, поэтому основная цель данного исследования — создать аналитическую методологию вычисления этих параметров для спектрально-двойных систем, как с одиночными линиями (SB1), так и с двойными (SB2). Другими словами, цель — определить их «трехмерные» орбиты по единственному спекл-измерению ( $\rho$ ,  $\theta$ ,  $t$ ) и параллаксу ( $\pi$ ). Кроме того, можно получить оценки индивидуальных масс для каждой системы. Предложенный алгоритм был успешно применен к системам SB1: YSC 148 (HD 37393) и CHR 225 (HD 34318) и к системам SB2: LSC 1 Aa1,2 (HD 200077) и Mkt 11 Aa, Ab (HD 358). В последнем случае были использованы предварительно определенные спектроскопическая и визуальная орбиты для сравнения полученных по ним результатов с нашими результатами. Представленная методика особенно интересна для случаев, когда разрешить спектрально-двойную возможно только оптическими методами в зонах максимального углового удаления, что сводит на нет пользу от длительных наблюдений для вычисления визуальной орбиты.

Ключевые слова: *методики: высокое угловое разрешение — методики: интерферометрические — двойные*

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что двойные звезды представляют собой фундаментальный источник информации о различных звездных параметрах, прежде всего о массах. На основе орбит визуально-двойных звезд (которые определяются семью орбитальными элементами: периодом, временем прохождения перицентра, эксцентриситетом, большой полуосью в угловых секундах, наклонением, долготой восходящего узла и аргументом перицентра), зная параллакс системы, можно определить сумму масс компонентов по третьему закону Кеплера. Тем не менее получить массу отдельно для каждого компонента возможно только в некоторых случаях, когда имеются орбиты относительно центра масс. Нужно сказать, что точность измерения

параллакс на сегодняшний день (определенных астрометрическим спутником Hipparcos с более высокой точностью по сравнению с той, что была доступна ранее), а также больших полуосей орбит и периодов, позволила вычислить полную массу многих систем с гораздо меньшими ошибками, чем было возможно раньше. Точность будет несомненно улучшена в дальнейшем благодаря результатам миссии Gaia.

Аналогично за последние десятилетия были созданы эмпирические калибровки, позволяющие исследователям получать отношение масс по разности блеска компонентов (см., например, [1–4]), что при отсутствии дополнительной информации помогает в вычислении индивидуальных масс, по крайней мере, для конкретных классов светимости.

Из орбит спектрально-двойных систем с двойными линиями (SB2) можно получить отношение масс компонентов. С другой стороны, для систем с

\*E-mail: joseange1.docobo@usc.es

одиночными линиями (SB1) можно получить лишь оценку данного коэффициента, пользуясь так называемой функцией масс. В спектроскопических орбитах (вычисленных по лучевым скоростям), в отличие от визуально-двойных, ни наклонение, ни долгота восходящего узла нам неизвестны, а большая полуось задается в километрах, но умножается на синус наклонения.

Ясно, что если известны визуальная орбита и спектроскопическая орбита с двойными линиями, мы имеем не только полный набор орбитальных элементов, но и индивидуальные массы и, более того, значение орбитального параллакса, полученное непосредственно из значения большой полуоси в угловых секундах (из визуальной орбиты) и в астрономических единицах (из спектроскопической орбиты и по наклонению визуальной орбиты).

По этой причине, с тех пор как в начале семидесятых исследователи начали оперировать такими методами высокого разрешения, как спекл-интерферометрия, стояла четкая задача попытаться оптически разрешить спектрально-двойные системы с целью получения максимальной информации об их компонентах. Работы основоположников (например, [5–12]) были продолжены многими другими исследователями, которым удалось разрешить спектрально-двойные системы инновационными методами.

Однако бывают случаи, когда разрешить спектрально-двойную возможно только в зонах максимального углового разделения (сильно наклоненные орбиты, орбиты с высоким эксцентриситетом, и т.п.), что делает невозможным получение наблюдательных данных, достаточных для вычисления визуальной орбиты. Не только в таких ситуациях, но также и в общем случае возникает математическая задача. Нужно вычислить наклонение, долготу восходящего узла и большую полуось в секундах дуги, используя только необходимые и достаточные данные, например, позиционный угол  $\theta$  с соответствующим угловым удалением  $\rho$  и параллакс  $\pi$ . Первые две величины получаются путем высокоточного спекл-измерения. Более того, данные о разности блеска компонентов  $\Delta m = m_2 - m_1$ , также полученные регистрацией спекл-изображений, будут использованы для оценки соотношения масс компонентов в случае спектрально-двойных с одиночными линиями.

Для решения предлагаемой задачи мы представляем аналитический алгоритм, который был успешно протестирован для случаев, когда наклонение, долгота восходящего узла и большая полуось были предварительно определены из визуальных и спектроскопических орбит этих систем.

Настоящая статья структурирована следующим образом: за Введением следует раздел 2, где представлены используемая система обозначений и

оригинальный алгоритм. Мы применяем метод к четырем реальным случаям (раздел 3). Первые два (разделы 3.1 и 3.2) соответствуют спектрально-двойным с одиночными линиями, два других (разделы 3.3 и 3.4) — спектрально-двойным с двойными линиями. Наконец, выводы данного исследования обсуждаются в разделе 4.

## 2. ПРЕДЛАГАЕМЫЙ АЛГОРИТМ

Как обычно, мы будем пользоваться следующей терминологией при рассмотрении элементов орбиты, масс, величин и других переменных и параметров:

- $M_i$  — масса компонента  $i$  ( $i = 1$  для главной звезды,  $i = 2$  для вторичной звезды);
- $\alpha = \frac{M_1}{M_2}$ ;
- $m_i$  — видимая величина компонента  $i$ ;
- $\pi$  — параллакс в секундах дуги;
- $P$  — орбитальный период;
- $T$  — время прохождения перицентра;
- $e$  — эксцентриситет;
- $a_i$  — большая полуось орбиты компонента  $i$  относительно центра масс ( $a_i''$  в угловых секундах,  $\bar{a}_i$  в единицах расстояния);
- $\bar{A}_i = \bar{a}_i \sin I$ ;
- $a$  — большая полуось относительной орбиты ( $a''$  в угловых секундах,  $\bar{a}$  в единицах расстояния);
- $I$  — наклонение;
- $\Omega$  — долгота восходящего узла;
- $\omega_i$  — аргумент перицентра орбиты компонента  $i$  относительно центра масс;
- $t$  — независимая переменная «время»;
- $M, E, f$  — средняя, эксцентрическая и истинная аномалии соответственно;
- $r$  — радиус-вектор между звездами;
- $\theta$  — позиционный угол;
- $\rho$  — угловое удаление.

Спектрально-двойная с одиночными линиями, для которой известны орбита и полный спектр, задается элементами  $P, T, e, \bar{A}_1$  и  $\omega_1$ .

Когда определенное значение  $\alpha$  фиксируется как функция спектрального класса и разности блеска компонентов, для каждого значения  $I$  мы вычисляем большую полуось  $\bar{a}_1$ , пользуясь

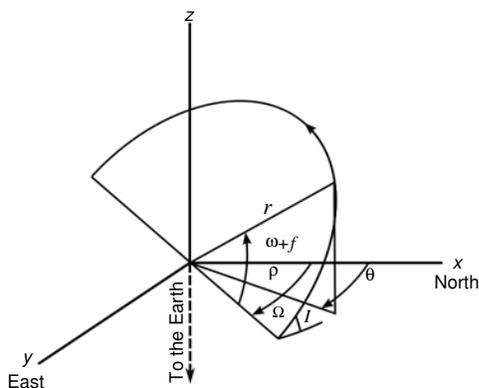


Рис. 1. Истинная и видимая орбиты.

$\bar{a}_1 = \frac{\bar{A}_1}{\sin I}$  и  $\bar{a}_2 = \bar{a}_1 \alpha$ . Таким образом,  $\bar{a} = \bar{a}_1 + \bar{a}_2$ .  
Выражение

$$M_1 + M_2 = \bar{a}^3 \frac{1}{P^2} \quad (1)$$

дает нам сумму масс компонентов, которая вместе со значением, использованным для  $\alpha$ , дает отдельные массы.

Соответствующие значения  $\bar{a}_1$  и  $\bar{a}_2$  в секундах дуги можно определить умножением на параллакс, т.е.  $a_1'' = \pi \bar{a}_1$ ,  $a_2'' = \pi \bar{a}_2$ , а, значит,  $a'' = a_1'' + a_2''$  дает нам большую полуось относительного движения в секундах дуги. С другой стороны, если  $t$  — момент спекл-наблюдения ( $\theta$ ,  $\rho''$ ), то значение  $f$  вычисляется для того же момента (как обычно, из средней и эксцентрической аномалий), и тогда

$$r'' = \frac{a''(1 - e^2)}{1 + e \cos f}.$$

Наконец, учитывая соотношения между координатами ( $r$ ,  $f$ ) истинной орбиты и соответствующими координатами ( $\rho$ ,  $\theta$ ) видимой орбиты (см. рис. 1), полученные результаты представляют собой известные выражения:

$$\begin{aligned} \rho'' \cos(\theta - \Omega) &= r'' \cos(\omega + f), \\ \rho'' \sin(\theta - \Omega) &= r'' \sin(\omega + f) \cos I, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\omega = \omega_2 = 180^\circ + \omega_1$ .

Последние выражения, использованные в обратном порядке, как это обычно делается при вычислении визуальных эфемерид, позволяют нам успешно определить углы  $\Omega$  и  $I$  и таким образом закончить математический процесс. Решением будет разность между вычисленным и начальным наклонами ниже определенного значения. В случае если решение не найдено, следует использовать другое значение  $\alpha$ : сначала значение, близкое к нему, всегда учитывая известный спектральный

класс и  $\Delta m$ . Другой вопрос в том, что значения  $\bar{a}$  (или  $a''$ ),  $I$  и  $\Omega$ , которые завершают трехмерную орбиту — это те, что задаются найденным решением.

Необходимо помнить, что значение  $I$  входит в вычисления через синус, для которого мы изначально не можем сделать различие между  $I$  и  $180^\circ - I$ , т.е., между прямым и обратным движением. Другими словами, мы получаем два возможных значения наклона и соответствующие им значения долготы восходящего узла. Тем не менее, это не влияет на определение масс и решается позже, путем проведения дополнительных спекл-измерений для определения направления орбиты.

Очевидно, если спектрально-двойная принадлежит к типу с двойными линиями, значение  $\alpha$  задается  $\bar{A}_2/\bar{A}_1 = M_1/M_2$  и, следовательно, изначально известно из орбитальных элементов.

Иногда на практике возможны ситуации, когда ни для одной пары ( $\alpha$ ,  $I$ ) не удастся найти значения, дающие массы, согласующиеся со спектральным классом и разностью блеска. Более того, может получиться так, что не окажется такого наклона, для которого начальные и конечные значения совпадают. В этих случаях проблема может быть вызвана недостатком точности в спекл-измерении, в элементах спектроскопической орбиты или в параллаксе.

Может также случиться, что если спекл-наблюдение было проведено близко к узлам орбиты, то выражения (2) вырождаются, но это происходит только изредка. Это можно предотвратить, так как известно, что моменты прохождения компонентов через узлы совпадают с максимумом и минимумом кривых радиальных скоростей. В этом случае, нужно воспользоваться следующей процедурой. Время прохождения через восходящий узел соответствует моменту, когда радиальная скорость вторичного компонента максимальна (или когда радиальная скорость основного компонента минимальна). В этот момент  $r = \rho$  и  $\Omega = \theta$ . В данном конкретном случае общий алгоритм должен быть заменен на

$$\begin{aligned} I &\rightarrow \bar{a} \rightarrow a'', \\ t &\rightarrow M \rightarrow E \rightarrow f \rightarrow r''. \end{aligned}$$

Наклоном орбиты будет угол, для которого совпадают  $r$  и  $\rho$ . Отметим, что если спекл-измерение соответствует максимуму радиальной скорости главного компонента, то восходящий узел будет  $\Omega = 180^\circ - \theta$ .

Для того чтобы вычислить ошибки связанные с неизвестными орбитальными элементами, а именно с долготой восходящего узла и наклоном, а также с массами, мы рассматриваем их как функцию нескольких переменных. Они включают в

**Таблица 1.** Первичные результаты для системы YSC 148

Начальное значение $I$ , deg	$\Omega$ для $I$ , deg	$\Omega$ для $180^\circ - I$ , deg	Конечное $I$ , deg	Конечное $180^\circ - I$ , deg	$a$ , arcsec	$M_1$ , $M_\odot$	$M_2$ , $M_\odot$
5	—	—	—	—	1.279	463.68	295.07
10	—	—	—	—	0.642	58.63	37.31
15	306.6	271.6	84.8	95.2	0.431	17.71	11.27
20	332.9	245.3	74.0	106.0	0.326	7.67	4.88
25	343.3	234.8	66.4	113.6	0.264	4.07	2.59
30	349.5	228.7	59.5	120.5	0.223	2.46	1.56
35	353.6	224.6	52.9	127.1	0.194	1.63	1.03
40	356.5	221.7	46.2	133.8	0.173	1.16	0.73
45	358.7	219.5	39.4	140.6	0.158	0.87	0.55
50	0.3	217.9	32.3	147.7	0.145	0.68	0.43
55	1.6	216.6	24.4	155.6	0.136	0.56	0.35
60	2.5	215.7	14.6	165.4	0.129	0.47	0.30
65	3.3	214.9	—	—	0.123	0.41	0.26
70	3.9	214.3	—	—	0.119	0.37	0.23
75	4.3	213.9	—	—	0.115	0.34	0.22
80	4.6	213.6	—	—	0.113	0.32	0.20
85	4.7	213.4	—	—	0.112	0.31	0.20
90	4.8	213.4	—	—	0.111	0.31	0.19

**Таблица 2.** Результаты для системы YSC 148 (второй этап)

Начальное значение $I$ , deg	$\Omega$ для $I$ , deg	$\Omega$ для $180^\circ - I$ , deg	Конечное $I$ , deg	Конечное $180^\circ - I$ , deg	$a$ , arcsec	$M_1$ , $M_\odot$	$M_2$ , $M_\odot$
40	356.5	221.7	46.2	133.8	0.173	1.15	0.73
41	357.0	221.2	44.8	135.2	0.170	1.08	0.69
42	357.5	220.7	43.5	136.5	0.166	1.02	0.65
43	357.9	220.3	42.1	137.9	0.163	0.97	0.61
44	358.3	219.9	40.7	139.2	0.160	0.91	0.58
45	178.7	39.5	39.4	140.6	0.158	0.87	0.55

**Таблица 3.** Результаты с другими значениями  $\alpha$  для системы YSC 148

$\alpha$	$I$ , deg	$180^\circ - I$ , deg	$\Omega$ для $I$ , deg	$\Omega$ для $180^\circ - I$ , deg	$a$ , arcsec	$M_1$ , $M_\odot$	$M_2$ , $M_\odot$
1	35	145	359.5	218.7	0.151	0.63	0.63
1.25	39	141	359.0	219.1	0.155	0.75	0.60
1.0/0.7 = 1.429	41	139	358.3	219.9	0.160	0.89	0.62
1.2/0.7 = 1.714	44	136	357.0	221.1	0.169	1.11	0.65
2	47	133	355.9	222.3	0.178	1.36	0.68
2.5	52	128	353.8	224.3	0.192	1.85	0.74

себя набор промежуточных переменных: среднюю, эксцентрическую и истинную аномалии, а также расстояние и большую полуось в астрономических единицах. Одновременно эти параметры рассматриваются как функция еще одного набора начальных переменных или данных: периода, времени прохождения перицентра, эксцентриситета, аргумента перицентра, проекции большой полуоси (или предполагаемых масс в случае SB1) и параллакса, в дополнение к наблюдаемым позиционному углу и угловому удалению на данную эпоху.

Далее мы предполагаем, что значение каждой начальной/промежуточной переменной представляет собой среднее значение нормального распределения, а соответствующая ошибка — стандартное отклонение  $\sigma$ . Наконец мы описываем ошибки через линеаризованную модель, используя ряд Тейлора.

### 3. ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ АЛГОРИТМА

#### 3.1. Система YSC 148 = HD 37393 = HIP 27246 = WDS 05465+7437

Согласно [13] существует следующая орбита для этой системы SB1, комбинированный спектр которой принадлежит к классу G0:

$$\begin{aligned} P &= 4072^d \pm 91^d = 11.15 \pm 0.25 \text{ лет,} \\ T &= 49649 \pm 60 \text{ RJD} = 2005.96 \pm 0.16, \\ e &= 0.326 \pm 0.032, \\ \bar{A}_1 &= 2.30797 \times 10^8 \pm 9.4 \times 10^6 \text{ км,} \\ \omega_1 &= 318^\circ 5 \pm 5^\circ 4. \end{aligned}$$

Эта двойная была разрешена два раза [14], и были получены следующие значения:

$t$	$\theta$ , deg	$\rho$ , arcsec	$\Delta m$
2009.7538	$289.1 \pm 0.9$	$0.154 \pm 0.003$	$2.83 \pm 0.10$
2009.7647	$290.1 \pm 0.9$	$0.160 \pm 0.003$	$3.32 \pm 0.14$

Начнем работу с первым измерением  $t = 2009.7538$ .

Разность блеска в  $2^m 83$  позволяет разделить спектральный класс G0 на F9 V + K4 V что в предположении о нахождении обоих компонентов на главной последовательности дает приблизительные массы  $1.10 \pm 0.10 M_\odot$  и  $0.70 \pm 0.10 M_\odot$ . Параллакс по измерениям Hipparcos для этой системы составляет  $\pi = 28.10 \pm 0.79 \text{ mas}$ .

Таким образом, мы начали объяснение с параметра  $\alpha = 1.57 (1.10/0.70) \pm 0.27$ . Для иллюстрации процесса мы приписывали значения к  $I$  каждые  $5^\circ$  а затем, после получения границ решения, каждый  $1^\circ$ .

В таблице 1 представлены результаты, полученные с применением алгоритма, предложенного в разделе 2. Соответствующие значения перечислены ниже:

- первая колонка: начальное наклонение со значениями, взятыми через каждые  $5^\circ$ , между  $0^\circ$  и  $90^\circ$ ;
- вторая и третья колонки: значения, вычисленные для восходящего узла относительной орбиты для  $I$  и  $180^\circ - I$  соответственно;
- четвертая и пятая колонки: конечное наклонение; значения вычислены с использованием алгоритма для  $I$  и  $180^\circ - I$ ;
- шестая колонка: значение большой полуоси относительной орбиты в секундах дуги;
- седьмая и восьмая колонки: значения полученных индивидуальных масс в солнечных массах.

Из таблицы 1 видно, что наклонение, для которого совпадают начальное и конечное значения, находится в интервале между  $40^\circ$  и  $45^\circ$  (или между  $140^\circ$  и  $135^\circ$ ). Корректируя интервал до  $1^\circ$ , мы получили значения, представленные в таблице 2.

Решение будет близко к  $43^\circ$ . Чтобы получить решение с повышенной точностью уменьшать интервал можно было и дальше, но при учете ошибок входных данных не имеет смысла пытаться достигнуть такого высокого уровня точности. Следовательно мы можем принять значения  $I = 43^\circ \pm 28^\circ$  или  $I = 137^\circ \pm 28^\circ$ . В этом случае ошибка оценки наклона высока, потому что достаточно велика погрешность аргумента перицентра (спектроскопической орбиты), что приводит к накоплению ошибок. Конкретно ошибка  $\omega_1$  обуславливает 54% погрешности  $I$ .

Долгота восходящего узла для первого случая составляет  $\Omega = 357^\circ 5 \pm 9^\circ 3$ , а для второго —  $\Omega = 220^\circ 3 \pm 9^\circ 3$ . Полученная большая полуось составляет  $0''1646 \pm 0''0030$ , а сумма масс, вычисленная из выражения (1) —  $1.62 \pm 0.10$ . Из этого значения и из  $\alpha = 1.57 \pm 0.27$  получаем индивидуальные массы  $M_1 = 0.99 \pm 0.09 M_\odot$  и  $M_2 = 0.63 \pm 0.08 M_\odot$  каждого компонента. На рис. 2 представлено прямое и обратное движение орбит. В обоих случаях пунктир показывает уже определенную линию узлов.

Если использовать другие значения  $\alpha$ , то будет видно, что при значениях, близких к выбранному, получаются индивидуальные массы, совместимые со спектральными классами. Однако, чем дальше мы удаляемся от этого значения, тем чаще мы будем получать плохо подходящие массы. В таблице 3 представлены решения для разных значений отношения масс ( $\alpha$ ).

На практике алгоритм можно настроить на поиск решения при фиксированном шаге, который

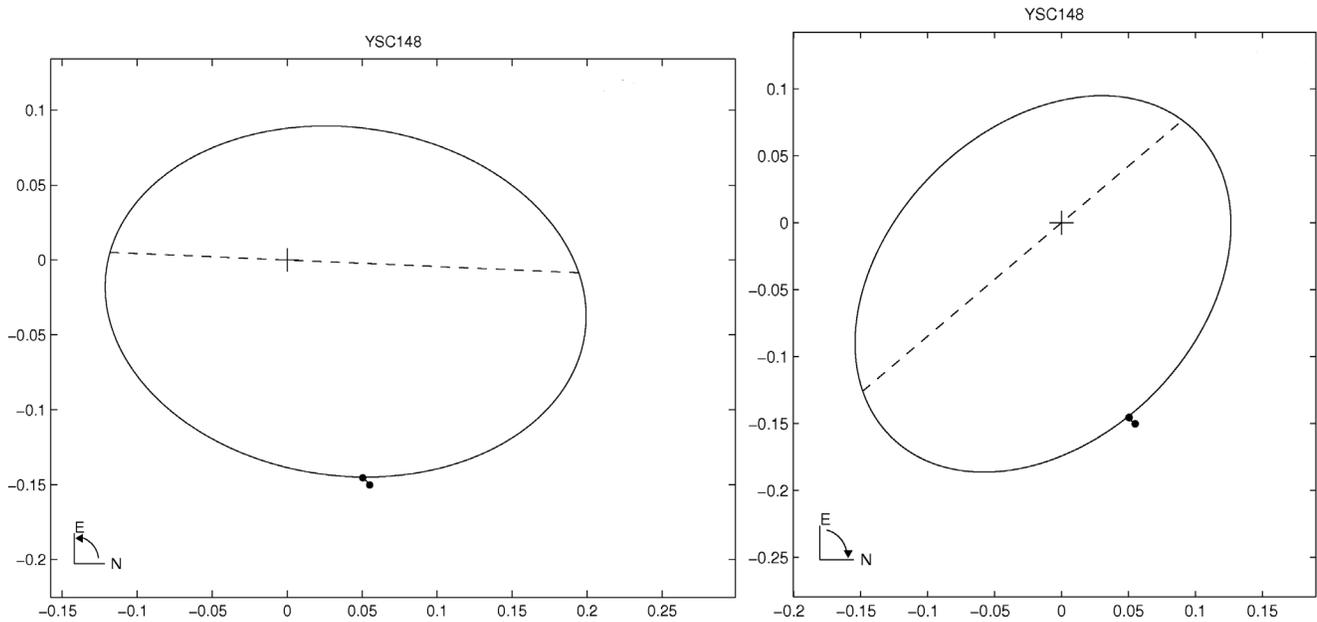


Рис. 2. Орбита системы YSC 148, прямое и обратное движение.

может быть сколь угодно мал. Схема алгоритма представлена на рис. 3. Как видно из диаграммы, мы исходим из начального значения наклоения  $I_0$  и прибавляем шаг  $\Delta I$  до тех пор, пока разность вычисленного и начального значений наклоения ниже определенного предела  $\epsilon$ .

### 3.2. Система CHR 225 = HD 34318 = HIP 24560 = WDS 05162-1121

Эта SB1 система имеет спектроскопическую орбиту, вычисленную [15] со следующими элементами:

$$\begin{aligned}
 P &= 3909^d 7 \pm 6^d 0 = 10.704 \pm 0.016 \text{ лет,} \\
 T &= 46423.9 \pm 5.9 \text{ RJD} = 2018.093 \pm 0.016, \\
 e &= 0.904 \pm 0.004, \\
 \bar{A}_1 &= 4.24305 \times 10^8 \pm 1.3 \times 10^7 \text{ км,} \\
 \omega_1 &= 32^\circ 0 \pm 1^\circ 4.
 \end{aligned}$$

Ее комбинированный спектр — G0, а параллакс по измерениям Hipparcos —  $\pi = 4.38 \pm 0.45$ . Тем не менее в некоторых каталогах, таких как «All-Sky Compiled Catalogue of 2.5 million stars» [16], она приводится как A2–3 V/G8 III, тогда как авторы орбиты считают ее спектр A3/G8 III, основываясь на работе [17]. Таким образом, мы рассматриваем два возможных сценария: первый с одним компонентом, относящимся к главной последовательности, и второй, где обе звезды принадлежат к классу светимости III, что соответствует

$\alpha = 0.77 (2.0/2.6) \pm 0.15$  для первого случая и  $\alpha = 0.88 (2.3/2.6) \pm 0.26$  для второго.

Ниже мы приводим два спекл-измерения, которые существуют для этой двойной; оба получены [18]:

$t$	$\theta, \text{ deg}$	$\rho, \text{ arcsec}$	$\Delta m$
1989.9387	$51.6 \pm 2.5$	$0.061 \pm 0.003$	0.6
1993.0923	$55.7 \pm 2.5$	$0.051 \pm 0.003$	0.6

Результаты, полученные для каждого спектрального класса и каждого измерения, перечислены в таблицах 4 и 5.

Учитывая спектральные классы A3 V + G8 III, невязки составляют:

$t$	Прямое движение		Обратное движение	
	$\Delta\theta, \text{ deg}$	$\Delta\rho, \text{ arcsec}$	$\Delta\theta, \text{ deg}$	$\Delta\rho, \text{ arcsec}$
1989.9387	-0.4	0.000	-0.4	0.000
1993.0923	-7.8	-0.006	15.2	-0.006

Из таблицы 5 мы можем заключить, что первое наблюдение дает значения масс с более высоким уровнем соответствия спектрам в обоих сценариях. Этот вывод может объяснить достаточно большую невязку у второго измерения.

С другой стороны, исходя из наблюдаемых данных, орбита с прямым движением представляется более вероятной, как показано на рис. 4.

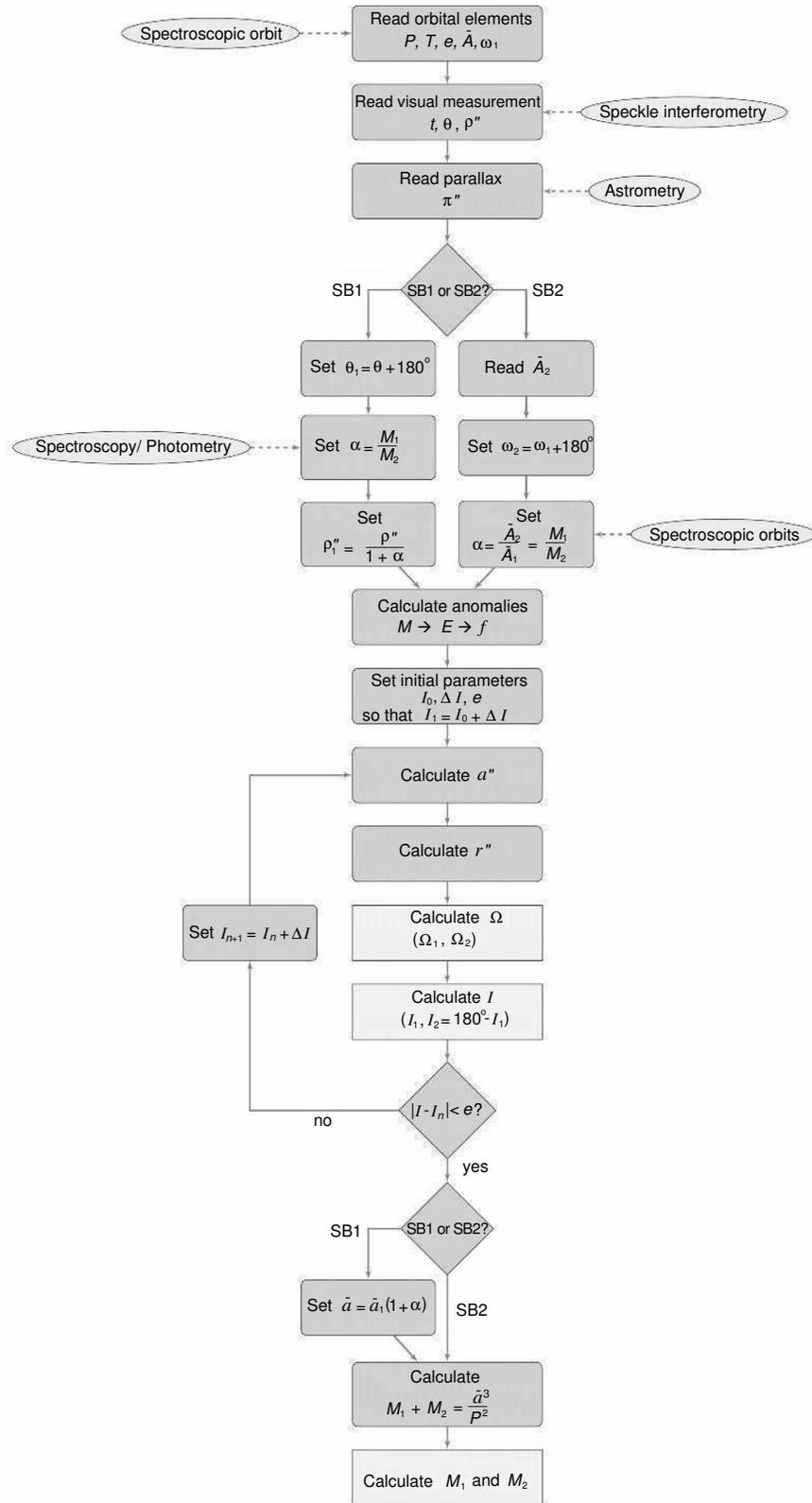


Рис. 3. Схема алгоритма.

3.3. Система LSC 1 Aa1,2 = HD 200077 = HIP 103641 = WDS 20599+4016

Эта система была недавно впервые разрешена [19] методом спекл-интерферометрии со следующими измерениями:

$t$	$\theta$ , deg	$\rho$ , arcsec	$\Delta m$
2012.5738	$257.8 \pm 2.4$	$0.0218 \pm 0.009$	1.20
2012.5738	$256.7 \pm 2.4$	$0.0231 \pm 0.009$	1.21

Так как наблюдения проводились в одно и то же время, мы используем их среднее значение для вычислений.

Для этой двойной существует спектроскопическая орбита с двойными линиями [20] со следующими элементами:

$$\begin{aligned}
 P &= 112^{\text{d}}546 \pm 0^{\text{d}}036 = 0.30813 \pm 0.00010 \text{ лет,} \\
 T &= 46517.6 \pm 0.089 \text{ RJD} \\
 &= 2013.04437 \pm 0.00024, \\
 e &= 0.6565 \pm 0.0038, \\
 \bar{A}_1 &= 3.38782 \times 10^8 \pm 410\,000 \text{ км,} \\
 \bar{A}_2 &= 3.98203 \times 10^8 \pm 860\,000 \text{ км,} \\
 \omega_1 &= 197^{\circ}28 \pm 0^{\circ}55.
 \end{aligned}$$

В данном случае у нас есть соотношение масс  $\alpha = A_2/A_1 = M_1/M_2 = 1.18 \pm 0.07$ , полученное из орбиты, для которой априорный анализ спектральных классов и разностей блеска не нужен. Применяя предложенный метод и пользуясь параллаксом Hipparcos  $\pi = 24.42 \pm 0.56 \text{ mas}$ , мы получили следующие результаты для данного значения  $\alpha$ :

$$\begin{aligned}
 a'' &= 0''01388 \pm 0''00037, \\
 I &= 60^{\circ} \pm 11^{\circ}, \text{ or } 120^{\circ} \pm 11^{\circ}, \\
 \Omega &= 70^{\circ} \pm 21^{\circ}, \text{ or } 85^{\circ} \pm 21^{\circ}, \\
 M_1 + M_2 &= 1.94 \pm 0.08 M_{\odot}, \\
 M_1 &= 1.05 \pm 0.05 M_{\odot}, \\
 M_2 &= 0.89 \pm 0.05 M_{\odot}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

В дополнение к этому для этой двойной есть точная трехмерная орбита [21], полученная на основе спектроскопических и астрометрических измерений, сделанных на интерферометре

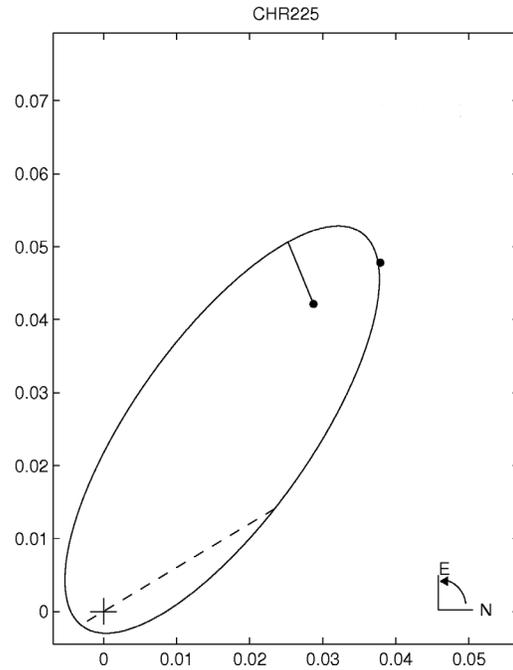


Рис. 4. Орбита системы CHR 225.

Palomar Testbed, со следующими элементами:

$$\begin{aligned}
 P &= 112^{\text{d}}5132 \pm 0^{\text{d}}0013, \\
 T &= 53830.169 \pm 0.014 \text{ MJD,} \\
 e &= 0.66227 \pm 0.00051, \\
 a &= 0''014453 \pm 0''000018, \\
 I &= 118^{\circ}682 \pm 0^{\circ}080, \\
 \Omega &= 89^{\circ}403 \pm 0^{\circ}028, \\
 \omega &= 197^{\circ}072 \pm 0^{\circ}025.
 \end{aligned}$$

Эта орбита очень похожа на те, которые получены (обратное движение) в настоящей статье, что демонстрирует эффективность предлагаемого алгоритма. В данном конкретном случае, учитывая, что направление движения известно, текущие значения в (3) будут  $I = 120^{\circ} \pm 11^{\circ}$  и  $\Omega = 85^{\circ} \pm 21^{\circ}$ .

3.4. Система Mkt 11 Aa, Ab = HD 358 = HIP 677 = WDS 00084+2905

Чтобы протестировать предлагаемый алгоритм еще раз мы выбрали систему SB2 с известной орбитой, у которой, кроме того, есть обратная спектрально-интерферометрическая орбита [22], полученная при достаточном количестве спекл-наблюдений [23]. Ниже приводится полный набор элементов.

Таблица 4. Вычисленные элементы орбиты для системы CHR 225

Спектральный класс	Наблюдение	Конечное $I$ , deg	Конечное $180^\circ - I$ , deg	$\Omega$ для $I$ , deg	$\Omega$ для $180^\circ - I$ , deg	$a$ , arcsec
A3 V+	1989.9387	$39 \pm 10$	$141 \pm 10$	$31 \pm 20$	$73 \pm 20$	$0.0349 \pm 0.0022$
G8 III	1993.0923	$43.3 \pm 6.8$	$136.7 \pm 6.8$	$25 \pm 13$	$87 \pm 13$	$0.0320 \pm 0.0020$
A3 III+	1989.9387	$41.8 \pm 9.5$	$138.2 \pm 9.5$	$31 \pm 22$	$72 \pm 22$	$0.0351 \pm 0.0021$
G8 III	1993.0923	$46.2 \pm 6.2$	$133.8 \pm 6.2$	$26 \pm 15$	$85 \pm 15$	$0.0324 \pm 0.0019$

Таблица 5. Вычисленные массы для системы CHR 225

Спектральный класс	Наблюдение	$M_1, M_\odot$	$M_2, M_\odot$
A3 V+	1989.9387	$1.92 \pm 0.26$	$2.50 \pm 0.29$
G8 III	1993.0923	$1.48 \pm 0.20$	$1.93 \pm 0.22$
A3 III+	1989.9387	$2.11 \pm 0.36$	$2.38 \pm 0.37$
G8 III	1993.0923	$1.66 \pm 0.28$	$1.88 \pm 0.29$

Спектроскопическая орбита:

$$\begin{aligned}
 P &= 96^{\text{d}}7005 \pm 0^{\text{d}}00438291 \\
 &= 0.26476 \pm 0.00001 \text{ лет}, \\
 T &= 47374.6 \pm 0.0921029 \text{ RJD} \\
 &= 1988.5831 \pm 0.00025, \\
 e &= 0.534812 \pm 0.0046, \\
 \bar{A}_1 &= 3.11731 \times 10^7 \pm 630000 \text{ км}, \\
 \bar{A}_2 &= 7.35554 \times 10^7 \pm 1.1 \times 10^6 \text{ км}, \\
 \omega_1 &= 77^\circ 45' 27'' \pm 0^\circ 31'.
 \end{aligned}$$

Спектрально-интерферометрическая орбита:

$$\begin{aligned}
 P &= 96^{\text{d}}7015 \pm 0^{\text{d}}0044 \\
 &= 0.26476 \pm 0.00012 \text{ лет}, \\
 T &= 47374.563 \pm 0.095 \text{ RJD} \\
 &= 1988.5830 \pm 0.0003, \\
 e &= 0.535 \pm 0.0046, \\
 a'' &= 0''.024 \pm 0''.00013, \\
 I &= 105^\circ 6' \pm 0^\circ 23', \\
 \Omega &= 284^\circ 4' \pm 0^\circ 21', \\
 \omega &= 257^\circ 4' \pm 0^\circ 31'.
 \end{aligned}$$

Параллакс этой системы по измерениям Hipparcos составляет  $\pi = 33.62 \pm 0.35 \text{ mas}$ .

Так как первые два измерения в списке доступных спекл-наблюдений соответствуют одной эпохе, мы воспользуемся их средним значением для применения нашего метода:

$t$	$\theta$ , deg	$\rho$ , arcsec	$\Delta m$
1988.6880	256.78	$0.01828 \pm 0.00032$	$1.90 \pm 0.4$

С этими данными и с  $\alpha = \bar{A}_2/\bar{A}_1 = 2.36 \pm 0.52$  получаем следующие результаты:

$$\begin{aligned}
 a'' &= 0''.02443 \pm 0''.00039, \\
 I &= 74^\circ 50' \pm 0^\circ 37' \text{ or } 105^\circ 5' \pm 0^\circ 37', \\
 \Omega &= 228^\circ 3' \pm 2^\circ 5' \text{ or } 285^\circ 2' \pm 2^\circ 5', \\
 M_1 + M_2 &= 5.47 \pm 0.20, \\
 M_1 &= 3.84 \pm 0.29 M_\odot, \\
 M_2 &= 1.63 \pm 0.26 M_\odot.
 \end{aligned}$$

С целью сравнения значений  $I$ ,  $\Omega$  и  $a$ , а также масс, полученных для каждого имеющегося наблюдения, интересно привести соответствующие результаты в таблице 6.

Результаты очень схожи между собой, хотя в некоторых случаях погрешности  $I$  и  $\Omega$  высоки. Это связано с близостью измерений к узлам, как было отмечено выше. Такая ситуация имеет место в случае с измерением в момент  $t = 1989.6708$  при позиционном угле  $\theta = 284^\circ 9'$ , для которого результат по долготе восходящего узла составляет  $\Omega = 284^\circ 5'$ . В этом же случае при измерении в момент  $t = 1989.6735$  будут значения  $\theta = 283^\circ 59'$  и  $\Omega = 284^\circ 2'$ . Около нисходящего узла имеем  $t = 1989.6243$  при  $\theta = 102^\circ 98'$  и  $\Omega = 283^\circ 4'$ . В Вашингтонском каталоге (Washington Catalog) [24] системе приписан спектр B8 IVp, что согласуется с нашими оценками масс, хотя Абт рассматривает

**Таблица 6.** Результаты с разными измерениями для системы Mkt 11 Aa, Ab

$t$	$I, \text{deg}$	$\Omega, \text{deg}$	$a, \text{arcsec}$	$M_1, M_\odot$	$M_2, M_\odot$
1988.6880	105.5 ± 0.37	285.2 ± 2.5	0.02443 ± 0.00039	3.84 ± 0.29	1.63 ± 0.26
1988.6906	105.75 ± 0.43	285.1 ± 3.1	0.02445 ± 0.00039	3.86 ± 0.29	1.63 ± 0.26
1988.7533	106.28 ± 3.25	279.6 ± 4.1	0.02452 ± 0.00039	3.89 ± 0.29	1.65 ± 0.26
1988.7562	105.50 ± 1.18	284.4 ± 2.1	0.02442 ± 0.00039	3.84 ± 0.29	1.63 ± 0.26
1988.7588	106.10 ± 0.82	283.7 ± 1.7	0.02450 ± 0.00039	3.88 ± 0.29	1.64 ± 0.26
1988.8108	100.67 ± 0.48	288.6 ± 8.7	0.02395 ± 0.00038	3.62 ± 0.27	1.54 ± 0.25
1988.8136	104.10 ± 0.45	285.1 ± 7.1	0.02427 ± 0.00039	3.77 ± 0.28	1.60 ± 0.26
1988.8164	102.22 ± 1.03	286.3 ± 12.2	0.02408 ± 0.00038	3.68 ± 0.28	1.56 ± 0.25
1988.8192	103.96 ± 0.64	284.9 ± 10.4	0.02425 ± 0.00039	3.76 ± 0.28	1.59 ± 0.26
1989.6161	101.42 ± 2.00	285.7 ± 27.0	0.02401 ± 0.00038	3.65 ± 0.28	1.55 ± 0.25
1989.6243	103.64 ± 25.03	283.4 ± 309.5	0.02422 ± 0.00039	3.75 ± 0.28	1.59 ± 0.25
1989.6544	104.49 ± 0.72	285.3 ± 6.7	0.02431 ± 0.00039	3.79 ± 0.29	1.61 ± 0.26
1989.6654	102.4 ± 0.95	285.3 ± 22.2	0.02406 ± 0.00038	3.67 ± 0.29	1.56 ± 0.26
1989.6735	101.6 ± 4.79	284.2 ± 107.0	0.02403 ± 0.00038	3.66 ± 0.28	1.55 ± 0.25
1989.6791	102.98 ± 1.01	284.0 ± 22.9	0.02415 ± 0.00039	3.72 ± 0.28	1.57 ± 0.25
1989.6818	103.33 ± 0.94	283.9 ± 17.8	0.02419 ± 0.00039	3.73 ± 0.28	1.58 ± 0.25
1989.6874	102.56 ± 0.86	283.1 ± 15.5	0.02411 ± 0.00038	3.70 ± 0.28	1.57 ± 0.25
1989.6901	103.39 ± 0.47	283.5 ± 9.9	0.02419 ± 0.00039	3.73 ± 0.28	1.58 ± 0.25
1989.7637	105.51 ± 0.50	284.7 ± 2.4	0.02443 ± 0.00039	3.84 ± 0.29	1.63 ± 0.26
1989.7664	104.22 ± 0.70	280.4 ± 3.3	0.02428 ± 0.00039	3.77 ± 0.28	1.60 ± 0.26

**Таблица 7.** Наклонения, узлы, большие полуоси и массы, полученные для четырех рассмотренных примеров

Система	$I, \text{deg}$	$\Omega, \text{deg}$	$a, \text{arcsec}$	$M_1, M_\odot$	$M_2, M_\odot$
YSC 148 (Прямое движение)	43 ± 28	357.5 ± 9.3	0.1646 ± 0.0030	0.99 ± 0.09	0.63 ± 0.08
YSC 148 (Обратное движение)	137 ± 28	220.3 ± 9.3	0.1646 ± 0.0030	0.99 ± 0.09	0.63 ± 0.08
CHR 225	39 ± 10	31 ± 20	0.0349 ± 0.0022	1.92 ± 0.26	2.50 ± 0.29
LSC 1 Aa1,2	120 ± 11	85 ± 21	0.01388 ± 0.00037	1.05 ± 0.05	0.89 ± 0.05
Mkt 11 Aa, Ab	105.5 ± 0.37	285.2 ± 2.5	0.02443 ± 0.00039	3.84 ± 0.29	1.63 ± 0.26

спектр В9 II [25]. Тем не менее если вычислить абсолютную величину системы, используя параллакс Hipparcos [26] и наблюдаемую видимую величину, мы получим значение  $-0.3$ , что не соответствует гиганту класса светимости II, но вместо этого может соответствовать классу светимости IV.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье мы представили доказательства того, что можно получить наклонение, долготу восходящего узла и большую полуось орбит спектрально-двойных, если дополнительно использовать одно качественное наблюдение, которое дает относительное положение пары  $(\theta, \rho)$  и параллакс  $(\pi)$ , т.е., получить трехмерную орбиту двойной системы. Более того, также можно оценить индивидуальные массы.

Это осуществимо, потому что был разработан оригинальный аналитический алгоритм, при использовании которого, начиная с наклона орбиты, мы снова возвращаемся к этому же орбитальному элементу в конце процесса вычисления.

Таким образом, мы получаем максимальное количество информации об этих двойных системах еще перед тем, как была вычислена видимая орбита.

Практическое использование этой процедуры показано на примерах систем SB1: YSC 148 = HD 37393 и CHR 225 = HD 34318 и систем SB2: LSC 1 Aa1,2 = HD 200077 и Mkt 11 Aa, Ab = HD 358. Для первых двух двойных была получена новая информация. Последние две были выбраны, потому что для них имеются спектроскопические и астрометрические орбиты. Таким образом мы доказали, что приведенные результаты согласуются с теми, которые были получены нашим методом.

Для всех представленных здесь примеров, обобщенных в таблице 7, мы помнили о накоплении ошибок, поэтому представили наши результаты вместе с соответствующими погрешностями.

Полезная в общем случае методика особенно интересна для применения к системам, для которых телескоп смог разрешить двойную звезду только на максимальном угловом удалении. Данная методика также может служить способом оценки точности астрометрических измерений путем сравнения результатов, полученных по ним, с результатами, полученными по другим измерениям (см. таблицу 6).

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Данное исследование проводилось при финансовой поддержке проекта AYA 2011-26429 Министерства науки и инноваций Испании и гранта от IeMath-Galicia (FEDER—Правительство Галисии, Испания). Мы использовали следующие каталоги: Вашингтонский каталог двойных звезд и Четвертый каталог интерферометрических измерений двойных звезд (WDS и INT4, US Naval Observatory); Каталог орбит и эфемерид визуально-двойных звезд астрономической обсерватории R. M. Aller (OARMAС, J. A. Docobo, J. F. Ling и P. P. Campo); Девятый каталог орбит спектрально-двойных звезд (SB9, D. Pourbaix et al.); Каталог Hipparcos, новая версия (F. van Leeuwen); All-Sky Compiled Catalogue of 2.5 million stars (ASCC-2.5, третья версия, N. V. Kharchenko и S. Roeser).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. V. Straižys and G. Kuriliene, *Astrophys. and Space Sci.* **80**, 353 (1981).
2. D. F. Gray, *The Observation and Analysis of Stellar Photospheres* (Cambridge Univ. Press, 2005).
3. J. A. Docobo and M. Andrade, *Astrophys. J.* **652**, 681 (2006).
4. J. W. Davidson, Jr., B. J. Baptista, E. P. Horch, et al., *Astron. J.* **138**, 1354 (2009).
5. A. Labeyrie, *Astron. and Astrophys.* **6**, 85 (1970).
6. A. Labeyrie, D. Bonneau, R. V. Stachnik, and D. Y. Gezari, *Astrophys. J. Lett.* **194**, L147 (1974).
7. K. T. Knox and B. J. Thompson, *Astrophys. J. Lett.* **182**, L133 (1973).
8. H. A. McAlister, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **88**, 317 (1976).
9. H. A. McAlister, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **88**, 957 (1976).
10. Y. Y. Balega and N. A. Tikhonov, *Sov. Astron. Lett.* **3**, 272 (1977).
11. Y. Y. Balega and V. P. Ryadchenko, *Sov. Astron. Lett.* **10**, 95 (1984).
12. J. B. Breckinridge, H. A. McAlister, and W. G. Robinson, *Appl. Opt.* **18**, 1034 (1979).
13. D. W. Latham, R. P. Stefaniz, G. Torres, et al., *Astron. J.* **124**, 1144 (2002).
14. E. P. Horch, L. A. P. Bahi, J. R. Gaulin, et al., *Astron. J.* **143**, 10 (2012).
15. J. M. Carquillat and J. L. Prieur, *Astronomische Nachrichten* **328**, 527 (2007).
16. N. V. Kharchenko, *Kinematika i Fizika Nebesnykh Tel* **17**, 409 (2001).
17. N. Ginestet and J. M. Carquillat, *Astrophys. J. Suppl.* **143**, 513 (2002).
18. W. I. Hartkopf, B. D. Mason, H. A. McAlister, et al., *Astron. J.* **111**, 936 (1996).
19. E. P. Horch, S. B. Howell, M. E. Everett, and D. R. Ciardi, *Astron. J.* **144**, 165 (2012).

20. D. Goldberg, T. Mazeh, D. W. Latham, et al., *Astron. J.* **124**, 1132 (2002).
21. M. Konacki, M. W. Muterspaugh, S. R. Kulkarni, and K. G. Helminiak, *Astrophys. J.* **719**, 1293 (2010).
22. D. Pourbaix, *Astron. and Astrophys. Suppl.* **145**, 215 (2000).
23. X. Pan, M. Shao, M. M. Colavita, et al., *Astrophys. J.* **384**, 624 (1992).
24. B. D. Mason, G. L. Wycoff, W. I. Hartkopf, et al., *Astron. J.* **122**, 3466 (2001).
25. H. A. Abt, *Astrophys. J. Suppl.* **180**, 117 (2009).
26. F. van Leeuwen, *Astron. and Astrophys.* **474**, 653 (2007).

## An Analytic Algorithm to Calculate the Inclination, Ascending Node, and Semimajor Axis of Spectroscopic Binary Orbits Using a Single Speckle Measurement and the Parallax

J. A. Docobo, P. P. Campo, M. Andrade, and E. P. Horch

It is well known that in spectroscopic binary orbits, the inclination, the ascending node, and the semimajor axis remain undetermined, therefore the principal objective of this research is to establish an analytic methodology for the calculation of these parameters for spectroscopic binaries, both single-lined (SB1) and double-lined (SB2). In other words, the goal is to determine their “three-dimensional” orbits using a single speckle measurement ( $\rho$ ,  $\theta$ ,  $t$ ) and the parallax ( $\pi$ ). Moreover, estimates of the individual masses of each system can also be obtained. The proposed algorithm was successfully applied to SB1 systems: YSC 148 (HD 37393) and CHR 225 (HD 34318), and SB2 systems: LSC 1 Aa1,2 (HD 200077) and Mkt 11 Aa, Ab (HD 358). In this late case, previously determined spectroscopic and visual orbits have been used to compare and contrast the results obtained from them with our results. The methodology presented is especially interesting for those cases in which it is only possible to resolve the spectroscopic binary in the zones of maximum angular separation by optical means thereby making it impossible to avail of sufficient observations in order to calculate the visual orbit.

Keywords: *techniques: high angular resolution—techniques: interferometric—binaries: general*