

АППАРАТУРНЫЕ МЕТОДЫ РАДИОСПЕКТРОСКОПИИ МЕЖЗВЕЗДНОЙ СРЕДЫ

1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Н. Ф. Рыжков

Систематизирован материал по аппаратурным методам спектральных исследований космического радиоизлучения. Рассмотрены основные методы анализа спектра: метод Фурье-преобразования реализации, фильтровой метод и автокорреляционный метод.

Приведены общие для всех методов выражения для ожидаемой оценки спектра и для ожидаемых методических погрешностей. Показано, что при анализе с одинаковой разрешающей способностью по частоте все эти методы в принципе позволяют получать одинаковую точность оценок анализируемого спектра при одном и том же времени усреднения выходных сигналов. Приводятся функциональные схемы анализаторов, рассматриваются их особенности, достоинства и недостатки.

Кроме того, определяются общие требования, предъявляемые к спектрометрам при исследовании радиолиний, и рассматриваются основные радиометрические методы измерений, применяемые в спектрометрах с фильтровыми анализаторами и с анализаторами типа цифровых знаковых коррелометров.

Instrumental methods of spectral investigation of cosmic radio radiation are systematized. Basic methods of spectrum analysis are considered: the method of Fourier transformation, the filter method and the autocorrelation method. The expressions common to all methods are given for the expected spectrum and for the expected method errors. It is shown that with the same frequency resolution all these methods, in principle, yield the same accuracy of the analysed spectrum with the same averaging time of the output signals.

The functional schemes of the analyzers are given and their features, merits and demerits are considered.

General requirements are outlined for spectrometers for the investigation of radio frequency lines and basic radiometric methods of measurement which are applied in spectrometers with filter analyzers and analyzers of the digital sign correlometer type are considered.

1. Введение

Современная радиоспектроскопия становится все более мощным средством исследования межзвездной среды. Успехи в этой области наблюдательной радиоастрономии, достигнутые за последние годы, превзошли самые смелые теоретические предсказания — к настоящему времени в космическом радиоизлучении обнаружены спектральные линии трех атомов и около двадцати молекул [1] и, судя по все возрастающим темпам открытий, их количество может значительно увеличиться уже в ближайшие годы.

Наблюдения радиолиний дают важнейшую информацию об источниках радиоизлучения — о физических условиях и динамике газовых масс, химическом и изотопном составе межзвездной среды, о газовой и звездной структуре галактик, о пространственном распределении дискретных радиоисточников и т. д. С помощью спектральных наблюдений исследуются

неизвестные ранее механизмы монохроматического излучения и различные физико-химические процессы в космосе. Исследования космических объектов в линиях различных атомов и молекул открывают возможность для космогонии проследить эволюцию межзвездных облаков и процесс образования звезд из межзвездной среды.

Однако следует отметить, что после открытия в 1951 г. первой радиолинии межзвездного водорода на волне 21 см прошел более чем 12-летний период безуспешных попыток обнаружения других линий. Несмотря на отрицательные результаты, эти попытки имели большое значение для последующих открытий, так как стимулировали совершенствование аппаратуры и радиоастрономических методов спектральных измерений. В результате была значительно улучшена чувствительность радиоспектрометров и увеличена их информативность, что, в конечном счете, и обеспечило дальнейшие успехи. Отсюда видно, насколько важную роль в современной радиоспектроскопии играют аппаратурно-методические вопросы.

К сожалению, эти вопросы крайне скупо освещаются в печати — главным образом лишь в предисловиях к статьям, посвященным результатам наблюдений. Поэтому в подавляющем большинстве случаев невозможно составить достаточно полного представления об аппаратуре и особенностях применяемой методики измерений.

Нам не известно ни одной печатной работы, в которой был бы систематизирован материал по аппаратурным методам, применяемым в радиоастрономии при исследовании спектральных линий. Однако актуальность такой работы очевидна, поскольку в настоящее время новые результаты в основном можно получать на уникальных радиотелескопах, для эффективного использования которых необходимо применять наиболее оптимальные методы наблюдений. Настоящая работа является попыткой систематизировать этот материал в форме, удобной для сравнительного анализа применяемых методов.

2. Характеристики исследуемых сигналов

Космическое радиоизлучение, воздействующее на приемное устройство радиотелескопа, в большинстве случаев можно рассматривать как нормальный стационарный случайный процесс. Нормальность процесса обусловлена тем, что электромагнитное излучение космических объектов является результатом огромного количества случайных импульсов излучения отдельных элементарных частиц, атомов или молекул. Следовательно, в этом случае применима центральная предельная теорема теории вероятностей.

Физические условия, в которых возникает излучение того или иного космического объекта, остаются неизменными в течение весьма длительного времени, поэтому процесс излучения можно считать стационарным. Это справедливо для подавляющего большинства космических объектов. Нестационарность излучения, которая может проявиться в процессе одиочного наблюдения, обнаруживается пока только у Солнца, некоторых планет и пульсаров.

В дальнейшем будем рассматривать только прием стационарного излучения. В результате воздействия такого излучения электрический сигнал на входе приемника представляет собой непрерывную функцию времени $x(t)$, которую можно считать реализацией нормального стационарного случайного процесса $X(t)$. Причем этот процесс следует считать центрированным, поскольку принимаемые сигналы не содержат постоянной составляющей, $\overline{x(t)} = 0$ (чертой сверху будем обозначать операцию статистического усреднения).

Процесс $X(t)$ исчерпывающим образом определяется автокорреляционной функцией $R_x(\tau) = \overline{x(t)x(t-\tau)}$, которая характеризует степень связи между его значениями в различные моменты времени.

В силу стационарности рассматриваемый процесс является эргодическим. Это означает, что все основные свойства процесса проявляются в любой из его реализаций достаточно большой длительности. Отсюда, в частности, следует, что его корреляционная функция может быть определена не только путем усреднения произведения $x(t)x(t-\tau)$ по множеству реализаций, но и в результате усреднения по времени в пределах одной реализации бесконечной длительности (временная автокорреляционная функция):

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t-\tau) dt. \quad (1)$$

Закон распределения величины X в произвольный момент времени (одномерный закон распределения) выражается плотностью вероятностей

$$w_1(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}},$$

где $\sigma^2 = R_x(0)$ — дисперсия величины X .

Совместное распределение величин X_1, X_2 для двух моментов времени, разделенных интервалом τ (двумерный закон распределения), определяется двумерной плотностью вероятностей

$$w_2(x_1, x_2, \tau) = \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{1-\rho^2(\tau)}} e^{-\frac{x_1^2 - 2\rho(\tau)x_1x_2 + x_2^2}{2\sigma^2[1-\rho^2(\tau)]}},$$

где

$$\rho(\tau) = \frac{R_x(\tau)}{\sigma^2} = \frac{R_x(\tau)}{R_x(0)}$$

представляет собой нормированную корреляционную функцию процесса.

Задача аппаратного анализа случайных сигналов сводится, в конечном счете, к измерению оценок некоторых статистических характеристик этих сигналов. При исследовании космического радиоизлучения наиболее важными являются энергетические характеристики — средняя мощность (дисперсия) в некоторой полосе частот, определяемой приемником, и закон распределения средней мощности по частотам, то есть спектр мощности. Исследование спектральных линий космического излучения основано на анализе спектра мощности принимаемых сигналов.

В настоящее время радиолинии космического излучения наблюдаются в очень широком диапазоне — от миллиметровых до метровых волн. Их основные характеристики, такие как интенсивность, ширина и сложность профиля, весьма разнообразны.

Наиболее узкие детали, около 1 кГц при ширине профиля порядка 50 кГц, имеют линии излучения межзвездного гидроксидла (ОН) в диапазоне 18 см, в то время как для радиолиний межзвездных молекул в миллиметровом диапазоне требуется производить анализ в полосе порядка 40 МГц с разрешением от 0.1 до 5 МГц.

Наиболее сложную структуру имеют радиолинии нейтрального водорода, гидроксидла, формальдегида и водяного пара. Радиолинии возбужденного водорода и гелия имеют обычно простой профиль в виде одногорбой кривой.

Для детального исследования всех линий необходимы приемники предельно возможной чувствительности, так как даже наиболее интенсивные из них (HI, OH, H₂O) имеют либо слабоконтрастную тонкую структуру профиля, либо яркие, но очень узкие детали.

3. Методы анализа спектра мощности

3.1. Основные определения

На основании теоремы Парсеваля общая энергия процесса $u(t)$, представляемого в виде интеграла Фурье, выражается через модуль спектральной плотности амплитуд равенством

$$\int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}_u(f)|^2 df, \quad (2)$$

где комплексный спектр амплитуд —

$$\dot{S}_u(f) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j2\pi ft} dt. \quad (3)$$

Величина $|\dot{S}_u(f)|^2 df$ представляет собой энергию процесса в элементарной полосе частот df .

Преобразование Фурье (3) нельзя применять непосредственно к случайной функции $X(t)$, поскольку она не детерминирована, однако в результате наблюдения мы можем получить некоторую конкретную функцию времени $x(t)$ — одну из множества возможных реализаций процесса $X(t)$. Для любой из реализаций $x(t)$ конечной длительности T можно найти преобразование Фурье

$$\dot{S}_{xT}(f) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi ft} dt,$$

тогда в соответствии с (2) можно получить выражение для полной энергии реализации

$$\int_0^T x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}_{xT}(f)|^2 df.$$

При неограниченно возрастающем T последнее выражение имеет смысл только в том случае, когда энергия реализации ограничена. Поскольку стационарные процессы на неограниченном интервале обладают неограниченной энергией, при их анализе следует пользоваться средней мощностью и спектром мощности.

Средняя за время T мощность реализации равна

$$P_{x\Omega T} = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\dot{S}_{xT}(f)|^2}{T} df.$$

Подынтегральная функция в правой части этого выражения представляет собой спектр мощности данной реализации

$$P_{xT}(f) = \frac{1}{T} |\dot{S}_{xT}(f)|^2 = \frac{1}{T} \left| \int_0^T x(t) e^{-j2\pi ft} dt \right|^2. \quad (4)$$

Функцию $P_{xT}(f)$ принято называть периодограммой. Она является случайной функцией, так как различные реализации стационарного случайного процесса имеют различные спектры мощности. Причем с увеличением длительности реализации T дисперсия функции $P_{xT}(f)$ не уменьшается, но уменьшается корреляция между значениями $P_{xT}(f)$ на соседних частотах. В случае нормального стационарного процесса дисперсия функции $P_{xT}(f)$ в пределе при $T \rightarrow \infty$ стремится не к нулю, а к конечной величине [2]:

$$\sigma_p^2(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} [\overline{P_{xT}^2(f)} - \overline{P_{xT}(f)}^2] = P_x(f),$$

где $P_x(f)$ — истинный в вероятностном смысле спектр мощности процесса $X(t)$. Следовательно, оценка спектра мощности (4) по одной реализации любой длительности является несостоятельной.

Истинный спектр мощности определяется как среднее по множеству периодограмм различных реализаций бесконечной длительности

$$P_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \overline{P_{xT}(f)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f t} dt \right|^2. \quad (5)$$

Это выражение определяет спектр мощности через Фурье-преобразования множества реализаций процесса.

Если случайный процесс воздействует на идеальный фильтр, настроенный на частоту f_0 и имеющий полосу Δf , то средняя мощность на выходе фильтра будет равна

$$P_{x\Sigma}(f_0, \Delta f) = \int_{f_0 - \Delta f/2}^{f_0 + \Delta f/2} P_x(f) df,$$

Спектральную плотность мощности на частоте f_0 можно представить, как предел отношения средней мощности процесса на выходе фильтра к ширине полосы пропускания фильтра при $\Delta f \rightarrow 0$:

$$P_x(f_0) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} P_{x\Sigma}(f_0, \Delta f) / \Delta f. \quad (6)$$

Следовательно, спектр мощности может быть представлен средним квадратом отклика системы полосовых фильтров с равными и неперекрывающимися полосами пропускания.

Теорема Винера—Хинчина определяет связь спектра мощности с автокорреляционной функцией процесса. Эта связь выражается парой преобразований Фурье:

$$P_x(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau,$$

$$R_x(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} P_x(f) e^{j2\pi f \tau} df. \quad (7)$$

Следовательно, спектр мощности может быть определен, если известна автокорреляционная функция процесса.

В соответствии с определениями (5) — (7) на практике применяются три основных метода анализа спектра мощности: метод Фурье-преобразования реализации, фильтрный метод и автокорреляционный метод.

3.2. Общая форма оценки спектра мощности

Спектр мощности случайного процесса не может быть точно измерен, поскольку для этого требуется множество реализаций бесконечной длительности. На практике приходится иметь дело с одной реализацией ограниченной длительности T или с несколькими отрезками одной реализации, полученными в разное время. Поэтому в результате измерения можно получить только статистическую оценку спектра мощности, которая неизбежно будет иметь как статистические, так и систематические погрешности.

За одно наблюдение получить оценки, дисперсия которых убывает с ростом T , можно только путем усреднения спектральной плотности в некоторой полосе частот Δf_{Π} . В этом случае при увеличении длительности реализации будет возрастать число некоррелированных значений спектральной плотности, приходящихся на полосу Δf_{Π} , и дисперсия оценок будет убывать. Очевидно также, что чем шире будет полоса усреднения Δf_{Π} , тем быстрее будет уменьшаться дисперсия оценок с ростом T .

Однако оценки спектра мощности при таком усреднении будут сглаженными (смещенными). Это значит, что среднее по множеству измеряемых оценок $W_x(f)$ будет равно функции $\overline{W}_x(f)$, которая представляет собой сглаженную модификацию истинного спектра $P_x(f)$. Функцию $\overline{W}_x(f)$ будем называть ожидаемой оценкой спектра.

Если усреднение значений спектральной плотности на всех частотах в полосе Δf_{Π} производится с одинаковым весом, то оценка спектра мощности будет определяться выражением

$$W_x(f) = \frac{1}{\Delta f_{\Pi}} \int_{f - \frac{\Delta f_{\Pi}}{2}}^{f + \frac{\Delta f_{\Pi}}{2}} P_{xT}(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} P_{xT}(\nu) \varphi(f - \nu) d\nu, \quad (8)$$

где $P_{xT}(f)$ — спектр мощности реализации, а $\varphi(f)$ — сглаживающая функция анализатора, которая в данном случае имеет вид прямоугольника:

$$\varphi(f) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta f_{\Pi}} & \text{при } |f| \leq \frac{\Delta f_{\Pi}}{2}, \\ 0 & \text{при } |f| > \frac{\Delta f_{\Pi}}{2}. \end{cases} \quad (9)$$

При этом должно выполняться условие эффективного усреднения

$$T \gg \frac{1}{2\Delta f_{\Pi}}.$$

При аппаратном анализе сглаживающую функцию прямоугольной формы (9) получить невозможно. Реальная форма $\varphi(f)$ определяется как методом анализа, так и характеристиками аппаратуры. В общем случае $\varphi(f)$ можно рассматривать как непрерывную четную функцию, которая характеризуется эквивалентной прямоугольной полосой

$$\Delta f_{\Pi} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(f) df}{\varphi(0)} \quad (10)$$

и «полушириной» Δf_p , определяемой по уровню $\frac{1}{2} \varphi(0)$:

$$\varphi\left(\frac{\Delta f_p}{2}\right) = \frac{1}{2} \varphi(0).$$

Величина Δf_p характеризует разрешающую способность анализатора. Общее требование, предъявляемое к форме $\varphi(f)$, можно выразить условием

$$|\varphi(f)| \rightarrow 0 \text{ при } |f| > \frac{\Delta f_p}{2}.$$

Ниже будет показано, что при любом методе анализа измеряемая и ожидаемая оценки спектра мощности могут быть представлены в форме следующих выражений:

$$W_x(f) = A \int_{-\infty}^{\infty} P_{xT}(\nu) \varphi(f - \nu) d\nu = A [P_{xT}(f) * \varphi(f)] = AP_{xT}^*(f); \quad (11)$$

$$\overline{W_x(f)} = A \int_{-\infty}^{\infty} P_x(\nu) \varphi(f - \nu) d\nu = A [P_x(f) * \varphi(f)] = AP_x^*(f). \quad (11a)$$

Здесь A — коэффициент пропорциональности, определяемый параметрами анализатора; символ $*$ означает операцию свертки. Обозначение функции символом $*$ указывает, что данная функция преобразована путем свертки со сглаживающей функцией $\varphi(f)$, которая считается нормированной по площади

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(f) df = 1. \quad (12)$$

При такой нормировке в случае равномерного спектра, $P_x(f) = P_x$, интеграл в (11a) будет точно равен спектральной плотности P_x , т. е. $P_x^*(f) = P_x$.

Из (11a) следует, что ожидаемая оценка $\overline{W_x(f)}$ пропорциональна свертке истинного спектра и сглаживающей функции. На рис. 1 приведен пример ожидаемой оценки, полученной путем такой свертки.

На основании теоремы о спектре свертки измеряемую и ожидаемую оценки (11) и (11a) можно выразить через автокорреляционные функции исследуемого сигнала и анализатора:

$$W_x(f) = 2A \int_{-\infty}^{\infty} R_{xT}(\tau) b(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (13)$$

$$\overline{W_x(f)} = 2A \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) b(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (13a)$$

где

$$R_{xT}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t - \tau) dt; \quad (14)$$

$$b(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(f) e^{j2\pi f\tau} df. \quad (15)$$

Функция $R_{xT}(\tau)$ представляет собой выборочную временную автокорреляционную функцию сигнала, а $b(\tau)$ — нормированную автокорреляцион-

ную функцию анализатора. Функция $b(\tau)$ в (13) и (13а) является весовой функцией, ограничивающей значения автокорреляционной функции сигнала, поэтому мы будем называть ее весовой функцией анализатора.

Поскольку сглаживающая функция связана с весовой функцией преобразованием Фурье

$$\varphi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} b(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau,$$

то для $f=0$ имеем

$$\varphi(0) = \int_{-\infty}^{\infty} b(\tau) d\tau.$$

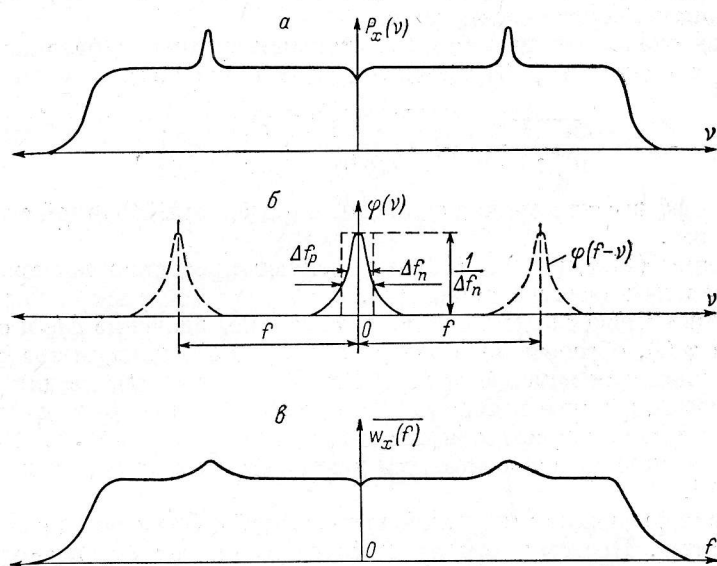


Рис. 1. Пример получения сглаженной оценки спектра мощности.
 а — истинный спектр, б — сглаживающая функция, в — ожидаемая оценка спектра.

Интеграл в последнем выражении можно заменить эквивалентным по площади прямоугольником с высотой $b(0)=1$ и основанием $2\tau_s$,

$$\int_{-\infty}^{\infty} b(\tau) d\tau = 2\tau_s.$$

Величина τ_s характеризует эффективное время корреляции весовой функции анализатора. Эквивалентная полоса пропускания сглаживающей функции обратна величине $2\tau_s$:

$$\Delta f_{\Pi} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(f) df}{\varphi(0)} = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} b(\tau) d\tau} = \frac{1}{2\tau_s}. \quad (16)$$

Поэтому условие эффективного усреднения для общего случая можно записать в виде

$$T \gg \tau_s = \frac{1}{2\Delta f_{\Pi}}. \quad (17)$$

Автокорреляционная функция $R_x(\tau)$, являясь преобразованием Фурье спектра мощности, характеризует спектр функции $P_x(f)$. Очевидно, что в результате ограничения $R_x(\tau)$ весовой функцией $b(\tau)$ в ожидаемой оценке $\overline{W_x(f)}$ исчезнут высшие гармоники функции $P_x(f)$. Следовательно, ограничение автокорреляционной функции сигнала эквивалентно сглаживанию его спектра по частоте.

Выражения (11а) и (13а) показывают, что ожидаемая оценка в той или иной степени будет отличаться от истинного спектра мощности; следовательно, измерения будут иметь систематическую ошибку. Для уменьшения этой ошибки необходимо сужать полосу Δf_{Π} сглаживающей функции анализатора, что эквивалентно увеличению времени τ , весовой функции, но тогда будет увеличиваться статистическая погрешность, обусловленная конечным временем измерения.

В общем случае ожидаемая относительная среднеквадратичная ошибка измеряемых оценок $W_x(f)$ определяется выражением

$$\frac{\delta W_x(f)}{W_x(f)} = \frac{\sqrt{[W_x(f) - \overline{W_x(f)}]^2}}{W_x(f)} \simeq \frac{\alpha}{\sqrt{\Delta f_p T}}, \quad (18)$$

где α — коэффициент порядка единицы, определяемый формой сглаживающей функции.

Уравнения (11а), (13а) и (18) определяют предельно возможную точность измерений спектра мощности.

В принципе может быть выбрано оптимальное значение Δf_p и оптимальная форма $\varphi(f)$, обеспечивающие при заданном T минимум среднеквадратичного отклонения измеряемых оценок $W_x(f)$ от $P_x(f)$, но для этого необходимо знать заранее истинную функцию $P_x(f)$, которая для реальных физических процессов является математической абстракцией. Вычислить погрешности только на основании измеряемых оценок нельзя принципиально [3].

На практике функция $P_x(f)$ либо неизвестна, либо известна с недостаточной точностью. Поэтому при измерениях выбирают Δf_p несколько уже ожидаемых деталей в исследуемом спектре, а требуемая точность обеспечивается либо выбором T , если это возможно, либо усреднением целого ряда измерений.

3.3. Метод Фурье-преобразования реализации

Периодограмма (4) определяет спектр мощности конкретной реализации, но она не отражает его связь с текущим временем t . Поскольку при аппаратурном анализе приходится иметь дело с процессами, протекающими во времени, то в этом случае следует оперировать мгновенным спектром [3]. Мгновенный спектр амплитуд и мгновенный спектр мощности определяются выражениями

$$\begin{aligned} \dot{S}_x(f, t_0, t) &= \int_{t-t_0}^t x(\theta) e^{-j2\pi f\theta} d\theta; \\ P_x(f, t_0, t) &= \frac{1}{t_0} |\dot{S}_x(f, t_0, t)|^2, \end{aligned} \quad (19)$$

где t_0 — длительность отрезка реализации, непосредственно предшествующего текущему моменту времени t .

При оценке спектра мощности по методу Фурье-преобразования реализации частотное сглаживание спектра реализации можно осуществить, если определять мгновенный спектр по ее отрезку длительностью $t_0 \ll T$.

За оценку спектра мощности всей реализации можно принять усредненный за время T квадрат модуля мгновенного спектра амплитуд

$$W_x(f, t_0) = \frac{1}{T} \int_0^T |\dot{S}_x(f, t_0, t)|^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left| \int_{t-t_0}^t x(\theta) e^{-j2\pi f\theta} d\theta \right|^2 dt.$$

При аппаратурном анализе «скользящее» интегрирование в (19) обычно заменяется фильтрацией сигнала с помощью фильтров нижних частот. Поэтому выражение для мгновенного спектра амплитуд целесообразно представить в более общей форме:

$$\dot{S}_x(f, t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_H(\theta) x(t - \theta) e^{-j2\pi f\theta} d\theta,$$

где $h_H(\theta)$ — импульсная переходная функция фильтра нижних частот. Тогда выражение для оценки спектра мощности принимает вид

$$W_x(f) = \frac{1}{T} \int_0^T \left| \int_{-\infty}^{\infty} h_H(\theta) x(t - \theta) e^{-j2\pi f\theta} d\theta \right|^2 dt. \quad (20)$$

Представим (20) в тригонометрической форме

$$W_x(f) = \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \left[\int_{-\infty}^{\infty} h_H(\theta) x(t - \theta) \cos(2\pi f\theta) d\theta \right]^2 + \left[\int_{-\infty}^{\infty} h_H(\theta) x(t - \theta) \sin(2\pi f\theta) d\theta \right]^2 \right\} dt. \quad (21)$$

На рис. 2 приведена функциональная схема анализатора, выполняющего измерения в соответствии с формулой (21). Анализатор должен на каждой

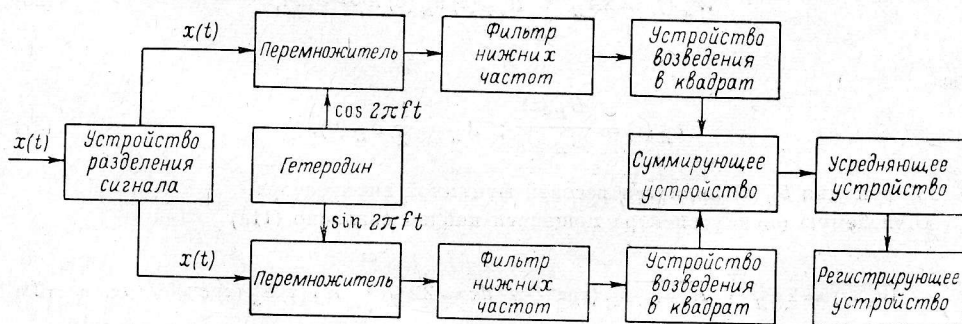


Рис. 2. Функциональная схема анализатора для измерений спектра по методу Фурье-преобразования реализации.

частоте f выполнять следующие операции: умножение напряжения сигнала на косинусоидальное и синусоидальное напряжения частоты f ; фильтрацию перемноженных сигналов фильтрами нижних частот; возведение в квадрат отфильтрованных сигналов; суммирование, усреднение за время T и регистрацию полученных сигналов.

Такой анализатор за время T измеряет только одну точку спектра. Чтобы измерить всю функцию $W_x(f)$ необходимо либо произвести перестройку гетеродина (последовательный анализ), либо применять многоканальный анализатор с системой гетеродинов, вырабатывающих сетку частот в анализируемой полосе (параллельный анализ).

Найдем выражение для ожидаемой оценки. Для этого представим квадрат модуля интеграла в (20) в виде двойного интеграла

$$W_x(f) = \frac{1}{T} \int_0^T \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_H(\theta) h_H(\theta') x(t-\theta) x(t-\theta') e^{-j2\pi f(\theta-\theta')} d\theta d\theta' dt. \quad (22)$$

Обозначив $\theta - \theta' = \tau$, произведя замену переменных и изменив порядок интегрирования, получим

$$W_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T x(t-\theta) x(t-\theta+\tau) dt \right\} \left[\int_{-\infty}^{\infty} h_H(\theta) h_H(\theta-\tau) d\theta \right] e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (23)$$

Здесь выражение, выделенное в фигурные скобки, представляет выборочную автокорреляционную функцию $R_{xT}(\tau)$, а интеграл в квадратных скобках — корреляционную функцию фильтра нижних частот

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_H(\theta) h_H(\theta-\tau) d\theta = B_H(\tau). \quad (24)$$

Следовательно,

$$W_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xT}(\tau) B_H(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (25)$$

Это выражение можно записать в общей форме (13):

$$W_x(f) = 2A_H \int_{-\infty}^{\infty} R_{xT}(\tau) b_H(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (26)$$

где

$$b_H(\tau) = \frac{B_H(\tau)}{B_H(0)}; \quad A_H = \frac{1}{2} B_H(0). \quad (27)$$

В (26) функция $b_H(\tau)$ является весовой функцией анализатора.

Ожидаемую оценку спектра мощности найдем согласно (11а)

$$\overline{W_x(f)} = 2A_H \int_{-\infty}^{\infty} \overline{R_{xT}(\tau)} b_H(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = 2A_H \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) b_H(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (28)$$

Выражения (28) и (27) определяют ожидаемую оценку спектра мощности через корреляционные функции исследуемого сигнала и фильтра нижних частот.

На основании теоремы о спектре свертки интеграл в (24) можно выразить через коэффициент передачи фильтра

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_H(\theta) h_H(\theta-\tau) d\theta = \int_{-\infty}^{\infty} K_H^2(f) e^{j2\pi f\tau} df, \quad (29)$$

где $K_H(f)$ — модуль комплексного коэффициента передачи фильтра

$$K_H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h_H(\theta) e^{-j2\pi f\theta} d\theta.$$

Из (24) и (29) получаем

$$B_H(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} K_H^2(f) e^{j2\pi f\tau} df. \quad (30)$$

Отсюда находим

$$A_H = \frac{B_H(0)}{2} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} K_H^2(f) df = \frac{1}{2} K_H^2(0) \Delta f_{\Pi}. \quad (31)$$

Здесь интеграл, равный площади под характеристикой $K_H^2(f)$, заменен эквивалентной по площади прямоугольной характеристикой с высотой $K_H^2(0)$ и основанием

$$\Delta f_{\Pi} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} K_H^2(f) df}{K_H^2(0)}.$$

Весовую функцию $b_H(\tau)$ также можно выразить через коэффициент передачи фильтра

$$b_H(\tau) = \frac{B_H(\tau)}{B_H(0)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} K_H^2(f) e^{j2\pi f\tau} df}{K_H^2(0) \Delta f_{\Pi}}. \quad (32)$$

По теореме о спектре произведения выражения (26) и (28) можно преобразовать, выразив корреляционные функции через их спектры. В результате получим

$$\begin{aligned} W_x(f) &= A_H \int_{-\infty}^{\infty} P_{xT}(\nu) \varphi_H(f-\nu) d\nu = A_H P_{xT}^*(f); \\ \overline{W_x(f)} &= A_H \int_{-\infty}^{\infty} P_x(\nu) \varphi_H(f-\nu) d\nu = A_H P_x^*(f), \end{aligned} \quad (33)$$

где

$$\varphi_H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} b_H(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = \frac{K_H^2(f)}{K_H^2(0) \Delta f_{\Pi}} \quad (34)$$

— сглаживающая функция анализатора.

Таким образом, при методе Фурье-преобразования реализации форма сглаживающей функции (34), а следовательно и разрешающая способность анализатора, определяется частотной характеристикой по мощности фильтра нижних частот.

3.4. Фильтровой метод

Из определения (6) следует, что за оценку спектральной плотности мощности на некоторой частоте f можно принять среднюю мощность на выходе узкополосного линейного фильтра, настроенного на данную ча-

стоту. Функциональная схема фильтрового анализатора представлена на рис. 3. Он содержит узкополосный фильтр и измеритель мощности, который включает в себя устройство возведения в квадрат (квадратичный детектор), интегратор, усредняющий результат за время T , и регистрирующее устройство. В соответствии с этой схемой оценка спектральной плотности мощности определяется формулой

$$W_x(f) = \frac{1}{T} \int_0^T \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\theta) h_f(\theta) d\theta \right|^2 dt, \quad (35)$$

где $h_f(\theta)$ — импульсная переходная функция узкополосного фильтра с центральной частотой f .

Анализатор, построенный по схеме рис. 3, позволяет за время T произвести оценку спектральной плотности только для одной частоты f . Для анализа спектра в некоторой полосе Δf_a необходимо либо производить перестройку фильтра по частоте (последовательный анализ), либо приме-

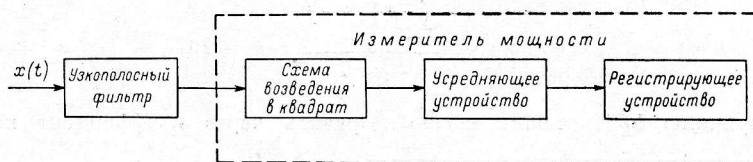


Рис. 3. Функциональная схема фильтрового анализатора.

нить многоканальный анализатор с системой полосовых фильтров, которые должны иметь одинаковые полосы пропускания и перекрывать всю полосу Δf_a (параллельный анализ).

Чтобы определить выражения для ожидаемой оценки, представим квадрат модуля интеграла в (35) в виде двойного интеграла и выполним преобразования, аналогичные (22)—(25). В результате получим

$$W_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xT}(\tau) B_f(\tau) d\tau, \quad (36)$$

где

$$B_f(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h_f(\theta) h_f(\theta - \tau) d\theta$$

— корреляционная функция фильтра. Аналогично (30) эту функцию можно выразить через коэффициент передачи фильтра

$$B_f(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} K_f^2(f) e^{j2\pi f\tau} df. \quad (37)$$

Если фильтр узкополосный ($\Delta f_p \ll f$) и имеет относительно частоты настройки f симметричную амплитудную и антисимметричную фазовую характеристики, то (37) можно записать в виде [4]:

$$B_f(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} K_0^2(f-\nu) e^{j2\pi(\nu-f)\tau} d\nu = e^{-j2\pi f\tau} \int_{-\infty}^{\infty} K_0^2(f-\nu) e^{j2\pi\nu\tau} d\nu. \quad (38)$$

Здесь $K_0(\nu)$ представляет амплитудную характеристику фильтра как функцию частоты расстройки относительно его центральной частоты f :

$$\begin{aligned} K_0(\nu) &= K_f(f + \nu); \\ K_0(f - \nu) &= K_f(\nu). \end{aligned} \quad (39)$$

Обозначим

$$\int_{-\infty}^{\infty} K_0^2(f - \nu) e^{j2\pi\nu\tau} d\nu = B_0(\tau). \quad (40)$$

Подставив (40) в (38), получим

$$B_f(\tau) = B_0(\tau) e^{-j2\pi f\tau}. \quad (41)$$

Здесь $B_0(\tau)$ является огибающей корреляционной функции фильтра. С учетом (41) выражение (36) принимает вид

$$W_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xT}(\tau) B_0(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (42)$$

Его можно представить также в общей форме (13):

$$W_x(f) = 2A_\phi \int_{-\infty}^{\infty} R_{xT}(\tau) b_0(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (43)$$

где

$$\begin{aligned} b_0(\tau) &= \frac{B_0(\tau)}{B_0(0)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} K_0^2(f) e^{j2\pi f\tau} df}{K_0^2(0) \Delta f_{\Pi}}; \\ A_\phi &= \frac{B_0(0)}{2} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} K_0^2(f) df = \frac{1}{2} K_0^2(0) \Delta f_{\Pi}. \end{aligned} \quad (44)$$

Функция $b_0(\tau)$ является здесь весовой функцией анализатора; Δf_{Π} — эквивалентная прямоугольная полоса пропускания фильтра; $K_0(0)$ — коэффициент передачи на центральной частоте фильтра.

Ожидаемую оценку спектра мощности получим статистическим усреднением измеряемых оценок (43):

$$\overline{W_x(f)} = 2A_\phi \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) b_0(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (45)$$

Уравнения (43) и (45) определяют измеряемую и ожидаемую оценки через корреляционные функции исследуемого сигнала и узкополосного фильтра. Чтобы выразить эти оценки через спектр сигнала, преобразуем (43) и (45) по теореме о спектре произведения. В результате получим

$$\begin{aligned} W_x(f) &= A_\phi \int_{-\infty}^{\infty} P_{xT}(\nu) \varphi_\phi(f - \nu) d\nu; \\ \overline{W_x(f)} &= A_\phi \int_{-\infty}^{\infty} P_x(\nu) \varphi_\phi(f - \nu) d\nu, \end{aligned} \quad (46)$$

где

$$\varphi_\phi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} b_0(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = \frac{K_0^2(f)}{K_0^2(0) \Delta f_{\Pi}}; \quad (47)$$

$$P_{xT}(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{xT}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (47)$$

Функция $\varphi_\Phi(f)$ является здесь сглаживающей функцией анализатора.

Следовательно, при фильтровом методе сглаживающая функция определяется частотной характеристикой по мощности узкополосного фильтра, представленной в виде функции частоты расстройки относительно центральной частоты фильтра.

3.5. Автокорреляционный метод

Из определения (7) следует, что спектр мощности может быть вычислен, если известна автокорреляционная функция процесса. Для стационарного эргодического процесса автокорреляционная функция в принципе может быть определена по одной реализации (1). При ограниченной длительности реализации можно получить лишь оценку этой функции

$$R_{xT}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t - \tau) dt, \quad (48)$$

где T — длительность реализации.

Однако оценка спектра мощности, вычисленная по автокорреляционной функции одной реализации (48) любой длительности, является несостоятельной, так же как и оценка по периодограмме (4) [2]. Повысить эффективность оценки можно только за счет сглаживания спектра реализации. Такое сглаживание можно осуществить, если при вычислении спектра мощности интервал задержек в (48) ограничить величиной $|\tau_m| \ll T$. В этом случае оценка спектра мощности производится по формуле

$$W_x(f) = 2 \int_{-\tau_m}^{\tau_m} R_{xT}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau; \quad |\tau_m| \ll T. \quad (49)$$

Выражение (49) можно представить в более общем виде

$$W_x(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{xT}(\tau) b_a(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (50)$$

где $b_a(\tau)$ — весовая функция, ограничивающая значения $R_{xT}(\tau)$. Для случая (49) имеем

$$b_a(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{при } |\tau| \leq \tau_m; \\ 0 & \text{при } |\tau| > \tau_m. \end{cases} \quad (51)$$

Определим ожидаемую оценку спектра мощности

$$\overline{W_x(f)} = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) b_a(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (52)$$

Применяя к (50) и (52) теорему о спектре произведения, получим выражение для оценок через спектр сигнала

$$W_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{xT}(\nu) \varphi_a(f - \nu) d\nu = P_{xT}^*(f); \quad (53)$$

$$\overline{W_x(f)} = \int_{-\infty}^{\infty} P_x(\nu) \varphi_a(f - \nu) d\nu = P_x^*(f), \quad (53)$$

где

$$P_{xT}(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{xT}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau; \quad (54)$$

$$\varphi_a(f) = \int_{-\infty}^{\infty} b_a(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau.$$

Функция $\varphi_a(f)$ является здесь сглаживающей функцией анализатора. Таким образом, для автокорреляционного метода, как и для ранее рассмотренных методов, выражения, определяющие оценки спектра (50), (52) и (53), соответствуют общей форме оценок (11), (11а), (13) и (13а). Здесь $A=1$.

Сглаживающая функция $\varphi_a(f)$ является Фурье-преобразованием весовой функции $b_a(\tau)$. Следовательно, форма сглаживающей функции определяется видом весовой функции. Если $b_a(\tau)$ имеет вид прямоугольника (51), то соответствующая ей сглаживающая функция имеет форму $\sin x/x$:

$$\varphi_a(f) = \int_{-\tau_m}^{\tau_m} e^{-j2\pi f\tau} d\tau = 2\tau_m \left[\frac{\sin(2\pi f\tau_m)}{2\pi f\tau_m} \right]. \quad (55)$$

Такая функция имеет значительные побочные максимумы и при оценке спектра мощности может давать отрицательные значения, которых истинный спектр не имеет. Чтобы уменьшить уровень побочных максимумов сглаживающей функции при вычислении оценок спектра мощности, можно использовать другие виды весовых функций (например, косинусоидальную), значения которых монотонно убывают от $b_a(0)=1$ до $b_a(\tau_m)=0$.

При автокорреляционном методе анализа спектра измерительным устройством является коррелометр, выполняющий измерения в соответствии с формулой

$$R_{xT}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t - \tau) dt; \quad |\tau| \leq |\tau_m| \leq T. \quad (56)$$

В зависимости от диапазона частот исследуемых сигналов, требуемой точности и скорости измерений при аппаратном анализе случайных процессов применяются различные типы коррелометров, отличающихся как способом измерения корреляционной функции, так и чисто техническими решениями [5—8]. Мы рассмотрим принцип действия коррелометров трех типов — одноканального аналогового коррелометра, многоканального аналогового коррелометра и многоканального цифрового знакового коррелометра, которые отличаются способом анализа и формой представления корреляционной функции.

Одноканальный аналоговый коррелометр. Функциональная схема такого коррелометра показана на рис. 4. Измерение корреляционной функции производится в соответствии с формулой (56). За время T коррелометр измеряет одну точку функции $R_{xT}(\tau)$ для определенного значения задержки τ . Чтобы измерить всю функцию, необходимо плавно изменять задержку от 0 до τ_m , поэтому весь цикл измерения одной оценки функции $R_{xT}(\tau)$ занимает значительное время.

Вычисление оценок спектра мощности производится по формуле

$$W_x(f) = 4 \int_0^{\tau_m} R_{xT}(\tau) b_a(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau. \quad (57)$$

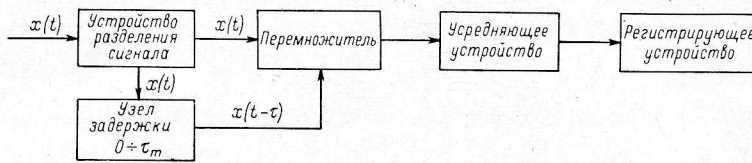


Рис. 4. Функциональная схема одноканального аналогового коррелометра.

Разрешающая способность корреляционного анализатора спектра зависит от ширины и формы функции $b_a(\tau)$

$$\Delta f_p = \frac{a}{2\tau_m}, \quad (58)$$

где a — коэффициент, характеризующий форму весовой функции. Для прямоугольной функции (51) $a=1.208$; для более часто употребляемой косинусоидальной функции

$$b_a(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi\tau}{\tau_m} \right) & \text{при } |\tau| < |\tau_m|; \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq |\tau_m| \end{cases} \quad (59)$$

этот коэффициент равен 2.

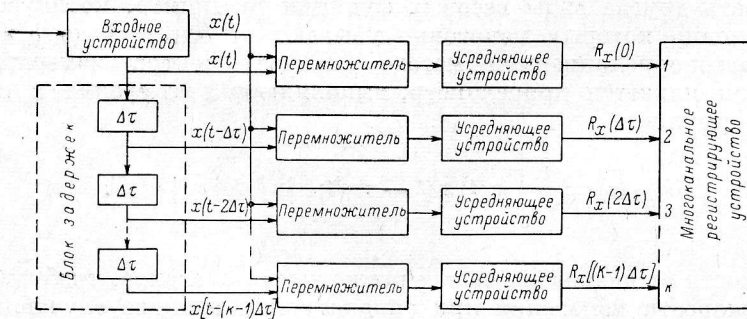


Рис. 5. Функциональная схема многоканального аналогового коррелометра.

Многоканальный аналоговый коррелометр. Чтобы уменьшить время измерения корреляционной функции, применяются многоканальные коррелометры, которые позволяют одновременно измерять K дискретных значений корреляционной функции через интервал $\Delta\tau$. Функциональная схема такого устройства показана на рис. 5.

Если спектр исследуемого сигнала ограничен сверху частотой f_M , то в соответствии с теоремой Котельникова интервал дискретизации корреляционной функции должен выбираться по формуле

$$\Delta\tau = \frac{1}{2f_M}. \quad (60)$$

Для измерения $R_{xT}(\tau)$ в интервале от 0 до τ_m необходимое число выборок, т. е. количество каналов коррелометра, должно быть равно

$$K = \frac{\tau_m}{\Delta\tau} + 1 = 2f_M \tau_m + 1. \quad (61)$$

Отсюда видно, что при заданном τ_m число каналов коррелометра определяется верхней граничной частотой исследуемого спектра. Если анализ спектра должен производиться в полосе Δf_a , то необходимое число каналов будет минимальным, когда нижняя граница этой полосы будет находиться на входе коррелометра вблизи нулевой частоты. Обозначим

$$b = \frac{\Delta f_a}{f_M}$$

тогда с учетом (58) число каналов коррелометра (61) можно определить следующим образом:

$$K = \frac{a}{b} \cdot \frac{\Delta f_a}{\Delta f_p} + 1 = \frac{a}{b} N + 1. \quad (62)$$

Здесь $N = \Delta f_a / \Delta f_p$ определяет количество точек в полосе анализа, взятых через интервал Δf_p . В этом случае оценка спектральной плотности, вычисленная для этих точек по результатам измерения корреляционной функции, будет соответствовать оценке, получаемой с помощью фильтрового анализатора с числом каналов N и разрешающей способностью Δf_p , когда фильтры этого анализатора расположены в полосе Δf_a через интервал Δf_p .

Выражение (62) показывает, что число каналов коррелометра должно быть всегда больше необходимого количества отсчетных точек в полосе анализа, т. е. больше числа каналов эквивалентного фильтрового анализатора. Обычно принимается $K \geq 2N$ [6], следовательно, для параллельного анализа при автокорреляционном методе необходимо иметь, по крайней мере, в два раза больше каналов, чем при других методах.

Для вычисления оценок спектра в отсчетных точках интеграл в (57) заменяется суммой:

$$W_x(n\Delta f_p) = 4\Delta\tau \sum_{k=0}^{K-1} R_{xT}(k\Delta\tau) b_a(k\Delta\tau) \cos(2\pi n\Delta f_p k\Delta\tau); \quad (63)$$

$$b_a(0) = \frac{1}{2}; \quad n = 0 \div N.$$

Выражение для разрешающей способности (58) в этом случае можно записать в виде

$$\Delta f_p = \frac{a}{2(K-1)\Delta\tau}. \quad (64)$$

Следовательно, при выбранной форме весовой функции разрешающая способность определяется интервалом дискретизации и количеством каналов коррелометра.

Многоканальный цифровой знаковый коррелометр. Дискретные значения корреляционной функции можно представить дискретными выборками анализируемого сигнала, взятыми через интервал $\Delta t = \Delta\tau$. В этом случае интеграл в (56) заменяется суммой

$$R_{xT}(k\Delta\tau) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} x(m\Delta t) x(m\Delta t - k\Delta\tau); \quad (65)$$

$$M = \frac{T}{\Delta t}; \quad k = 0 \div (K-1).$$

Частота дискретизации должна быть равна

$$f_T = \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta \tau} = 2f_M. \quad (66)$$

Мгновенные значения $x(m\Delta t)$ в свою очередь могут быть преобразованы в цифровой код с помощью аналого-цифрового преобразователя. Тогда все дальнейшие операции по измерению корреляционной функции (65) могут выполняться цифровыми устройствами вычислительной техники.

Точность преобразования мгновенных значений в цифровой код определяется количеством двоичных разрядов, представляющих измеряемую величину. При параллельном анализе корреляционной функции для выполнения операций с многоразрядными числами требуется очень большой объем цифровой аппаратуры, а в случае анализа широкополосных сигналов — весьма высокое ее быстродействие (в первую очередь это относится к аналого-цифровому преобразователю).

Объем аппаратуры можно значительно уменьшить, если вместо автокорреляционной функции $R_{xT}(\tau)$ измерять знаковую автокорреляционную функцию $r_{xT}(\tau)$. Для этого исследуемый сигнал $x(t)$ преобразуется в знаковую функцию $\text{sgn } x(t)$, которая содержит информацию только о полярности (знаке) сигнала и представляется в виде

$$\text{sgn } x(t) = \begin{cases} +1 & \text{при } x(t) > 0, \\ 0 & \text{при } x(t) = 0, \\ -1 & \text{при } x(t) < 0. \end{cases} \quad (67)$$

Такая функция удобна тем, что в результате дискретизации ее мгновенные значения $\text{sgn } x(m\Delta t)$ можно представить в двоичной форме (+1 или -1), т. е. только одним двоичным разрядом. Это сильно упрощает цифровую аппаратуру и выполняемые ею операции.

Приближенно знаковую функцию можно получить путем ограничения сигнала $x(t)$ по уровню $|\delta x| \ll x^2(t)$, принимая условно $\delta x = 1$. Чем меньше $|\delta x|$, тем точнее ограниченная функция воспроизводит функцию $\text{sgn } x(t)$. Знаковая автокорреляционная функция определяется выражением

$$r_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \text{sgn } x(t) \text{sgn } x(t - \tau) dt. \quad (68)$$

В случае нормального процесса функция $r_x(\tau)$ связана с нормированной автокорреляционной функцией $\rho_x(\tau)$ довольно простой зависимостью [5]:

$$\rho_x(\tau) = \sin \left[\frac{\pi}{2} r_x(\tau) \right]. \quad (69)$$

Следовательно, по результатам измерения функции

$$r_{xT}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T \text{sgn } x(t) \text{sgn } x(t - \tau) dt \quad (70)$$

можно вычислить оценку

$$\rho_{xT}(\tau) = \sin \left[\frac{\pi}{2} r_{xT}(\tau) \right]. \quad (71)$$

Фурье-преобразование нормированной автокорреляционной функции $\rho_{xT}(\tau)$ с весовой функцией $b_a(\tau)$ дает сглаженную оценку нормированного спектра мощности

$$P_{xT}^*(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{xT}(\tau) b_a(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (72)$$

Функция $P_{xT}^*(f)$ нормирована по площади. В этом можно убедиться, если взять обратное преобразование при $\tau=0$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} P_{xT}^*(f) df = \rho_{xT}(0) b_a(0) = 1.$$

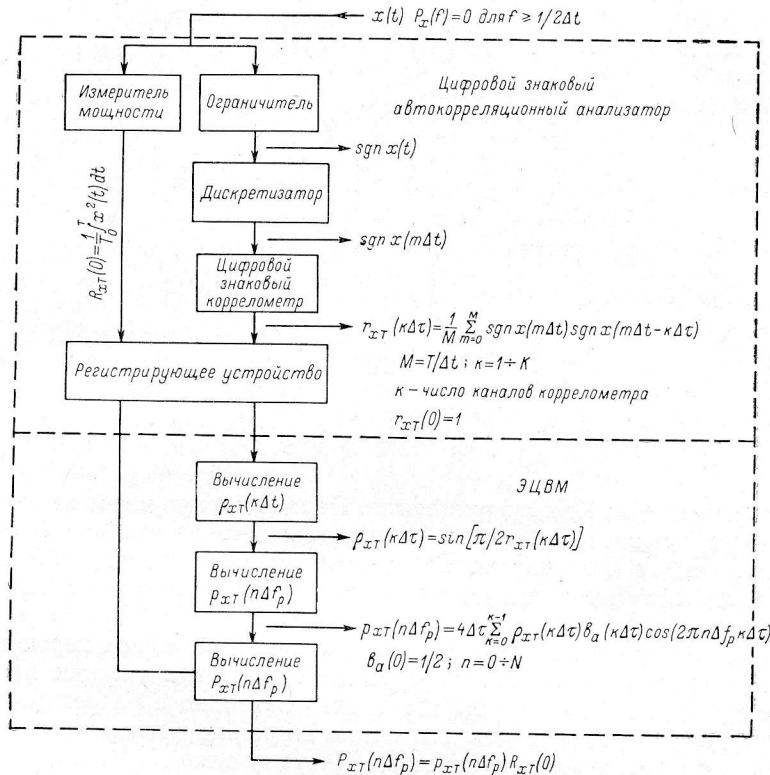


Рис. 6. Схема преобразований сигнала в цифровом знаковом автокорреляционном анализаторе и схема вычислений оценок спектра мощности.

Учитывая, что

$$\rho_{xT}(\tau) = \frac{R_{xT}(\tau)}{R_{xT}(0)},$$

из сравнения (50) и (72) получаем

$$W_x(f) = P_{xT}^*(f) = P_{xT}^*(f) R_{xT}(0). \quad (73)$$

Здесь $R_{xT}(0)$ представляет среднюю за время T мощность исследуемого сигнала

$$R_{xT}(0) = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt = P_{x\Sigma T}.$$

Следовательно, для получения абсолютных оценок $P_{xT}^*(f)$ по измерениям знаковой автокорреляционной функции $r_{xT}(\tau)$ необходимо одновременно производить измерения средней мощности исследуемого сигнала.

На рис. 6 приведена схема преобразований исследуемого сигнала в цифровом знаковом автокорреляционном анализаторе и схема вычисления оценок спектра мощности этого сигнала.

Цифровое устройство коррелометра может иметь различные схемные решения [6—9]. Упрощенная схема такого устройства показана на рис. 7. Задержка сигнала осуществляется с помощью K -разрядного регистра сдвига на величину $\Delta\tau$ в каждом разряде. Число (+1 или -1), содержащееся в каждом разряде этого регистра, умножается на число, поступающее на вход первого разряда от дискретизатора, после чего все числа сдвигаются

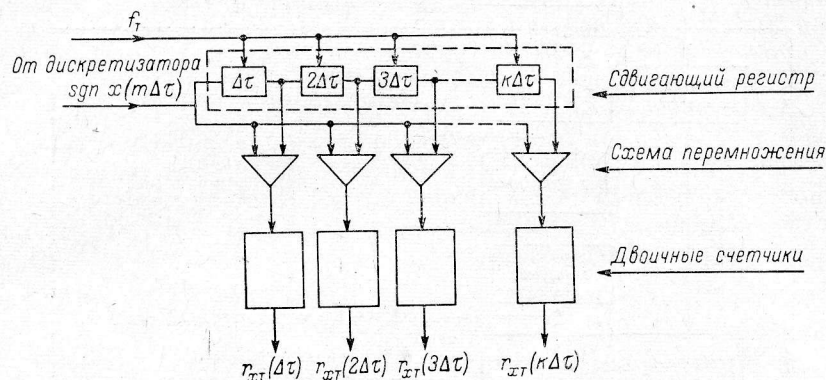


Рис. 7. Упрощенная схема цифрового знакового коррелометра.

гаются в регистре на один разряд выше. Перемножение чисел производится логическими схемами «и», «или», а суммирование результата перемножения — двоичными счетчиками. Работа устройства синхронизируется тактовыми импульсами частоты f_T , с помощью которых производится дискретизация ограниченного сигнала.

Очень важным преимуществом цифрового коррелометра перед аналоговыми анализаторами является его универсальность, так как интервалы выборки сигнала Δt и задержки $\Delta\tau$, а следовательно и разрешающая способность (64), могут изменяться в очень широких пределах путем изменения частоты тактовых импульсов f_T . Поэтому такой коррелометр позволяет анализировать сигналы с различной шириной спектра. Однако вследствие амплитудного ограничения сигнала статистическая погрешность анализа спектра у цифрового знакового коррелометра примерно в 1.4 раза больше, чем у аналоговых и многоразрядных цифровых коррелометров.

3.6. Погрешности спектрального анализа

Общие замечания. Погрешности анализа спектра мощности можно разделить на методические, аппаратные и обусловленные внешними помехами.

К методическим относятся статистические и систематические погрешности, которые определяются применяемым методом анализа. При этом предполагается, что функциональные узлы того или иного анализатора выполняют операции по преобразованию исследуемого сигнала идеально, как это предусмотрено алгоритмом преобразования. В этом случае статистическая погрешность при определенной форме сглаживающей функции зависит только от продолжительности измерения оценки, а систематиче-

ская ошибка определяется только шириной и формой сглаживающей функции.

К аппаратурным относятся погрешности, обусловленные собственными шумами аппаратуры, отличием реальных параметров функциональных узлов от идеальных и нестабильностью этих параметров. При радиоастрономических исследованиях спектральных линий анализатор спектра является выходным устройством радиоспектрометра, поэтому аппаратурная погрешность в значительной степени определяется приемной аппаратурой, находящейся перед анализатором. Наибольший вклад в аппаратурную погрешность вносят собственные шумы и нестабильность параметров радиоспектрометра. Чтобы уменьшить эту погрешность, в радиоспектрометрах применяются малошумящие приемные устройства и специальные радиометрические методы подавления нежелательных эффектов, обусловленных нестабильностью аппаратуры. Применение этих методов неизбежно приводит к усложнению конкретных схем анализаторов в связи с необходимостью выполнения ими ряда дополнительных функций.

При исследовании спектральных линий космического радиоизлучения внешними помехами являются различного рода импульсные помехи, а также излучение с непрерывным спектром, на фоне которого наблюдается линия (считать излучение фона помехой можно лишь условно, так как в ряде случаев интенсивность линии определяется интенсивностью фона). Излучение фона и импульсные помехи увеличивают статистическую погрешность измерений. Кроме того, изменения интенсивности фона в процессе наблюдений могут вызывать появление как случайных, так и систематических ошибок (ложных сигналов). Метод спектральных измерений должен предусматривать исключение этих ошибок или уменьшение их до приемлемой величины.

Статистическая погрешность. Измеряемая оценка спектра мощности является случайной функцией, поэтому для характеристики ошибки этой оценки необходимо знать не только дисперсию, но и корреляционную связь между ошибками при различных значениях частоты f , т. е. ковариацию оценки для $W_x(f)$ и $W_x(f + \Delta f)$:

$$\begin{aligned} \sigma_W^2(f, f') &= \overline{[W_x(f) - \overline{W_x(f)}][W_x(f') - \overline{W_x(f')}] =} \\ &= \overline{W_x(f) W_x(f')} - \overline{W_x(f)} \overline{W_x(f')}; \quad f' = f + \Delta f. \end{aligned} \quad (74)$$

Вывод выражения, определяющего ковариацию спектральной оценки $\sigma_W^2(f, f')$, для автокорреляционного метода приводится в [6]. Очевидно, что этот вывод будет справедлив и для других методов, если его воспроизвести, исходя из общей формы оценок спектра мощности (13) и (13а).

Подставив выражения для этих оценок в (74), получим

$$\begin{aligned} \sigma_W^2(f, f') &= 4A^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\overline{R_{xT}(\tau_1) R_{xT}(\tau_2)} - R_x(\tau_1) R_x(\tau_2)] \times \\ &\quad \times b(\tau_1) b(\tau_2) e^{-j2\pi(f\tau_1 + f'\tau_2)} d\tau_1 d\tau_2. \end{aligned} \quad (75)$$

Здесь член в квадратных скобках представляет собой ковариацию выборочной корреляционной функции сигнала

$$\begin{aligned} \sigma_R^2(\tau_1, \tau_2) &= \overline{R_{xT}(\tau_1) R_{xT}(\tau_2)} - R_x(\tau_1) R_x(\tau_2) = \\ &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T x(t_1) x(t_1 - \tau_1) x(t_2) x(t_2 - \tau_2) dt_1 dt_2 - R_x(\tau_1) R_x(\tau_2). \end{aligned} \quad (76)$$

В случае нормального распределения смешанный центральный момент четвертого порядка можно выразить через корреляционные моменты его составляющих [2]:

$$\overline{x_1 x_2 x_3 x_4} = R_{12} R_{34} + R_{13} R_{24} + R_{14} R_{23},$$

где

$$R_{12} = \overline{x_1 x_2}; \quad R_{13} = \overline{x_1 x_3}; \quad R_{14} = \overline{x_1 x_4}; \quad R_{23} = \overline{x_2 x_3}; \quad R_{24} = \overline{x_2 x_4}; \quad R_{34} = \overline{x_3 x_4}.$$

Поэтому можно записать

$$\overline{x(t_1) x(t_1 - \tau_1) x(t_2) x(t_2 - \tau_2)} = R_x(t_2 - t_1) R_x(t_2 - t_1 + \tau_1 - \tau_2) + \\ + R_x(t_2 - t_1 + \tau_1) R_x(t_2 - t_1 - \tau_2) + R_x(\tau_1) R_x(\tau_2).$$

Подставив эти значения в (76), получим

$$\sigma_R^2(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T [R_x(t_2 - t_1) R_x(t_2 - t_1 + \tau_1 - \tau_2) + \\ + R_x(t_2 - t_1 + \tau_1) R_x(t_2 - t_1 - \tau_2)] d\tau_1 d\tau_2.$$

Обозначим

$$t_2 - t_1 = \tau_b, \quad \frac{t_1 + t_2}{2} = t_0$$

и произведем замену переменных

$$t_2 = t_0 + \frac{1}{2} \tau_b, \quad t_1 = t_0 - \frac{1}{2} \tau_b.$$

Учитывая четность корреляционной функции, после интегрирования по t_0 получим

$$\sigma_R^2(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{\tau_b}{T}\right) [R_x(\tau_b) R_x(\tau_b + \tau_1 - \tau_2) + \\ + R_x(\tau_b + \tau_1) R_x(\tau_b - \tau_2)] d\tau_b. \quad (77)$$

Здесь τ_b — интервал между парными выборками сигнала. Будем считать, что максимальное время корреляции сигнала τ_x значительно меньше времени измерения:

$$R_x(\tau) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad \tau \rightarrow \tau_x \ll T. \quad (78)$$

При анализе спектров в радиоастрономии это условие всегда выполняется. Тогда выражение (77) упрощается:

$$\sigma_R^2(\tau_1, \tau_2) \approx \frac{1}{T} \int_{-T}^T [R_x(\tau_b) R_x(\tau_b + \tau_1 - \tau_2) + R_x(\tau_b + \tau_1) R_x(\tau_b - \tau_2)] d\tau_b. \quad (79)$$

Для определения спектральной ковариации корреляционные функции в (79) следует выразить через спектр мощности

$$R_x(\tau_b) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} P_x(\nu) e^{j2\pi\nu\tau_b} d\nu,$$

$$R_x(\tau_b + \tau_1 - \tau_2) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} P_x(\nu') e^{j2\pi\nu'(\tau_b + \tau_1 - \tau_2)} d\nu',$$

$$R_x(\tau_b + \tau_1) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} P_x(\nu') e^{j2\pi\nu'(\tau_b + \tau_1)} d\nu',$$

$$R_x(\tau_b - \tau_2) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} P_x(\nu) e^{j2\pi\nu(\tau_b - \tau_2)} d\nu.$$

Подставив эти выражения в (79), получим

$$\sigma_R^2(\tau_1, \tau_2) \simeq \frac{1}{4T} \int_{-T}^T e^{j2\pi(\nu+\nu')\tau_b} d\tau_b \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_x(\nu) P_x(\nu') e^{j2\pi\nu\tau_1} \times \\ \times [e^{-j2\pi\nu'\tau_2} + e^{-j2\pi\nu\tau_2}] d\nu d\nu'. \quad (80)$$

Здесь интеграл по τ_b можно аппроксимировать дельта-функцией

$$\int_{-T}^T e^{j2\pi(\nu+\nu')\tau_b} d\tau_b = \frac{\sin 2\pi(\nu+\nu')T}{\pi(\nu+\nu')} \simeq \delta(\nu+\nu').$$

Для интегрирования (80) по ν' такая аппроксимация законна, так как при выполнении условия (78) все другие члены в (80) можно считать постоянными в полосе частот порядка $1/T$. Тогда $\nu' = -\nu$ и выражение для $\sigma_R^2(\tau_1, \tau_2)$ принимает вид

$$\sigma_R^2(\tau_1, \tau_2) \simeq \frac{1}{4T} \int_{-\infty}^{\infty} P_x^2(\nu) e^{j2\pi\nu\tau_1} [e^{-j2\pi\nu\tau_2} + e^{j2\pi\nu\tau_2}] d\nu. \quad (81)$$

Произведение весовых функций, входящих в выражение для спектральной ковариации (75), выразим через сглаживающие функции анализатора:

$$b(\tau_1) b(\tau_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\nu_1) \varphi(\nu_2) e^{j2\pi(\nu_1\tau_1 + \nu_2\tau_2)} d\nu_1 d\nu_2. \quad (82)$$

Подставив (81) и (82) в (75), получим

$$\sigma_W^2(f, f') \simeq \frac{A^2}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_x^2(\nu) \varphi(\nu_1) [\varphi(\nu_2) e^{j2\pi(\nu_2 - \nu - f')\tau_2} + \\ + \varphi(\nu_2) e^{j2\pi(\nu_2 + \nu - f')\tau_2}] e^{j2\pi(\nu + \nu_1 - f)\tau_1} d\nu_1 d\nu_2 d\nu d\tau_1 d\tau_2.$$

Здесь интегрирование по τ_1 дает дельта-функцию $\delta(\nu + \nu_1 - f)$, а по τ_2 — две дельта-функции: $\delta(\nu_2 - \nu - f')$ и $\delta(\nu_2 + \nu - f')$. Следовательно, $\nu_1 = f - \nu$; $\nu_2 = f' + \nu -$ для первого слагаемого в квадратных скобках и $\nu_2 = f - \nu -$ для второго. В результате получаем следующее выражение для спектральной ковариации:

$$\sigma_W^2(f, f') \simeq \frac{A^2}{T} \int_{-\infty}^{\infty} P_x^2(\nu) \varphi(f - \nu) [\varphi(f' + \nu) + \varphi(f - \nu)] d\nu. \quad (83)$$

Отсюда можно заключить, что корреляция ошибок в оценке спектра мощности на двух частотах f и f' отсутствует, когда разность $f' - f$ больше ширины сглаживающей функции «по нулям». Если же разность частот меньше этой величины, то ошибки будут иметь частичную корреляцию, которая будет возрастать по мере сближения частот. Для практически реализуемых функций $\varphi(f)$ можно считать, что ошибки имеют слабую корреляцию, когда $|f' - f| > \Delta f_{\Pi}$, где Δf_{Π} — эквивалентная полоса пропускания анализатора.

При $f' = f$ выражение (83) определяет дисперсию оценки на частоте f :

$$\sigma_W^2(f) \simeq \frac{A^2}{T} \int_{-\infty}^{\infty} P_x^2(\nu) \varphi(f - \nu) [\varphi(f + \nu) + \varphi(f - \nu)] d\nu. \quad (84)$$

Практически анализ спектра производится всегда на частотах, значения которых превышают ширину сглаживающей функции ($f > \Delta f_{\Pi}$). В этом случае выражение для дисперсии упрощается:

$$\sigma_W^2(f) \simeq \frac{A^2}{T} \int_{-\infty}^{\infty} P_x^2(\nu) \varphi^2(f - \nu) d\nu.$$

Если ширина сглаживающей функции выбрана достаточно малой по сравнению с неоднородностями исследуемого спектра, то спектральная плотность в полосе сглаживающей функции будет практически постоянной. Тогда

$$\overline{W_x(f)} \simeq AP_x(f)$$

и

$$\sigma_W^2(f) \simeq \frac{A^2}{T} P_x^2(f) \int_{-\infty}^{\infty} \varphi^2(\alpha) d\alpha = \frac{A^2}{T} P_x^2(f) \int_{-\infty}^{\infty} b^2(\tau) d\tau. \quad (85)$$

Здесь $\alpha = f - \nu$, а равенство двух интегралов следует из теоремы Парсеваля. Эти интегралы имеют размерность, обратную полосе частот. Поэтому обозначим

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi^2(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} b^2(\tau) d\tau = \frac{1}{\Delta f_3}. \quad (86)$$

Выражение для дисперсии тогда можно представить в виде

$$\sigma_W^2(f) \simeq \frac{A^2 P_x^2(f)}{\Delta f_3 T}. \quad (87)$$

Как уже отмечалось, дисперсия оценки спектра мощности должна зависеть от интервала измерения T и полосы частот, в пределах которой производится усреднение спектральной плотности. Уравнение (87) определяет эту зависимость, причем из него видно, что величина Δf_3 характеризует эффективную усредняющую полосу сглаживающей функции анализатора.

При методе Фурье-преобразования реализации и при фильтровом методе величину Δf_3 можно определить через коэффициент передачи фильтра: для первого метода (из (86) и (34))

$$\Delta f_3 = \frac{\left[\int_{-\infty}^{\infty} K_H^2(f) df \right]^2}{\int_{-\infty}^{\infty} K_H^4(f) df} = \frac{K_H^4(0) \Delta f_H^2}{\int_{-\infty}^{\infty} K_H^4(f) df};$$

для второго (из (86) и (47))

$$\Delta f_3 = \frac{\left[\int_{-\infty}^{\infty} K_0^2(f) df \right]^2}{\int_{-\infty}^{\infty} K_0^4(f) df} = \frac{K_0^4(0) \Delta f_H^2}{\int_{-\infty}^{\infty} K_0^4(f) df}.$$

При корреляционном методе Δf_3 удобнее выразить через весовую функцию

$$\Delta f_3 = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} b_a^2(\tau) d\tau}.$$

Полоса пропускания фильтров обычно характеризуется шириной частотной характеристики по уровню -3 дБ; этой полосой принято также определять разрешающую способность анализатора Δf_p . Для идеального фильтра с прямоугольной характеристикой $\frac{\Delta f_3}{\Delta f_p} = 1$. У реальных фильтров, имеющих характеристику с одним максимумом, это отношение всегда больше единицы. Так, для одиночного LC-контура $\frac{\Delta f_3}{\Delta f_p} = \pi$ [10]. В случае прямоугольной весовой функции $\frac{\Delta f_3}{\Delta f_p} = 0.88$. Для любых других весовых функций это отношение увеличивается, если $\frac{b(\tau)}{b(0)} < 1$. Например, для косинусоидальной функции (59) $\frac{\Delta f_3}{\Delta f_p} = 1.35$.

Если обозначить $\frac{\Delta f_p}{\Delta f_p} = a^2$, то из (87) получим выражение (18) для относительной среднеквадратичной ошибки:

$$\frac{\overline{\delta W_x(f)}}{W_x(f)} = \frac{\sigma_W(f)}{AP_x(f)} \approx \frac{a}{\sqrt{\Delta f_p T}}.$$

В аналоговых анализаторах в качестве усредняющих устройств обычно применяются фильтры нижних частот с большими постоянными времени. В этом случае вместо T в формулу (18) следует подставлять эквивалентное время интегрирования t_0 , которое можно определить, зная коэффициент передачи фильтра $K_{\text{нч}}(F)$ [10]:

$$t_0 = \frac{K_{\text{нч}}^2(0)}{2 \int_{-\infty}^{\infty} K_{\text{нч}}^2(F) dF}.$$

Для идеального фильтра нижних частот $t_0 = \frac{1}{2\Delta F}$, где ΔF — полоса пропускания фильтра; для простого RC -фильтра $t_0 = 2\tau$, где $\tau = RC$.

Следовательно, методическая статистическая погрешность при любом из рассмотренных методов анализа будет одинакова, если одинаковы эффективные полосы сглаживающих функций и эквивалентные времена интегрирования усредняющих устройств анализаторов. Но это справедливо только в том случае, когда анализаторы выполняют операции по преобразованию сигнала в соответствии с основными алгоритмами (24), (35) (56) и (57). Видоизменение этих алгоритмов может привести к увеличению погрешности. В аналоговых автокорреляционных анализаторах видоизменение основного алгоритма преобразования, связанное с дискретизацией корреляционной функции, не вызывает увеличения статистической погрешности [6], если интервал дискретизации выбран из условия $\Delta\tau \leq 1/2f_M$, причем $P_x(f) = 0$ при $|f| > f_M$.

В цифровых автокорреляционных анализаторах изменение основного алгоритма, связанное с квантованием сигнала по уровню, приводит к увеличению статистической погрешности. Дополнительная погрешность зависит от количества уровней квантования сигнала и максимальна, когда сигнал представляется только двумя уровнями, как это имеет место в цифровом знаковом коррелометре. Относительная среднеквадратичная ошибка оценки спектра мощности в этом случае определяется в работе [6] следующей формулой:

$$\frac{\delta P_x(f)}{P_x^*(f)} = \frac{\alpha\beta(f)}{\sqrt{\Delta f_p T}} \cdot \sqrt{1 + \frac{\Delta f_p}{\Delta f_a}}, \quad (89)$$

где Δf_a — ширина анализируемого спектра, а множитель $\beta(f)$ определяется эмпирической формулой

$$\beta(f) = 1.39 \sqrt{\frac{P_0^*}{P^*(f)}}, \quad \text{для } \frac{P_0^*}{P^*(f)} < 4.$$

Здесь P_0^* — участок спектра, где $P^*(f) \approx \text{const}$. Следовательно, статистическая погрешность оценки спектра с помощью цифрового знакового коррелометра возрастает за счет дополнительной методической погрешности примерно в 1.4 раза по сравнению с минимальной предельной погрешностью, определяемой формулой (18).

У аналоговых анализаторов также всегда имеется дополнительная (аппаратурная) погрешность, обусловленная нестабильностью коэффициентов передачи фильтров, амплитуд гетеродинов, неточностью выполнения операции возведения в квадрат и пр. Если не принимать достаточно эффективных мер по стабилизации характеристик функциональных узлов, то при очень больших временах интегрирования аппаратурная погрешность

аналогового анализатора может превышать дополнительную методическую погрешность цифрового знакового корреляционного анализатора (последний не имеет статистических аппаратных погрешностей, свойственных аналоговым анализаторам).

Систематические погрешности. Ожидаемую систематическую ошибку оценки спектра мощности можно определить выражением

$$\Delta P_x(f) = P_x^*(f) - P_x(f) = \frac{\overline{W_x(f)}}{A} - P_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} P_x(\nu) \varphi(f - \nu) d\nu - P_x(f). \quad (90)$$

Эта ошибка является методической. Она зависит от ширины сглаживающей функции, т. е. от разрешающей способности анализатора. Чем уже полоса сглаживающей функции по отношению к ширине неоднородностей исследуемого спектра, тем меньше систематическая ошибка. При одинаковой разрешающей способности Δf_p эта ошибка в некоторой степени зависит от формы сглаживающей функции и поэтому у разных анализаторов может несколько отличаться. Очевидно также, что по результатам измерений, полученным на анализаторе с некоторой разрешающей способностью Δf_p , нельзя определить систематическую ошибку выполненных измерений, если нет каких-либо априорных сведений об истинном спектре $P_x(f)$. Выявить наличие ошибки в таком случае можно только в результате дополнительных измерений на анализаторе с более высокой разрешающей способностью.

Анализаторы могут давать дополнительную систематическую погрешность, если принцип их работы базируется на алгоритме преобразования, отличном от основного. Так, в автокорреляционных анализаторах в результате дискретизации корреляционной функции может появиться дополнительная систематическая погрешность при неправильном выборе интервала дискретизации $\Delta \tau$ [6].

Чтобы показать это, найдем ожидаемую оценку спектра, исходя из оценки (63):

$$P_x^*(f) = 2\Delta\tau \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_x(k\Delta\tau) b_a(k\Delta\tau) e^{-j2\pi f k\Delta\tau}. \quad (91)$$

Выразим корреляционные функции $R_x(k\Delta\tau)$ и $b_a(k\Delta\tau)$ через их спектры

$$R_x(k\Delta\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} P_x(\alpha) e^{j2\pi\alpha k\Delta\tau} d\alpha;$$

$$b_a(k\Delta\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_a(\nu) e^{j2\pi\nu k\Delta\tau} d\nu.$$

Подставив эти выражения в (91), получим

$$P_x^*(f) = \Delta\tau \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_x(\alpha) \varphi(\nu) e^{j2\pi(\alpha+\nu-f)k\Delta\tau} d\alpha d\nu.$$

Здесь суммирование по k дает сумму дельта-функций [11]:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{j2\pi(\alpha+\nu-f)k\Delta\tau} = \frac{1}{\Delta\tau} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta\left(\alpha + \nu - f + \frac{i}{\Delta\tau}\right),$$

где $i = 0, 1, 2, \dots$. Следовательно, $\alpha = f - \nu - \frac{i}{\Delta\tau}$. Тогда

$$P_x^*(f) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_x\left(f - \nu - \frac{i}{\Delta\tau}\right) \varphi_a(\nu) d\nu. \quad (92)$$

Предположим, что систематическая ошибка за счет конечной ширины сглаживающей функции отсутствует, т. е. функция выбрана настолько узкой, что в ее пределах спектральную плотность исследуемого сигнала можно считать постоянной. В этом случае ожидаемая оценка спектра определяется выражениями

$$P_x^*(f) = \begin{cases} \sum_{i=-\infty}^{\infty} P_x\left(f - \frac{i}{\Delta\tau}\right) & \text{при } |f| \leq f_M; \\ 0 & \text{при } |f| > f_M. \end{cases} \quad (93)$$

При переходе от (92) к (93) учтена нормировка (12) сглаживающей функции.

Из (93) видно, что ожидаемая оценка спектра представляет собой результат сложения в полосе анализа истинного спектра $P_x(f)$ с его копиями, периодически повторяющейся через интервал частот, равный $1/\Delta\tau$. Следовательно, дискретизация корреляционной функции приводит к размножению истинного спектра по оси частот с периодом $f_T = 1/\Delta\tau$. Если период f_T не менее чем в два раза превышает верхнюю граничную

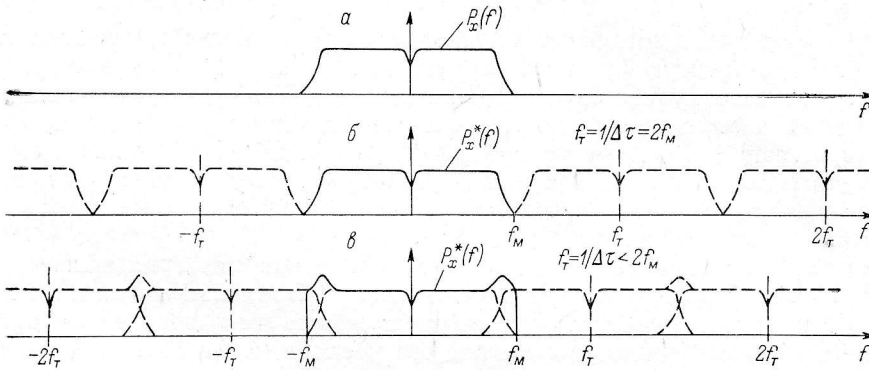


Рис. 8. Влияние частоты дискретизации на оценку спектра.

a — истинный спектр, *б* — ожидаемая оценка спектра при $f_T = 2f_M$,

в — ожидаемая оценка спектра при $f_T < 2f_M$.

частоту f_M исследуемого спектра, то эффект дискретизации не влияет на ожидаемую оценку. Если же $f_T < 2f_M$, то спектр $P_x(f)$ и его повторяющиеся копии будут частично перекрываться, и оценка спектра в верхней части полосы анализа будет иметь систематическую ошибку. Это поясняется на рис. 8. Следует отметить, что величина и частотное распределение ошибки зависит в этом случае от формы спектра в перекрывающихся областях, поэтому при сложной форме спектра коррекция результатов измерений с целью исключения этой ошибки затруднительна.

Чтобы не допустить появления подобного рода систематических ошибок, необходимо исследуемый спектр путем предварительной фильтрации ограничить частотой $f_M \leq 1/2\Delta\tau$. Применяемые для этой цели фильтры всегда в той или иной степени искажают исследуемый спектр, но в этом случае систематическая ошибка не зависит от формы исследуемого спектра и может учитываться при обработке измерений.

У всех аналоговых анализаторов имеются также аппаратные систематические погрешности. В устройствах последовательного анализа эти погрешности обусловлены изменениями коэффициента передачи анализатора при перестройке по частоте или при изменениях задержки, в устройствах параллельного анализа — различиями в коэффициентах передачи каналов анализатора. В этих случаях коэффициент пропорциональности A является функцией частоты, и в соответствующих формулах вместо A следует писать $A(f)$. Функция $A(f)$ характеризует аппаратную систематическую ошибку (аппаратный профиль) анализатора. Форма этой функции сравнительно просто определяется по тест-сигналу с равномерным спектром и может учитываться при обработке.

3.7. Некоторые выводы

Отметим основные особенности, достоинства и недостатки анализаторов, в которых используются рассмотренные выше методы анализа.

Основным преимуществом метода Фурье-преобразования реализации является практическая возможность создания анализаторов с очень высокой разрешающей способностью. Полоса сглаживающей функции в таких анализаторах определяется полосой пропускания фильтра нижних частот и может быть сделана сколь угодно узкой. Недостатком является сложность функциональной схемы (см. рис. 2) и связанные с этим трудности реализации практических схем анализаторов, в особенности многоканальных. Поэтому в тех случаях, когда не требуется очень высокая разрешающая способность, отдается предпочтение другим методам. В радиоастрономии такие анализаторы до сих пор не применялись, видимо, по этой причине.

Анализаторы, в которых применяется фильтровой метод, имеют сравнительно более простую функциональную схему (см. рис. 3), в которой много общего со схемами узкополосных приемных устройств широкого применения. Достаточно высокая разрешающая способность, примерно до 1 кГц, может быть получена с помощью кварцевых фильтров. Поэтому фильтровые анализаторы стали применяться раньше анализаторов других типов и получили наибольшее распространение в технике спектральных измерений, включая и радиоастрономическую.

Необходимо, однако, отметить, что внедрение интегральных микросхем (ИМС) в корне меняет сложившиеся представления о сложности тех или иных радиотехнических устройств в смысле их разработки и производства. Поэтому вполне возможно, что разработка на базе ИМС многоканального анализатора, работающего по методу Фурье-преобразования реализации, несмотря на сложность функциональной схемы отдельного канала окажется более простой, чем разработка фильтрового анализатора на кварцевых резонаторах. К тому же анализатор, работающий по методу Фурье-преобразования реализации, проще сделать более универсальным, поскольку в этом случае для изменения разрешающей способности достаточно изменять полосу пропускания фильтров нижних частот, которые во всех каналах однотипны.

Оба метода, фильтровой и Фурье-преобразования реализации, принципиально отличаются от автокорреляционного метода. Первые являются прямыми методами анализа спектра мощности, так как позволяют непосредственно получать оценки среднего значения спектральной плотности в полосе сглаживающей функции анализатора. Автокорреляционный же метод является косвенным, поскольку в этом случае измеряются значения автокорреляционной функции сигнала, по которым затем вычисляются оценки спектра мощности (в принципе, конечно, эти вычисления могут производиться непосредственно в процессе измерений, но это не меняет сути дела). Поэтому для обработки измерений при автокорреляционном методе требуется несоизмеримо больший объем вычислений и более сложные средства вычислительной техники, чем при прямых методах анализа.

В анализаторах, использующих прямые методы анализа, разрешающая способность Δf_p определяется полосой пропускания соответствующих фильтров. Чтобы выполнить анализ в полосе Δf_a , необходимо получить оценку спектральной плотности в $N = \Delta f_a / \Delta f_p$ точках этой полосы. При последовательном анализе для этого требуется время $t_a = NT$ (T — время одного измерения); при параллельном анализе необходимо иметь N одновременно работающих каналов. Чем меньше отношение полосы анализа

к спектральному разрешению, тем требуется меньшее время при последовательном анализе и меньшее число каналов при параллельном.

При авткорреляционном методе разрешающая способность Δf_p зависит от величины интервала задержек $0 \div \tau_m$ (см. 58), в пределах которого изменяются значения корреляционной функции. Необходимое количество отсчетов внутри этого интервала определяется верхней граничной частотой спектра на входе коррелометра (61): $K = 2\tau f_m + 1$. Следовательно, для выполнения анализа с одинаковой разрешающей способностью Δf_p в любой полосе $\Delta f_a < f_m$ требуется одно и то же время $t_a = KT$ при последовательном анализе, или одно и то же число каналов K при параллельном.

Число отсчетов K корреляционной функции должно быть всегда больше необходимого числа отсчетов N спектральной плотности в полосе анализа. При этом, чем уже полоса анализа Δf_a по сравнению с граничной частотой f_m , тем больше должно быть отношение K/N (см. (62)). Поэтому применение автокорреляционных анализаторов может быть целесообразным только в том случае, когда требуется выполнять анализ в широкой полосе с относительно высоким спектральным разрешением ($N = \Delta f_a / \Delta f_p \gg 1$) и когда полоса анализа близка к граничной частоте $\Delta f_a \simeq f_m$ (для этого необходима высококачественная фильтрация сигнала на входе коррелометра). Но и в этом случае число каналов (или время анализа) должно быть по крайней мере в два раза больше, чем у эквивалентного фильтрового анализатора. Аналоговые коррелометры к тому же обладают недостатками, свойственными всем аналоговым устройствам. Поэтому в аналоговых анализаторах рациональнее применять прямые методы анализа.

Общим недостатком всех многоканальных аналоговых анализаторов является сложность изменения их основного параметра — разрешающей способности, так как для этого необходимо изменять характеристики некоторых функциональных узлов в каждом канале. В этом отношении более универсальными являются цифровые знаковые автокорреляционные анализаторы, в которых полоса анализа и разрешающая способность могут изменяться в широких пределах путем изменения частоты дискретизации сигнала при соответствующем изменении характеристики только одного фильтра, ограничивающего спектр сигнала на входе коррелометра. В таких анализаторах ограничение накладывается лишь на максимальную полосу анализа, которая определяется максимальным быстродействием применяемых логических элементов. Все каналы цифрового коррелометра полностью идентичны и могут разрабатываться на базе унифицированных логических схем, поэтому проблема увеличения количества каналов является здесь менее сложной, нежели в аналоговых анализаторах. Однако для достижения одинаковой точности измерений цифровые знаковые коррелометры требуют вдвое большего времени, так как их статистическая погрешность \sim в 1.4 раза больше, чем у аналоговых анализаторов.

В последние годы многоканальные цифровые знаковые автокорреляционные анализаторы, благодаря их универсальности, очень эффективно используются в радиоастрономии для детального исследования сложных профилей спектральных линий, а также для обнаружения новых линий.

4. Радиоспектрометры, применяемые в радиоастрономии

4.1. Основные требования, предъявляемые к радиоспектрометрам

Радиоспектрометры, применяемые в радиоастрономии для исследования спектральных линий, представляют собой ту или иную комбинацию высокочувствительного радиометрического приемника с анализатором спектра. Поскольку анализаторы работают на частотах значительно

более низких по сравнению с частотами исследуемых радиолиний, то приемники всегда выполняются по супергетеродинной схеме, часто с многократным преобразованием частоты.

Спектральную плотность мощности на входе приемника, обусловленную принимаемым излучением, принято выражать в градусах кажущейся антенной температуры. При наличии спектральной линии спектр сигнала на входе приемника, выраженный в °К, можно представить в виде

$$T_a(f) = T_x(f) + T_\phi$$

где $T_x(f)$ — составляющая, обусловленная исследуемой линией; T_ϕ — антенная температура излучения фона, спектр которого в полосе пропускания приемника можно считать равномерным.

Если на выходе приемника включен анализатор, то спектр мощности на входе анализатора определяется уравнением

$$P'_a(f') = k [T_x(f' + f_r) + T_\phi + T_b(f' + f_r)] G_b(f' + f_r) G'_c(f'). \quad (94)$$

Здесь k — постоянная Больцмана; $G_b(f)$ — коэффициент передачи мощности высокочастотного тракта приемника; $G'_c(f')$ — коэффициент передачи мощности супергетеродинного тракта приемника (от входа 1-го смесителя до входа анализатора); $T_b(f)$ — спектр собственных шумов приемника, приведенный ко входу и выраженный в °К; f — частота на входе приемника; f_r — частота, определяемая гетеродинами; f' — промежуточная или видеочастота в рабочем диапазоне анализатора:

$$f' = \begin{cases} f - f_r, & \text{когда } f_r < f; \\ f_r - f, & \text{когда } f_r > f; \end{cases}$$

во втором случае в (94), вместо суммы $f' + f_r$, следует писать разность $f_r - f'$.

Спектр $P'_a(f')$, измеряемый анализатором, и коэффициент передачи $G'_c(f')$ супергетеродинного тракта удобнее привести к шкале частот на входе приемника:

$$P'_a(f') = P_a(f' + f_r) = P_a(f);$$

$$G'_c(f') = G_c(f' + f_r) = G_c(f).$$

Тогда (94) принимает вид

$$P_a(f) = k [T_x(f) + T_\phi + T_b(f)] G_b(f) G_c(f).$$

В соответствии с (11а) ожидаемая оценка спектра на выходе анализатора представляется следующим уравнением:

$$\begin{aligned} \overline{W_a(f)} &= 2A(f) \int_0^\infty P_a(\nu) \varphi(f - \nu) d\nu = \\ &= 2k \{ [T_x(f) + T_\phi + T_b(f)] G_b(f) G_c(f) \}^* A(f). \end{aligned}$$

Здесь $A(f)$ — функция, определяющая систематическую аппаратную погрешность анализатора (см. раздел 3.6); символ * означает, что выражение в фигурных скобках преобразовано сверткой с функцией $\varphi(f)$.

Спектр шумов приемника в полосе сглаживающей функции анализатора можно практически считать равномерным. Приемно-усилительный тракт радиоспектрометра должен конструироваться таким образом, чтобы в полосе анализа его частотные характеристики $G_b(f)$ и $G_c(f)$ не имели резких выбросов, сравнимых по ширине с полосой сглаживающей функции.

Тогда ожидаемая оценка может определяться следующим приближенным выражением:

$$\overline{W_a(f)} \simeq 2k [T_x^*(f) + T_\phi + T_b(f)] G_b(f) G_c(f) A(f). \quad (95)$$

Здесь $T_x^*(f)$ — ожидаемый спектр радиолинии, представляющий собой свертку ее истинного спектра с функцией $\varphi(f)$. Из (95) находим

$$T_x^*(f) \simeq \frac{\overline{W_a(f)}}{2k G_b(f) G_c(f) A(f)} - T_\phi - T_b(f).$$

Отсюда видно, что для определения $T_x^*(f)$ по оценке спектра на выходе приемника необходимо проделать дополнительные операции: пересчитать оценки $W_a(f)$ ко входу приемника с коррекцией систематических аппаратных погрешностей и вычесть из полученного результата температуру фона и спектр шумов приемника. При этом следует учитывать возможные изменения характеристик аппаратуры, спектра шумов приемника и температуры фона в процессе измерений. Температура фона может особенно сильно меняться, когда измерения проводятся во время прохождения яркого радиоисточника через диаграмму антенны.

Все это требует применения специальных радиометрических методов спектральных измерений, которые должны либо уменьшать до приемлемой величины ошибки, обусловленные изменениями фона и нестабильностью аппаратуры, в процессе измерений, либо позволять учитывать эти ошибки при обработке результатов измерений. Чтобы исключить возможность получения ошибочных результатов, метод измерений должен снижать систематические ошибки до величины, не превышающей статистическую ошибку получаемой оценки.

Согласно (48) и (95) среднеквадратичная ошибка оценок, получаемых на выходе анализатора, равна

$$\delta W_a(f) \simeq \overline{W_a(f)} \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{\Delta f_p t_s}} = k [T_x^*(f) + T_\phi + T_b(f)] G_b(f) G_c(f) A(f) \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{\Delta f_p t_s}}.$$

Здесь t_s — эквивалентное время интегрирования анализатора.

Наиболее важной характеристикой радиоспектрометра является его чувствительность, которая определяется минимальным обнаружимым сигналом, равным по величине приведенной ко входу приемника среднеквадратичной ошибке измерений:

$$\delta T_a(f) = \frac{\delta W_a(f)}{k G_b(f) G_c(f) A(f)} = [T_x^*(f) + T_\phi + T_b(f)] \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{\Delta f_p t_s}}.$$

Все величины, входящие в последнее выражение, кроме $T_b(f)$ и t_s , определяются условиями и задачами измерений. Следовательно, реализовать высокую чувствительность можно только за счет снижения шумовой температуры приемника и увеличения времени интегрирования t_s .

При наблюдениях на радиотелескопах с неподвижной диаграммой направленности время интегрирования жестко ограничивается временем пребывания исследуемого объекта в диаграмме антенны. В этом случае проблема реализации высокой чувствительности может быть решена единственным путем — применением малошумящих усилителей и предельно возможным снижением потерь в высокочастотном тракте радиоспектрометра.

Точность настройки анализатора на заданную частоту исследуемого спектра определяется частотами гетеродинов (94). Суммарная погрешность настройки, обусловленная погрешностью установки частоты гетеродинов и их нестабильностью, должна быть значительно меньше разрешающей способности анализатора. Наиболее высокие требования предъявляются

к стабильности 1-го гетеродина, частота которого мало отличается от частоты сигнала. Можно считать допустимой погрешность $\delta f_g \leq 0.1 \Delta f_p$. В этом случае для 1-го гетеродина допустима относительная нестабильность

$$\frac{\delta f_{g1}}{f_{g1}} \leq 0.1 \frac{\Delta f_p}{f_{g1}} \approx 0.1 \frac{\Delta f_p}{f_x},$$

где f_x — частота исследуемой линии. Например, при наблюдениях линии нейтрального водорода ($f_x=1420$ Мгц) с разрешением $\Delta f_p=10$ кгц относительная нестабильность 1-го гетеродина не должна превышать $\sim 10^{-6}$.

Для исследования профиля линии на различных лучевых скоростях необходима перестройка гетеродина. Создание высокостабильных перестраиваемых гетеродинов в диапазоне СВЧ с малыми уровнями побочных частот и шумов является одной из наиболее сложных технических задач при разработке радиоспектрометров.

При исследовании спектральных линий, имеющих сложные профили, необходимо проводить анализ в широкой полосе с относительно высоким спектральным разрешением. В этом случае для последовательного анализа требуется весьма длительное время. На радиотелескопах с узкой диаграммой направленности такой анализ возможен только в процессе сопровождения исследуемого объекта. Очевидно, что наблюдательное время радиотелескопа при последовательном анализе используется неэффективно. Для получения максимума информации в единицу времени и повышения эффективности работы радиотелескопа необходимо применять радиоспектрометры с многоканальными анализаторами, позволяющими выполнять одновременный анализ всего профиля исследуемой линии.

Большой объем информации, получаемый на выходе многоканальных анализаторов, требует автоматизации ее обработки. Для этого необходимо применять многоканальные цифровые регистрирующие устройства, которые должны производить запись результатов измерений в форме, обеспечивающей их автоматическую обработку на ЭЦВМ. Такая форма регистрации в свою очередь требует четкого программирования самого процесса измерений и, в конечном счете, его полной автоматизации.

Таким образом, при разработке радиоспектрометра, отвечающего современным требованиям, приходится в той или иной степени (в зависимости от цели и условий наблюдений) решать целый комплекс сложных методических и технических задач. Решение этих задач в первую очередь должно обеспечивать реализацию максимальной чувствительности радиоспектрометра при достаточно высоком спектральном разрешении. Наиболее важную роль здесь играет правильный выбор метода спектральных измерений.

4.2. Радиометрические методы спектральных измерений

Все радиометрические методы спектральных измерений основаны на сравнении спектра принимаемого излучения с «опорным» спектром, который в полосе анализа можно считать равномерным. В качестве «опорного» спектра могут использоваться: участок спектра принимаемого излучения в стороне от линии; спектр шумов согласованной нагрузки (эквивалента антенны); излучение опорной области неба, которая в полосе анализа не имеет спектральных линий.]

А. Методы, применяемые при фильтровом анализе.

В спектрометрах с фильтровыми анализаторами применяются три основных метода измерений: компенсационный метод, метод частотной

модуляции и метод двойного сравнения. Рассмотрим принципы работы радиоспектрометров, использующих эти методы.

Компенсационный метод. Впервые этот метод предложил Силов в 1954 г. [12]. В основу метода положено непрерывное сравнение спектральной плотности принимаемого сигнала в двух участках спектра — на частоте линии и в стороне от нее (на частоте сравнения).

Упрощенная функциональная схема компенсационного спектрометра дана на рис. 9. Спектр шумов на выходе супергетеродинного приемника с помощью полосовых фильтров Φ_x и Φ_0 разделяется на два канала. Первый из них, называемый обычно спектральным каналом, настраивается на частоту исследуемой линии. Он имеет полосу пропускания Δf_p , которая определяет разрешающую способность спектрометра. Второй канал (Φ_0) настраивается на частоту, находящуюся в стороне от профиля

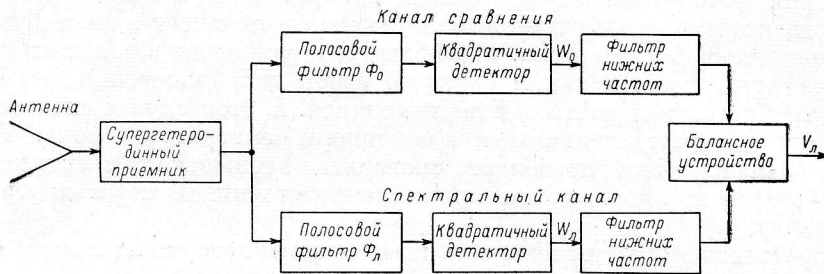


Рис. 9. Упрощенная функциональная схема компенсационного радиоспектрометра.

линии, и называется каналом сравнения. Его полоса пропускания Δf_0 может быть значительно шире полосы спектрального канала.

Мощность шумов, заключенная в полосе спектрального канала, детектируется и сравнивается в балансном устройстве с продетектированной мощностью шума канала сравнения; разностный сигнал регистрируется. В обоих каналах сигналы на выходе детекторов усредняются фильтрами нижних частот, и в балансном устройстве производится непрерывное сравнение постоянных составляющих этих сигналов. Поэтому такие спектрометры часто называют радиометрами сравнения по постоянному току.

При квадратичных детекторах постоянные составляющие на выходе каналов можно представить в виде

$$\begin{aligned} \bar{W}_x &= k(T_x + T_\phi + T_{вл}) \Delta f_p G_x; \\ \bar{W}_0 &= k(T_\phi + T_{в0}) \Delta f_0 G_0; \end{aligned} \quad (96)$$

где T_x — средняя в полосе Δf_p антенная температура линии; $T_{вл}$ и $T_{в0}$ — шумовая температура приемника в полосах Δf_p и Δf_0 соответственно; G_x и G_0 — средние в полосах Δf_p и Δf_0 коэффициенты передачи мощности приемно-усилительного тракта (включая фильтры и детекторы).

Направив антенну на опорную область неба (где $T_x=0$), можно отрегулировать коэффициенты усиления в каналах таким образом, чтобы постоянная составляющая \bar{W}_x на выходе спектрального канала компенсировалась в балансном устройстве равной ей по величине постоянной составляющей \bar{W}_0 с выхода канала сравнения, т. е. чтобы удовлетворялось равенство

$$(T_\phi + T_{вл}) \Delta f_p G_x = (T_\phi + T_{в0}) \Delta f_0 G_0. \quad (97)$$

Тогда при наведении антенны на исследуемую область неба на выходе спектрометра появится сигнал, пропорциональный температуре линии

$$\bar{V}_x = \bar{W}_x - \bar{W}_0 = kT_x \Delta f_p G_x.$$

Однако при неравномерном спектре собственных шумов приемника, т. е. когда $T_{вх} \neq T_{во}$, равенство (97) может нарушаться не только за счет появления спектрального сигнала, но и за счет изменений температуры фона [13]. В этом случае могут регистрироваться ложные сигналы.

Для того чтобы свести к минимуму влияние изменений температуры фона, нами был применен способ балансировки усиления каналов компенсационного спектрометра [14] по внешнему искусственному источнику с равномерным спектром. В качестве такого источника может использоваться шумовая газоразрядная трубка (без арматуры), помещенная на некотором расстоянии от приемного рупора. При включении трубки на входе приемника появляется балансировочный сигнал, имитирующий изменение температуры фона. Коэффициенты усиления в каналах спектрометра регулируются таким образом, чтобы при включении и выключении трубки сигнал на выходе не изменялся. В этом случае спектрометр становится нечувствительным к изменениям температуры фона. Такой способ балансировки позволяет проводить наблюдения спектральных линий во время прохождения ярких радиоисточников через диаграмму антенны.

Теоретическая чувствительность компенсационного спектрометра определяется формулой

$$\delta T \approx (T_x + T_\phi + T_n) \sqrt{1 + \frac{\Delta f_p}{\Delta f_0} \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{\Delta f_p t_0}}}, \quad (98)$$

где t_0 — эквивалентное время интегрирования фильтров нижних частот.

Множитель $\sqrt{1 + \frac{\Delta f_p}{\Delta f_0}}$ характеризует методический (компенсационный) проигрыш в чувствительности, который обусловлен тем, что в балансном устройстве сравниваются два сигнала с независимыми флюктуациями, дисперсия которых обратно пропорциональна полосе пропускания соответствующих каналов. Для уменьшения этого проигрыша полоса канала сравнения делается значительно шире полосы спектрального канала.

Основным недостатком компенсационных спектрометров является чувствительность к изменениям формы частотной характеристики приемника, поскольку эти изменения нарушают балансировку каналов. Необходимо также отметить, что в случае последовательного анализа балансировка может нарушаться при перестройке анализатора по частоте из-за неравномерности частотной характеристики приемного тракта. При параллельном анализе к форме частотной характеристики этого тракта предъявляются менее жесткие требования, так как в этом случае производится балансировка каждого спектрального канала относительно общего канала сравнения.

Компенсационный метод успешно применялся в многоканальных радиоспектрометрах со сместителями на входе [14, 15].

Метод частотной модуляции. Этот метод основан на периодическом сравнении спектральной плотности шумов антенны в двух участках спектра — на частоте линии и в стороне от нее. Функциональная схема радиоспектрометра с частотной модуляцией показана на рис. 10. Супергетеродинный приемник имеет два гетеродина, которые попеременно с частотой модуляции F_m подключаются к смесителю. Благодаря этому производится периодическая скачкообразная перестройка приемника с частоты линии на частоту сравнения (частотная модуляция). Разрешающая способность

спектрометра определяется узкополосным фильтром на выходе приемника.

Сигналы на выходе детектора этого фильтра при настройке на частоту линии и на частоту сравнения можно определить выражениями:

$$\begin{aligned}\bar{W}_x &= k(T_x + T_\phi + T_{вх}) \Delta f_p G_x; \\ \bar{W}_0 &= k(T_\phi + T_{в0}) \Delta f_p G_0.\end{aligned}\quad (99)$$

В режиме переключения гетеродинов на выходе детектора будет действовать периодическая составляющая с частотой модуляции F_m , которая усиливается усилителем низкой частоты и демодулируется синхронным детектором. Выходной сигнал синхронного детектора после усреднения фильтром нижних частот подается на регистрирующее устройство.

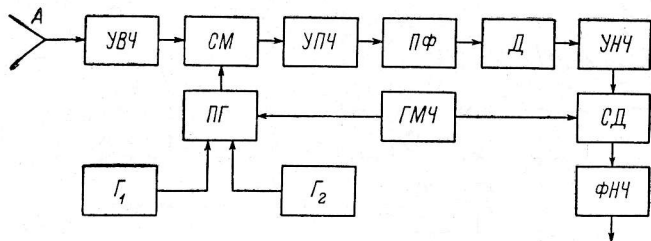


Рис. 10. Функциональная схема радиоспектрометра с частотной модуляцией.

А — антенна, УВЧ — усилитель высокой частоты, УПЧ — усилитель промежуточной частоты, ПФ — полосовой фильтр, Д — квадратичный детектор, УНЧ — усилитель низкой частоты, СД — синхронный детектор, ФНЧ — фильтр нижних частот, ПГ — переключатель гетеродинов, G_1 и G_2 — гетеродины, ГМЧ — генератор модулирующей частоты.

Если шумовая температура и коэффициент передачи приемника при перестройке не меняются ($T_{вх} = T_{в0}$; $G_x = G_0$), то выходной сигнал будет пропорционален средней в полосе Δf_p антенной температуре линии

$$\bar{V} \sim \bar{W}_x - \bar{W}_0 = k T_x \Delta f_p G_x.$$

В этом случае спектрометр нечувствителен к изменениям температуры фона.

Из-за неравномерности частотной характеристики высокочастотного тракта, а также вследствие того, что переключаемые гетеродины могут иметь неодинаковые амплитуды, коэффициенты усиления на частоте линии и на частоте сравнения могут отличаться друг от друга. Шумовая температура приемника при его перестройке также может изменяться. Все это приводит к появлению на выходе паразитного сигнала, величина которого при $G_x \neq G_0$ будет зависеть от температуры фона. Поэтому в спектрометрах с частотной модуляцией особое внимание уделяется настройке высокочастотного тракта и стабилизации амплитуд гетеродинов.

Применение метода частотной модуляции позволяет снизить требования к стабильности всего усилительного тракта, следующего за смесителем, так как нестабильность усиления этого тракта может влиять только на величину разностного периодического сигнала.

С помощью спектрометров с частотной модуляцией была обнаружена первая в радиодиапазоне спектральная линия, излучаемая межзвездным нейтральным водородом [16—18], и до появления малошумящих усилителей высокой частоты этот тип спектрометров был самым распространенным.

Теоретическая чувствительность спектрометра с частотной модуляцией в случае прямоугольной формы сигналов, демодулируемых синхронным детектором, определяется формулой

$$\delta T \approx 2(T_x + T_\phi + T_b) \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{\Delta f_p t_s}} \quad (100)$$

Здесь t_s — эквивалентное время интегрирования фильтра нижних частот на выходе спектрометра. Коэффициент 2 характеризует методический (модуляционный) проигрыш в чувствительности, который обусловлен тем, что при методе частотной модуляции сравниваются два независимых сигнала, имеющие примерно одинаковую дисперсию, причем это сравнение осуществляется за счет уменьшения в 2 раза времени наблюде-

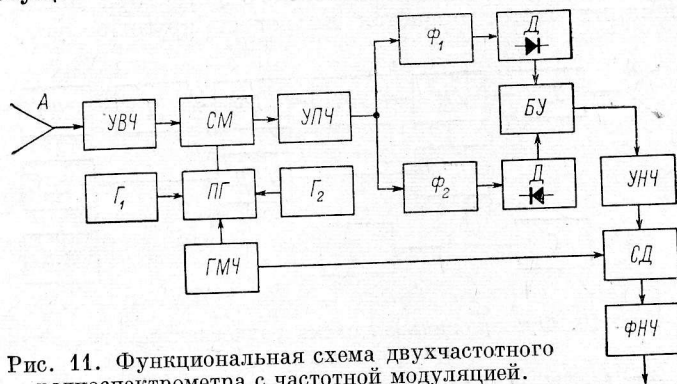


Рис. 11. Функциональная схема двухчастотного радиоспектрометра с частотной модуляцией.

А — антенна, УВЧ — усилитель высокой частоты, СМ — смеситель, УПЧ — усилитель промежуточной частоты, Φ_1 и Φ_2 — полосовые фильтры, Д — квадратичные детекторы, БУ — балансное устройство, УНЧ — усилитель низкой частоты, СД — синхронный детектор, ФНЧ — фильтр нижних частот, ПГ — переключатель гетеродинов, G_1 и G_2 — гетеродины, ГМЧ — генератор модулирующей частоты.

ния спектрального сигнала (эквивалентное время интегрирования этого сигнала равно $t_s/2$).

Уменьшение модуляционного проигрыша в $\sqrt{2}$ раз достигается в двухчастотном спектрометре с частотной модуляцией [19, 20], функциональная схема которого приведена на рис. 11. Здесь спектр на выходе приемника с помощью фильтров Φ_1 и Φ_2 , имеющих одинаковые полосы пропускания, разделяется на два разнесенных по частоте канала. Центральные частоты этих каналов выбираются таким образом, чтобы в режиме переключения гетеродинов исследуемый спектральный сигнал поступал поочередно то в 1-й, то во 2-й каналы. Благодаря тому, что детектор во 2-м канале включен обратной полярностью по отношению к детектору в 1-м канале, периодические составляющие на выходе каналов, пропорциональные величине спектрального сигнала, имеют одинаковую фазу. Перед синхронным детектором эти синфазные сигналы складываются; в результате спектрометр измеряет излучение линии в течение всего времени наблюдения. Таким образом, применение двух спектральных каналов приводит к выигрышу в чувствительности в $\sqrt{2}$ раз.

Метод двойного сравнения. Этот метод был предложен в 1954 г. С. Э. Хайкиным и впервые реализован в спектрометре на волну 91.6 см [24, 22]. Функциональная схема спектрометра двойного сравнения показана на рис. 12. Его входной тракт подобен высокочастотному тракту модуляционных радиометров сплошного спектра, причем, как и в последних, возможны два способа измерений — квазиулевой и нулевой [23, 24]. При квазиулевом способе температура эквивалента подбира-

ется примерно равной температуре антенны и в процессе наблюдений остается постоянной. При нулевом способе температура эквивалента автоматически поддерживается равной температуре антенны в течение всего процесса наблюдений.

При подключенной антенне на вход приемника поступают шумы антенны со спектральной плотностью $T_a(f) = T_x(f) + T_\phi$, при подключенном эквиваленте — шумы эквивалента со спектральной плотностью T_ϕ , которая в полосе приемника не зависит от частоты. В режиме переключения на входе приемника действует разностный периодический спектральный сигнал

$$\bar{T}(f) = T_a(f) - T_\phi = T_x(f) + T_\phi - T_\phi,$$

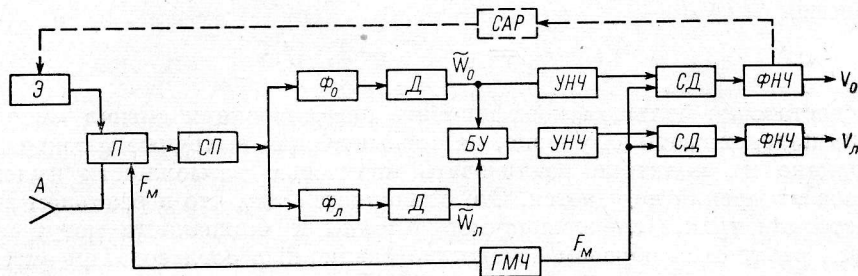


Рис. 12. Функциональная схема радиоспектрометра двойного сравнения.

А — антенна, Э — эквивалент, П — высокочастотный переключатель, СП — супергетеродинный приемник, Φ_0 и Φ_x — полосовые фильтры, Д — квадратичные детекторы, БУ — балансное устройство, УНЧ — усилитель низкой частоты, СД — синхронные детекторы, ФНЧ — фильтры нижних частот, ГМЧ — генератор модулирующей частоты, САР — система авторегулирования.

который является результатом сравнения спектральных плотностей шумов антенны и эквивалента (первое сравнение).

Так же, как и в компенсационном спектрометре, выход приемника с помощью полосовых фильтров разделяется на два канала: Φ_x — спектральный канал и Φ_0 — канал сравнения. В результате детектирования на выходе каждого канала выделяются периодические сигналы, пропорциональные разности температур антенны и эквивалента в соответствующих участках спектра. Эти сигналы сравниваются в балансном устройстве (второе сравнение); полученный разностный сигнал частоты модуляции усиливается, демодулируется синхронным детектором и регистрируется.

Средние значения амплитуд периодических сигналов на выходе спектрального канала и канала сравнения и разностного сигнала на выходе балансного устройства будут соответственно равны

$$\bar{U}_0 = \frac{1}{2} k (T_\phi - T_\phi) \Delta f_0 G_0;$$

$$\bar{V} = \bar{U}_x - \bar{U}_0 = \frac{1}{2} k \left[T_x + \left(1 - \frac{\Delta f_0 G_0}{\Delta f_p G_x} \right) (T_\phi - T_\phi) \right] \Delta f_p G_x. \quad (101)$$

В последнем выражении второй член в квадратных скобках определяет паразитный сигнал, для уменьшения которого имеются две возможности.

Во-первых, так же как и в компенсационном спектрометре, паразитный сигнал можно сделать достаточно малым путем балансировки усиления каналов. Для этого необходимо отрегулировать коэффициенты усиления в каналах таким образом, чтобы выполнялось условие балансировки

$$\Delta f_p G_x = \Delta f_0 G_0.$$

Выполнение этого условия проверяется по отсутствию заметных отклонений сигнала на выходе спектрометра при изменении разности температур антенны и эквивалентна.

Во-вторых, паразитный сигнал можно свести к минимуму, поддерживая температуру эквивалента близкой к температуре антенны.

Поскольку условие балансировки в процессе наблюдений может нарушаться вследствие нестабильности частотной характеристики приемника, то, естественно, привлекает возможность применения нулевого способа измерений. На рис. 12 штрихами показана цепь авторегулирования, осуществляющая управление температурой эквивалента по сигналу «ошибки» с выхода канала сравнения. Величина этого сигнала пропорциональна разности температур антенны и эквивалентна в полосе канала сравнения

$$\bar{V}_0 \sim \bar{U}_0 = \frac{1}{2} k (T_\phi - T_0) \Delta f_0 G_0.$$

При достаточно большом коэффициенте регулирования сигнал «ошибки» можно поддерживать на уровне, не превышающем выходные флюктуации.

Однако на практике реализовать полностью возможности нулевого способа измерений не удается. Это объясняется тем, что в реальном высокочастотном тракте спектры шумов антенны и эквивалента могут искажаться различным образом вследствие различий в согласовании антенны и эквивалента со входом приемника. При наличии таких искажений на выходе спектрометра будет регистрироваться паразитный спектральный сигнал, величина которого в случае одновременного изменения температур антенны и эквивалента будет изменяться, т. е. спектрометр будет чувствителен к вариациям температуры фона. Поэтому в спектрометрах, использующих нулевой способ измерений, требуется идентичность конструкции и электрических характеристик трактов антенны и эквивалента [25, 26].

Теоретическая чувствительность спектрометра двойного сравнения в случае прямоугольной формы сигналов, демодулируемых синхронным детектором, определяется формулой

$$\delta T \simeq 2 \sqrt{1 + \frac{\Delta f_p}{\Delta f_0} (T_x + T_\phi + T_0)} \frac{\alpha}{\sqrt{\Delta f_p t_0}}. \quad (102)$$

Здесь множитель $2 \sqrt{1 + \frac{\Delta f_p}{\Delta f_0}}$ характеризует методический проигрыш в чувствительности. Он определяется произведением проигрышей модуляционного и компенсационного методов, поскольку в балансном устройстве периодический сигнал (результат модуляции), получаемый на выходе спектрального канала, компенсируется периодическим сигналом с выхода канала сравнения. Дисперсию компенсирующего сигнала можно уменьшить, расширяя полосу пропускания канала сравнения. В тех случаях, когда интегральным вкладом спектральной линии в полосу пропускания приемника можно пренебречь, в качестве канала сравнения может использоваться вся полоса приемника [27].

Следует отметить, что в спектрометрах модуляционного типа частота модуляции должна выбираться с учетом выполнения условия $F_M \ll \Delta f_p$, чтобы форма модулированного сигнала не искажалась фильтрами анализатора.

Б. Методы, применяемые при автокорреляционном анализе.

Автокорреляционный метод анализа для спектральных исследований в радиоастрономии был предложен в 1960 г. Блюмом [28] и Вайнребом [29]. Первый радиоспектрометр с цифровым знаковым автокорреляцион-

ным анализатором был разработан Вайнребом в 1962 г. [30]; теория и техника измерений изложены в [6].

В автокорреляционных спектрометрах обычно применяются два метода измерений — метод частотной модуляции и модуляционный метод сравнения с эквивалентом. Приемник до анализатора в первом случае имеет такую же функциональную схему, как в фильтровом спектрометре с частотной модуляцией; во втором — как в спектрометре двойного сравнения. Разница заключается лишь в том, что в автокорреляционном спектрометре исследуемый участок спектра должен путем гетеродина-

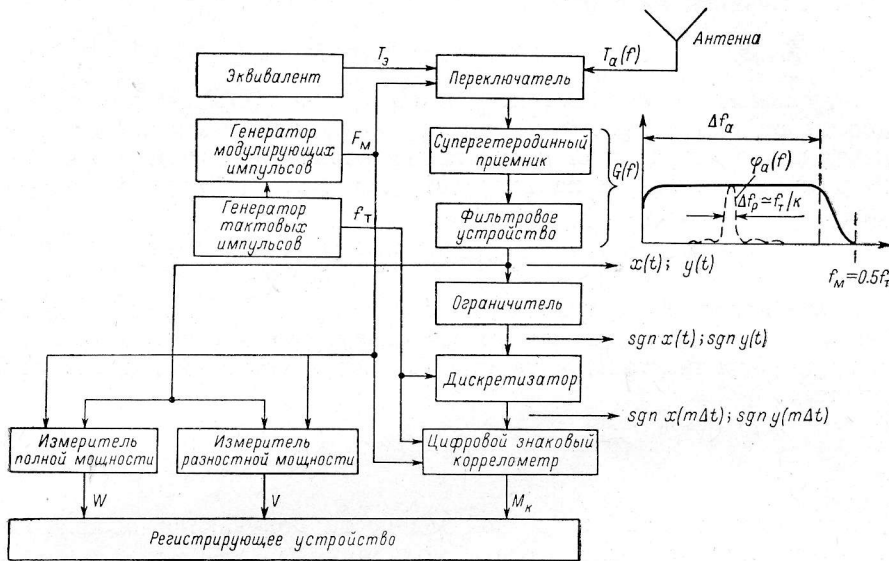


Рис. 13. Функциональная схема цифрового знакового автокорреляционного радиоспектрометра.

рования и фильтрации преобразовываться в область видеочастот, в которой обычно работают корреляционные анализаторы.

Принцип работы анализирующего устройства одинаков для обоих методов — при любом из них анализируется разностный периодический сигнал частоты модуляции. Поскольку аналоговые корреляционные анализаторы не имеют каких-либо преимуществ перед фильтровыми, то мы рассмотрим только принцип работы спектрометра с цифровым знаковым коррелометром.

На рис. 13 приведена функциональная схема цифрового знакового спектрометра, в котором используется метод сравнения с эквивалентом. Исследуемый в полосе Δf_a участок спектра путем гетеродинирования смещается в область видеочастот, чтобы нижняя граница полосы анализа примыкала к нулевой частоте; фильтровым устройством спектр ограничивается сверху частотой f_M . После фильтрации временной сигнал путем жесткого ограничения по уровню преобразуется в знаковую функцию, которая затем дискретизируется через интервалы Δt . Частота дискретизации задается генератором тактовых импульсов и определяется условием $f_T = 1/\Delta t \geq 2f_M$. Дискретизированная знаковая функция сигнала подается на цифровое устройство коррелометра, управляемое теми же тактовыми импульсами.

Спектрометр может работать как в модуляционном, так и в немодуляционном режимах. Последний режим используется для вспомогательных измерений при подключенном эквиваленте. Вспомогательные измерения выполняются обычно перед рабочими наблюдениями, так как данные этих измерений необходимы для вычисления оценок исследуемого спектра.

Спектр мощности на входе ограничителя, выраженный в значениях частоты на входе приемника, можно представить следующими выражениями:

$$P_a(f) = k[T_x(f) + T_\phi + T_b]G(f)$$

при подключенной антенне;

$$P_s(f) = k(T_s + T_b)G(f)$$

при подключенном эквиваленте. Здесь $G(f)$ — коэффициент передачи мощности от входа приемника до ограничителя. Предполагается, что шумовая температура приемника в полосе анализа не зависит от частоты.

В режиме модуляции на входе ограничителя действует разностный периодический сигнал

$$\Delta P_x(f) = P_a(f) - P_s(f) = k[T_x(f) + T_\phi - T_b]G(f).$$

На выходе фильтрового устройства имеются два измерителя мощности. Измеритель полной мощности выдает оценки мощности сигнала, подаваемого на ограничитель, в те промежутки времени, когда подключен эквивалент:

$$\bar{W} = \int_0^{\infty} P_s(f) df = C(T_s + T_b). \quad (103)$$

На выходе измерителя разностной мощности получают оценки мощности разностного сигнала частоты модуляции

$$\bar{V} = \int_0^{\infty} [P_a(f) - P_s(f)] df = C(\bar{T}_x + T_\phi - T_b). \quad (104)$$

Здесь \bar{T}_x — температура линии, усредненная по полосе пропускания приемника:

$$\bar{T}_x = \frac{\int_0^{\infty} T_x(f) G(f) df}{\int_0^{\infty} G(f) df},$$

C — множитель, определяемый коэффициентом передачи и полосой пропускания приемника:

$$C = k \int_0^{\infty} G(f) df.$$

Обозначим временной сигнал на входе ограничителя при подключенной антенне через $x(t)$, при подключенном эквиваленте — через $y(t)$. Во время вспомогательных измерений должна производиться оценка знаковой автокорреляционной функции сигнала $y(t)$:

$$r_{yy}(k\Delta\tau) = \frac{1}{M_0} \sum_{m=0}^{M_0} \text{sgn } y(m\Delta t) \text{sgn } y(m\Delta t - k\Delta\tau), \quad (105)$$

где $k=1 \div K$; K — число каналов коррелометра; $M_0=f_T T$; T — время интегрирования; $\Delta\tau=\Delta t$. Значения $r_{yT}(k\Delta\tau)$ при $k=0$ не измеряются, поскольку $r(0)=1$.

Произведения, суммируемые в (105), имеют положительные значения (+1), когда знаки сомножителей совпадают (положительные корреляции), и отрицательные (-1), когда их знаки противоположны (отрицательные корреляции). Поэтому результат суммирования можно представить в виде разности чисел положительных (M_{ky}^+) и отрицательных (M_{ky}^-) корреляций. Тогда

$$r_{yT}(k\Delta\tau) = \frac{M_{ky}^+ - M_{ky}^-}{M_0}.$$

Чтобы не применять сложные реверсивные счетчики, необходимые для суммирования импульсов с учетом знака, логические схемы перемножения в коррелометре конструируются таким образом, что при подключенной антенне каждая из этих схем выдает импульсы в счетчик своего канала только в случае положительных корреляций, а при подключенном эквиваленте — только в случае отрицательных корреляций. Импульсы суммируются в течение времени T обычными двоичными счетчиками и результат суммирования регистрируется в цифровой форме.

Следовательно, при вспомогательных измерениях на выходе коррелометра регистрируется число отрицательных корреляций M_{ky}^- . Поскольку полное число возможных корреляций известно и равно $M_0=f_T T$, то, учитывая, что $M_{ky}^+ = M_0 - M_{ky}^-$, получим следующую формулу для вычисления $r_{yT}(k\Delta\tau)$:

$$r_{yT}(k\Delta\tau) = \frac{M_0 - 2M_{ky}^-}{M_0}.$$

Дальнейшая обработка вспомогательных измерений выполняется в соответствии со схемой рис. 6: вычисляются значения нормированной автокорреляционной функции сигнала $y(t)$ на входе ограничителя

$$\rho_{yT}(k\Delta\tau) = \sin \left[\frac{\pi}{2} r_{yT}(k\Delta\tau) \right]$$

и оценки нормированного спектра мощности этого сигнала

$$P_{yT}(n\Delta f_p) = 4 \sum_{k=0}^K \Delta\rho_{yT}(k\Delta\tau) b_a(k\Delta\tau) \cos(2\pi n\Delta f_p k\Delta\tau).$$

Здесь $b_a(k\Delta\tau)$ — весовая функция; $b_a(0)=1/2$; $n=1 \div N$; $N \simeq \Delta f_a / \Delta f_p$ — число отсчетных точек в полосе анализа.

Значения $r_{yT}(k\Delta\tau)$ и $P_{yT}(n\Delta f_p)$ используются при обработке рабочих наблюдений.

Наблюдения спектральных линий выполняются в режиме модуляции. В этом случае на выходе коррелометра регистрируются числа

$$M_k = M_{kx}^+ + M_{ky}^-.$$

Каждое из чисел M_k является суммой положительных корреляций сигнала $x(t)$ и отрицательных корреляций сигнала $y(t)$ за время T в соответствующем канале коррелометра. Изменение знака суммируемых корреляций производится модулирующими импульсами, которые управляют режимом работы схем перемножения синхронно с модуляцией входного сигнала.

В модуляционном режиме должна производиться оценка разностных значений знаковых автокорреляционных функций сигналов $x(t)$ и $y(t)$:

$$\Delta r_{xT}(k\Delta\tau) = r_{xT}(k\Delta\tau) - r_{yT}(k\Delta\tau) = \frac{(M_{kx}^+ - M_{kx}^-) - (M_{ky}^+ - M_{ky}^-)}{M_0}.$$

Поскольку сигналы $x(t)$ и $y(t)$ действуют поочередно, то полное число возможных корреляций для каждого из них за время T равно $M_0/2$. Следовательно, справедливы следующие соотношения:

$$M_{кx}^- = \frac{M_0}{2} - M_{кx}^+; \quad M_{кy}^+ = \frac{M_0}{2} - M_{кy}^-.$$

Учитывая это, получим формулу для вычисления $\Delta r_{xT}(k\Delta\tau)$ по значениям $M_{к}$:

$$\Delta r_{xT}(k\Delta\tau) = \frac{2M_{к} - M_0}{M_0}.$$

Используя соотношение (71), можно определить разностные значения нормированных автокорреляционных функций сигналов $x(t)$ и $y(t)$:

$$\begin{aligned} \Delta \rho_{xT}(k\Delta\tau) &= \rho_{xT}(k\Delta\tau) - \rho_{yT}(k\Delta\tau) = \sin \left[\frac{\pi}{2} r_{xT}(k\Delta\tau) \right] - \sin \left[\frac{\pi}{2} r_{yT}(k\Delta\tau) \right] = \\ &= 2 \sin \left[\frac{\pi}{4} \Delta r_{xT}(k\Delta\tau) \right] \cos \left\{ \frac{\pi}{4} [2r_{yT}(k\Delta\tau) - \Delta r_{xT}(k\Delta\tau)] \right\}. \end{aligned} \quad (106)$$

Значения $r_{yT}(k\Delta\tau)$, необходимые для вычисления $\Delta \rho_{xT}(k\Delta\tau)$, берутся из результатов вспомогательных измерений. Затем вычисляются оценки разностных значений нормированных спектров на входе ограничителя:

$$\Delta p_{xT}(n\Delta f_p) = 4 \sum_{k=0}^K \Delta \rho_{xT}(k\Delta\tau) b_a(k\Delta\tau) \cos(2\pi n \Delta f_p k \Delta\tau). \quad (107)$$

Для получения оценок спектра исследуемой линии используются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} 1) \quad \Delta p_x(f) &= \overline{\Delta p_{xT}(f)} = p_a(f) - p_s(f); \\ 2) \quad p_a(f) &= \frac{P_a^*(f)}{\frac{1}{2} f T} = \frac{\{[T_x(f) + T_\phi + T_B] G(f)\}^*}{\int_0^{\frac{1}{2} f T} \{[T_x(f) + T_\phi + T_B] G(f)\}^* df} \simeq \\ &\simeq \frac{[T_x^*(f) + T_\phi + T_B] G(f)}{\int_0^{\infty} [T_x^*(f) + T_\phi + T_B] G(f) df} \simeq \left[\frac{T_x^*(f) + T_\phi + T_B}{\bar{T}_x + T_\phi + T_B} \right] \frac{G(f)}{\int_0^{\infty} G(f) df}; \\ 3) \quad p_s(f) &= \frac{P_s^*(f)}{\frac{1}{2} f T} = \frac{[(T_s + T_B) G(f)]^*}{\int_0^{\frac{1}{2} f T} [(T_s + T_B) G(f)]^* df} \simeq \frac{G(f)}{\int_0^{\infty} G(f) df}. \end{aligned}$$

Здесь $T_x^*(f)$ представляет собой свертку истинного спектра линии и сглаживающей функции $\varphi_a(f)$. Последние выражения для $p_a(f)$ и $p_s(f)$ верны, если коэффициент передачи $G(f)$ в полосе пропускания сглаживающей функции можно считать постоянным, а спектр собственных шумов приемника в полосе анализа — равномерным. В этом случае

$$\Delta p_x(f) = \left[\frac{T_x^*(f) + T_\phi + T_B}{\bar{T}_x + T_\phi + T_B} - 1 \right] \frac{G(f)}{\int_0^{\infty} G(f) df} = \left[\frac{T_x^*(f) - \bar{T}_x}{\bar{T}_x + T_\phi + T_B} \right] p_s(f). \quad (108)$$

Отсюда можно получить выражение для ожидаемой оценки спектра исследуемой линии

$$T_x^*(f) = \frac{\Delta p_x(f)}{p_s(f)} [\bar{T}_x + T_\phi + T_B] + \bar{T}_x. \quad (109)$$

Значения $p_a(f)$ берутся из результатов вспомогательных измерений. Выражение в квадратных скобках представляет собой среднюю в полосе пропускания приемника температуру шумов при подключенной антенне. Оценку этой температуры можно вычислить из показаний измерителей полной и разностной мощности (103) и (104)

$$\bar{T}_x + T_\phi + T_a = \frac{\bar{W} + \bar{V}}{C}. \quad (110)$$

Коэффициент C определяется обычной калибровкой измерителей мощности по шумовому сигналу с известной спектральной плотностью, подаваемому в тракт антенны (или эквивалента):

$$C = \frac{\Delta V_k}{\Delta T_k}, \quad (111)$$

где ΔT_k — температура калибровочного сигнала; ΔV_k — отклонение на выходе измерителя, вызванное калибровочным сигналом.

Из выражения (109) видно, что составляющая \bar{T}_x приводит к смещению «нулевого» уровня ожидаемого профиля линии. В тех случаях, когда ширина профиля исследуемой линии заведомо меньше полосы анализа, величина смещения определяется по участкам спектра, где $T_x^*(f) = 0$. Если же профиль линии имеет ширину порядка полосы анализа, то таких участков в пределах этой полосы может не быть. В этих случаях величину смещения можно получить из дополнительных измерений при настройке приемника на область спектра в стороне от профиля линии (в режиме модуляции). Измеритель разностной мощности при этих измерениях дает оценку разности температур фона и эквивалента

$$\bar{V}_0 = C(T_\phi - T_a). \quad (112)$$

Из (104) и (112) можно определить величину смещения

$$\bar{T}_x = \frac{\bar{V} - \bar{V}_0}{C}. \quad (113)$$

Учитывая соотношения (109), (110) и (113), получим следующую формулу для вычисления оценок спектра исследуемой линии:

$$T_{лT}^*(n\Delta f_p + f_r) = \frac{\Delta T_k}{\Delta V_k} \left\{ \left[\frac{\Delta p_{xT}(n\Delta f_p)}{p_a(n\Delta f_p)} \right] (W + V) + (V - V_0) \right\}, \quad (114)$$

где f_r — частота, определяемая гетеродинами, с помощью которых исследуемый участок спектра переносится к полосе анализа коррелометра.

В спектрометрах с частотной модуляцией методика измерений и вычисления спектра остается такой же, как и при сравнении с эквивалентом; следует лишь считать, что $T_a = T_\phi$. Измеритель разностной мощности при частотной модуляции позволяет непосредственно в процессе наблюдений получать оценки температуры линии, усредненной по полосе пропускания приемника (\bar{T}_x). Поэтому дополнительные измерения вне профиля линии в режиме модуляции не нужны, и при вычислении спектра по формуле (114) следует считать $V_0 = 0$.

Коэффициент передачи высокочастотного тракта должен быть постоянным как в полосе анализа, так и в полосе сравнения. Если это условие не выполняется, то форма частотной характеристики приемника при переключении гетеродинов будет изменяться и вычисляемые оценки

спектра могут иметь систематические ошибки. При любом методе модуляции могут иметь место систематические ошибки в оценке спектра из-за нелинейности измерителей мощности [31].

В соответствии с формулой (89) и с учетом модуляционного проигрыша теоретическая чувствительность цифрового знакового автокорреляционного спектрометра определяется выражением

$$\begin{aligned} \delta T(f) &\simeq [T_x(f) + T_\phi + T_n] \frac{2\beta(f)\alpha}{\sqrt{\Delta f_p t_0}} \sqrt{1 + \frac{\Delta f_p}{\Delta f_a}} \simeq \\ &\simeq 2.8 [T_x(f) + T_\phi + T_n] \frac{\alpha}{\sqrt{\Delta f_p t_0}}. \end{aligned} \quad (115)$$

Здесь t_0 — эквивалентное время интегрирования корреляций сигналов счетчиками коррелометра. В модуляционном режиме величина t_0 всегда несколько меньше реального времени интегрирования T , так как в момент переключения (например, с антенны на эквивалент) счетчики каналов должны замирать бланкирующими импульсами на интервал времени $\Delta t_0 \geq K\Delta\tau$, необходимый для вывода из сдвигающего регистра задержанной в нем информации от предыдущего полупериода модуляции и исключения нестационарных процессов, возникающих от переключения.

Поскольку за время T число переключений равно $2TF_m$, где F_m — частота модуляции, то на бланкирование теряется время $2TF_m K\Delta\tau$. Учитывая, что $2K\Delta\tau \simeq 1/\Delta f_p$ (см. (64)), получим

$$t_0 = T(1 - 2F_m K\Delta\tau) \simeq T\left(1 - \frac{F_m}{\Delta f_p}\right).$$

Следовательно, здесь так же, как и в спектрометрах с фильтровыми анализаторами, должно выполняться условие $F_m \ll \Delta f_p$.

5. Заключение

В современных радиоспектрометрах, используемых для исследования спектральных линий, наибольшее распространение получили многоканальные фильтровые анализаторы [32—37]. Цифровые знакового автокорреляционные анализаторы разработаны пока только в США [9] и Англии [38]. В подавляющем большинстве зарубежных спектрометров с анализаторами обоих типов используется метод частотной модуляции; метод сравнения с эквивалентом применяется сравнительно редко [6, 33]. В СССР в последние годы используется либо квазиулевой [37], либо нулевой [25, 26] метод двойного сравнения.

В качестве усилителей высокой частоты за рубежом широко применяются параметрические усилители; мазеры используются довольно редко [39, 40]. В СССР находят применение и мазеры [25, 37, 41], и параметрические усилители [26, 42].

В спектрометрах с маломощными усилителями на входе компенсационный метод измерений не употребляется, так как он не позволяет реализовать чувствительность, близкую к теоретической, из-за неустойчивости коэффициента передачи усилительного тракта [43]. Следует отметить, что с целью уменьшения потерь в СВЧ-тракте спектрометров, на входе которых применяются маломощные усилители, был предложен ряд методов [44—46], не требующих применения СВЧ-переключателей. Однако эти методы либо не были экспериментально проверены [44, 46], либо применялись короткое время и были впоследствии заменены [45], поэтому они нами не рассматривались.

В настоящей работе рассмотрены лишь те методы спектральных измерений, которые применяются в спектрометрах, имеющих один приемно-

усилительный тракт и анализатор. Для повышения чувствительности в некоторых случаях используются более сложные приемно-усилительные и анализирующие устройства. Выигрыш в чувствительности в таких устройствах получается благодаря применению методов, аналогичных тем, которые были предложены с этой же целью для радиометров сплошного спектра.

Например, чувствительность при модуляционном методе сравнения с эквивалентом можно улучшить в $\sqrt{2}$ раз, если иметь два идентичных модуляционных спектрометра, которые поочередно принимают сигналы от антенны и от эквивалента (когда один спектрометр подключен к антенне, другой должен быть подключен к эквиваленту). Если сложить сигналы на выходе идентичных каналов, то чувствительность должна улучшиться в $\sqrt{2}$ раз за счет увеличения в 2 раза времени наблюдения полезного сигнала (точно так же, как в двухчастотном спектрометре с частотной модуляцией). В тех случаях, когда излучение линии имеет хаотическую поляризацию, можно получить дополнительный выигрыш в $\sqrt{2}$ раз, применяя идентичное устройство из двух спектрометров для приема излучения с поляризацией, перпендикулярной той, которую принимает первая пара. Такая сложная система из четырех спектрометров использовалась Вайнребом [30] в попытке обнаружения линии дейтерия. Аналогичный метод для повышения чувствительности радиометров сплошного спектра был предложен Грахамом [47].

Как известно, чувствительность в $\sqrt{2}$ раз лучше, чем у модуляционного радиометра, может быть реализована в корреляционном радиометре [48]. Корреляционный метод приема в принципе позволяет получить такой же выигрыш в чувствительности и при спектральных измерениях. Для этого необходимо иметь два идентичных приемника, входные тракты которых в случае общей антенны должны быть хорошо развязаны друг от друга.

Если используется фильтровой анализ, то необходимо иметь также на выходе каждого приемника одинаковые фильтровые устройства. В этом случае с помощью перемножителей измеряется корреляция сигналов на выходе каждой пары идентичных фильтров. При идеальной развязке между входами приемников постоянная составляющая на выходе перемножителя будет определяться только спектральной плотностью шумов антенны на частоте настройки идентичных фильтров, поскольку собственные шумы приемников можно считать некоррелированными. Следовательно, такой корреляционно-фильтровой радиометр позволяет получать оценки спектра сигналов, принимаемых антенной. Впервые корреляционный метод приема с фильтровым анализом был применен для спектральных исследований Н. С. Кардашевым [49]. Если применяется корреляционный анализатор, то коррелометр служит для измерения функции взаимной корреляции на выходе двух приемников, по которой затем вычисляются оценки спектра шумов антенны.

Системы с несколькими приемно-усилительными трактами (а в случае фильтрового анализа — с несколькими анализаторами) значительно сложнее и дороже обычных спектрометров, а также менее надежны. Поэтому они применяются очень редко и подробно нами не рассматривались.

Полученные в настоящей работе выражения для оценок спектра мощности при различных методах анализа и формулы, определяющие теоретическую чувствительность спектрометров разных типов, позволяют сравнивать лишь потенциальные возможности рассмотренных методов. Для оценки реальной чувствительности спектрометров помимо этого необходимо учесть возможную нестабильность характеристик приемно-усилительного тракта и различного рода паразитных эффектов. Сравнитель-

ная оценка рассмотренных здесь радиометрических методов спектральных измерений с учетом этих факторов произведена в [43].

Литература

1. D. V u h l, L. E. S n y d e r, Nature Physical Sci., 232, No 34. 161, 1971.
2. В. С. П у г а ч е в. Теория случайных функций и ее применение. Физматгиз, М., 1960.
3. А. А. Х а р к е в и ч. Спектры и анализ. Физматгиз, М., 1962.
4. Б. Р. Л е в и н. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. I, Изд-во, «Сов. радио», М., 1969.
5. Г. Я. М и р с к и й. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. Изд-во «Энергия», М., 1968.
6. S. W e i n g e b, MIT, Technical Report, No 412. Dept. Electronic Engineering, 1963.
7. Г. А. Б а л л. Аппаратурный корреляционный анализ случайных процессов. Изд-во «Энергия», М., 1968.
8. С. С. К у р о ч к и н. Многоканальные счетные системы и коррелометры. Изд-во «Энергия», М., 1972.
9. A. M. S h a l l o w a y, Electronics Division Internal Report, No 80 NRAO, Green Bank, 1968.
10. М. Е. Т ю р л. Зарубежная радиоэлектроника, № 8, 90, 1965.
11. Л. Ш в а р ц. Математические методы для физических наук. Изд-во «Мир», М., 1965.
12. W. S e l o v e, Rev. Sci. Instruments, 25, 120, 1954.
13. Ф. Д. Д р е й к. Радиоастрономические приемники и их калибровка. В кн.: «Телескопы». Гл. 12, Изд-во ИЛ, М., 1963.
14. Т. М. Е г о р о в а, Н. Ф. Р ы ж к о в. Изв. Глав. астр. obs. в Пулкове, 172, 194, 1964.
15. F. J. K e r r, J. V. H i n d m a n, C. S. G u m, Austral. J. Phys., 12, 270, 1959.
16. H. J. E w e n, E. M. P u r c e l l, Nature, 168, 356, 1951.
17. C. A. M u l l e r, J. H. O o r t, Nature, 168, 357, 1951.
18. J. L. P a w s e y, Note to Nature, 168, 358, 1951.
19. Б. М. Ч и х а ч е в, Р. Л. С о р о ч е н к о. Труды пятого совещания по вопросам космогонии, АН СССР, М., 1956.
20. С. А. M u l l e r, Philips Tech. Rev., 17, 351, 1956.
21. Т. М. Е г о р о в а, Н. Ф. Р ы ж к о в. Изв. Глав. астр. obs. в Пулкове, № 164, 140, 1960.
22. Т. М. Е г о р о в а. Методы и некоторые результаты наблюдений радиоизлучения межзвездного водорода. Автореф. канд. дисс., ГАО, Л., 1964.
23. К. Е. M a c h i n, M. R y l e, D. D. V o n b e r g. PIRE, pt. III, 99, 127, 1952.
24. Н. В. К а р л о в. Труды пятого совещания по вопросам космогонии, АН СССР, М., 1956.
25. В. М. Г у д н о в, И. М. Г о р я ч е в и др., Труды ФИАН СССР, 47, 5, 1969.
26. В. П. Б и б и н о в а, Э. В. Б о р о д з и ч и др., Труды ФИАН СССР, 47, 137, 1969.
27. Э. В. Б о р о д з и ч, Р. Л. С о р о ч е н к о, Изв. вузов, Радиофизика, 6, 1167, 1963.
28. E. I. B l u m. Compt. Rend., 250, 3279, 1960.
29. S. W e i n g e b, Internal Mem., Res. Lab. Electr. MIT, July 29, 1960.
30. S. W e i n g e b, PIRE, 49, 1099, 1961.
31. A. P. H e n d e r s o n. Large Scale Structure of the Neutral Hydrogen in the Galaxy. Dissertation, University of Maryland, USA. 1967.
32. F. F. G a r d n e r, R. X. M c G e e, B. J. R o b i n s o n, Austral. J. Phys., 20, 309, 1967.
33. R. A. B a t c h e l o r, J. W. B r o o k s, M. W. S i n c l a i r, PIRE Austral., 30, 39, 1969.
34. B. H ö g l u n d, M. S. R o b e r t s, Astrophys. J., 142, 1366, 1965.
35. D. I. T h a c k e r, L. B e a l e, Electronics Division Internal Report, No 88, NRAO, Green Bank, 1969.
36. В. Н. G r a h l, O. H a c h e n b e r g, U. M e b e l d, MPI — Beiträge zur Radioastronomie, Band I, Heft I, 1968.
37. Н. Ф. Р ы ж к о в, Изв. Глав. астр. obs. в Пулкове, № 188, 172, 1972.
38. P. D. D a v i e s, J. E. V. P o n s o n b y a. o. Nature, 222, 933, 1969.
39. S. J. G o l d s t e i n, E. J. G u n d e r m a n n a. o., Nature, 203, 65, 1964.
40. M. L. H e n s e l, E. V. T r e a s u, Rev. Sci. Instr., 35, 970, 1964.
41. Н. В. Б ы с т р о в а, И. В. Г о с а ч и н с к и й и др., ДАН СССР, 191, № 4, 791, 1970.

42. И. А. Рахимов, Н. Ф. Рыжков и др., *Астрофиз. исслед.* (Изв. САО), наст. том, стр. 147.
 43. Н. Ф. Рыжков. Методы радиоспектроскопии межзвездной среды и некоторые результаты наблюдений в радиолиниях дециметрового диапазона. Автореф. канд. дисс., ГАО, САО, Л., 1971.
 44. Э. В. Бородзич, Ю. С. Русинов, Р. Л. Сороченко. Труды ФИАН СССР, 47, 21, 1969.
 45. J. V. Jelleu, B. F. C. Coorer, *Rev. Sci. Instr.*, 32, 1961.
 46. А. Ф. Дравских, С. Г. Смоленцев, *Астрофиз. исслед.* (Изв. САО), 3, 142, 1971.
 47. M. H. Graham, *PIRE*, 46, 1966, 1958.
 48. S. J. Goldstein. *PIRE*, 43, 1663, 1965.
 49. Н. С. Кардашев. Некоторые исследования межзвездной и межгалактической среды методами радиоастрономии. Автореф. докт. дисс., ГАИШ, М., 1962.
-