

## К ПРОВЕРКЕ ВОЗМОЖНОГО РАСПИРЕНИЯ БЛИЗКИХ СИСТЕМ ГАЛАКТИК

И. Д. Карабенцев

Вычислены коэффициенты корреляции между лучевыми скоростями и угловыми диаметрами, а также между лучевыми скоростями и видимыми величинами галактик для членов следующих систем: пяти близких групп с угловыми радиусами  $\sqrt{x^2} > 5^\circ$ , скоплений Ursa Majoris, Virgo, Coma и для 57 далеких групп ( $\sqrt{x^2} < 5^\circ$ ). Результаты расчетов представлены в таблице. Значения выборочных коэффициентов корреляции согласуются с ожидаемыми для нестационарных расширяющихся систем при условии, что системы оптически прозрачны ( $\Delta m < 0.^m10$ ).

The coefficients of correlation between radial velocities and angular diameters as well as between radial velocities and apparent magnitudes of galaxies are calculated for members of the following systems: five nearby groups with angular radii  $\sqrt{x^2} > 5^\circ$ , Ursa Majoris, Virgo, and Coma clusters, and 57 distant groups ( $\sqrt{x^2} < 5^\circ$ ). The results of calculations are presented in a table. The values of the sample correlation coefficients agree with those expected for the unstable expanding systems provided these are optically transparent ( $\Delta m < 0.^m10$ ).

### ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В вопросах космогонии галактик проблема стационарности систем галактик занимает центральное место. Согласно представлениям Амбардумяна [1], значительная часть исследованных пар, групп и скоплений галактик находится в нестационарном состоянии и, следовательно, имеет возраст (время расширения системы) порядка  $10^8 \div 3 \cdot 10^9$  лет. Короткая шкала времени у нестационарных систем противоречит оценкам возраста звезд и звездных систем, получаемым из моделей звездной эволюции.

Проверку предполагаемого расширения систем галактик можно провести следующими способами:

- а) сравнивая оценки кинетической  $K$  и потенциальной  $\Phi$  энергий системы с вириальным условием  $2K/|\Phi|=1$  для стационарной системы;
- б) исследуя морфологические особенности системы: наличие в ней подсистем, взаимодействующих объектов, галактик с оптическими и радиопризнаками взрывных процессов;
- в) сравнивая наблюдаемое изменение дисперсии лучевых скоростей от центра к краю системы с теоретическими кривыми регрессии при разных гипотезах о типе движения членов системы (круговые движения, осцилляции, радиальный распад и т. д.);
- г) исследуя корреляцию между видимой величиной или угловым диаметром галактики и ее лучевой скоростью относительно центра масс системы.

Способы а) и б) применялись неоднократно [1—3]; способ в) был развит и использован в работе [4]; последний, г), — наиболее прямой способ

проверки возможного расширения систем галактик — исследован Нейманом и Скотт [5—7].

В работе [6] Нейман и Скотт предложили два локальных и асимптотически наиболее мощных теста для проверки расширения нескольких систем галактик; первый из них (Т-тест) оптимален при предположении, что все системы имеют одинаковое время расширения, второй (Z-тест) оптимален, когда возраст систем может быть различным.

Появление в последние годы новых наблюдательных данных вызывает необходимость заново рассмотреть кинематические условия в системах галактик. Наблюдательный материал, использующийся в настоящей работе, перекрывается с материалом, использованным Нейманом и Скотт, незначительно: из 554 рассматриваемых нами членов систем менее 30% содержатся в работах [6, 7]. Степень перекрытия будет еще меньше, если учесть, что с появлением каталога [8] стало возможным применять для определения расстояния галактики не только ее видимую величину  $m$ , но также и угловой диаметр  $a$ .

Используемый ниже способ проверки предполагаемого расширения систем галактик по корреляции между лучевыми скоростями и угловыми диаметрами галактик менее строг, чем Т- и Z-тесты Неймана и Скотт, однако он опирается на наблюдательные данные более непосредственным образом.

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СООБРАЖЕНИЯ

Будем рассматривать системы галактик, для которых справедливы следующие предположения.

1. Система обладает сферической симметрией.

2. Отбор членов системы производится в зависимости от видимой величины галактики  $m$  и (или) углового диаметра  $a$  и не зависит от значения лучевой скорости галактики  $V_r$ .

3. Пространственная скорость каждого члена системы относительно центра масс представляется в виде суммы  $V = h\xi + U$  систематического компонента  $h\xi$ , пропорционального расстоянию от центра системы  $\xi$ , и пекулярного, хаотического компонента  $U$  с математическим ожиданием  $E(U) = 0$ .

4. Пекулярная скорость  $U$ , расстояние от центра  $\xi$  и линейный диаметр  $A$  (или абсолютная величина  $M$ ) члена системы рассматриваются как взаимно независимые случайные величины.

5. Угловой радиус  $x$  системы невелик ( $\sin x \approx x$ ).

6. Дисперсия пекулярных скоростей в системе составляет малую часть полной дисперсии скоростей ( $\sigma_U^2 \ll \sigma_V^2$ ).

При этих предположениях лучевая скорость галактики  $y \equiv V_r - E(V_r)$  относительно центра масс системы выражается в виде

$$y = hz + u, \quad (1)$$

где  $z$  — проекция расстояния галактики от центра системы на луч зрения, а  $u$  — проекция пекулярной скорости  $U$  на луч зрения. Угловой и линейный диаметры галактики связаны очевидным соотношением

$$a = A/(s + z); \quad (2)$$

здесь  $s$  — расстояние между центром масс системы и наблюдателем.

Введем обозначения:  $\gamma \equiv \lg a$  и  $\Gamma \equiv \lg A$ ; тогда из условия  $z/s \ll 1$  получаем

$$\gamma \approx \Gamma - \lg s - z/s \cdot \lg e. \quad (3)$$

В силу независимости величин  $z$ ,  $u$ ,  $\Gamma$  плотность их совместного распределения имеет вид

$$P_{z, u, \Gamma} \{z, u, \Gamma\} = P_z \{z\} \cdot P_u \{u\} \cdot P_\Gamma \{\Gamma\}, \quad (4)$$

откуда плотность распределения наблюдаемых величин  $y$  и  $\gamma$  выражается как

$$P_{y, \gamma} \{y, \gamma\} = \int_{-\infty}^{\infty} P_u \{y - hz\} \cdot P_\Gamma \{\gamma + \lg s + z/s \cdot \lg e\} \cdot P_z \{z\} dz. \quad (5)$$

По определению коэффициента корреляции  $r$  имеем

$$r(y, \gamma) = [E \{(y - E \{y\}) \cdot (\gamma - E \{\gamma\})\}] / \sigma_y \cdot \sigma_\gamma \quad (6)$$

где через  $\sigma_y$  и  $\sigma_\gamma$  обозначены соответствующие стандартные отклонения от средних. Используя выражение (5), легко находим

$$E \{(y - E \{y\}) \cdot (\gamma - E \{\gamma\})\} = -\lg e (h/s) \sigma_z^2. \quad (7)$$

Выразим дисперсию расстояний членов системы от наблюдателя  $\sigma_z^2$  через среднее квадратичное угловых расстояний галактик от центра системы  $E\{x^2\}$ . Для сферически симметричной системы имеем

$$\sigma_z^2 = E \{x^2\} \cdot s^2/2. \quad (8)$$

Из соотношений (1) и (3) находим выражения для дисперсий наблюдаемых величин

$$\sigma_y^2 = h^2 \sigma_z^2 + \sigma_u^2 \quad (9)$$

и

$$\sigma_\gamma^2 = \sigma_\Gamma^2 + \lg^2 e (\sigma_z^2/s^2), \quad (10)$$

откуда получаем неравенство

$$h^2 = (\sigma_y^2 - \sigma_u^2)/\sigma_z^2 \leq \sigma_y^2/\sigma_z^2. \quad (11)$$

Подставив соотношения (7), (8) и (11) в выражения (6) и (10), окончательно имеем

$$r(y, \gamma) \geq -\lg e \cdot \sqrt{E\{x^2\}} / \sqrt{2} \sigma_\gamma \quad (12)$$

причем

$$\sigma_\gamma^2 = \sigma_\Gamma^2 + \lg^2 e \cdot E\{x^2\}/2. \quad (13)$$

Используем предположение о том, что пекуллярные скорости галактик невелики по сравнению со скоростями систематического расширения ( $\sigma_u^2 / \sigma_y^2 \ll 1$ ). Тогда выражение (12) превращается в равенство и для оценки искомого коэффициента корреляции  $r(y, \gamma)$  необходимо знать всего два параметра  $E\{x^2\}$  и  $\sigma_\gamma$ , непосредственно известных из наблюдений.\*

Заметим, что в системе, члены которой образовались одновременно в одной точке пространства, имеет место равенство  $\sigma_u^2 = 0$ . Если же члены системы образовались путем рекуррентных взрывов согласно модели процесса «размножения», рассмотренной в [9], то в системе после сравнительно небольшого числа актов деления устанавливается соотношение

$$\sigma_u^2/\sigma_y^2 = 1/4. \quad (14)$$

В дальнейшем выражение (12) будем использовать только как равенство

\* Нейман и Скотт [7] использовали для этого шесть параметров.

Если вместо значений  $\gamma$  и  $\Gamma$  рассматривать видимые  $m$  и абсолютные  $M$  величины галактик, то при тех же предположениях будем иметь

$$r(y, m) = 5 \lg e \sqrt{E\{x^2\}} / \sqrt{2} \sigma_m \quad (15)$$

$$\sigma_m^2 = \sigma_M^2 + (25/2) \cdot \lg^2 e \cdot E\{x^2\}. \quad (16)$$

В случае, когда между членами системы находится равномерно распределенное поглощающее свет вещество, коэффициент корреляции  $r(y, m)$  приобретает вид

$$r(y, m) = 5 \lg e \sqrt{E\{x^2\}} / \sqrt{2} \sigma_m + \Delta m / \sigma_m, \quad (17)$$

где  $\Delta m = x \sigma_z$  выражает среднее поглощение в скоплении, а  $x$  — коэффициент поглощения на единицу пути.

Из выражений (12) и (15) видно, что для проверки эффекта расширения оптически прозрачных систем галактик целесообразно рассматривать системы с наибольшими угловыми размерами. Даже для них коэффициенты корреляции  $r(y, \gamma)$  и  $r(y, m)$  сравнительно велики; так, например, в системе с  $\sqrt{E\{x^2\}} = 5^\circ$  и  $\sigma_m = 1^m$  ожидаемое значение  $r(y, m)$  составляет  $+0.134$ .

## ДАННЫЕ НАБЛЮДЕНИЙ

Рассмотрим системы, в которых условия для обнаружения эффекта расширения наиболее благоприятны.

**I. Близкие группы галактик.** Из списка 63 групп галактик с измеренными лучевыми скоростями у трех или более членов [3] были отобраны пять групп, у которых средние квадратичные угловые радиусы  $\sqrt{\hat{x}^2}$  превосходят  $5^\circ$ , а большие значения отношения виртуальной массы к светимости указывают на их возможное расширение. Это группы №№ 2, 5, 46, 47, 48 в списке [3]. Сведения о видимых величинах, приведенных угловых диаметрах и лучевых скоростях членов взяты из каталога [8] и дополнены к нему [10]. Средний квадратичный радиус группы  $\sqrt{\hat{x}^2} = 7^\circ 00$ . Выборочные коэффициенты корреляции  $r(y, \gamma)$  и  $r(y, m)$  вычислялись по 48 членам этих групп, объединенным в одну выборку. Чтобы сделать выборку более однородной, относительные лучевые скорости  $y$  выражались в долях выборочного стандарта  $\hat{s}_y$ , соответствующей группе. Основные средние характеристики пяти близких групп галактик представлены в таблице.

**II. Скопление *Ursa Majoris*.** Членами этого скопления считались галактики, у которых координаты заключены в интервале  $\alpha = 11^h 0 \dots 13^h 0$ ,  $\delta = +40^\circ \dots +60^\circ$  и лучевые скорости — в интервале  $V_r = +500 \dots +1500$  км/сек. Такое определение принадлежности галактик к скоплению хотя и не охватывает всех возможных членов скопления, но позволяет в значительной мере избавиться от селекции и удовлетворить предпосылке 2). Основные параметры выборки из 29 членов скопления *Ursa Majoris* приведены в таблице.

**III. Скопление *Virgo*.** Условием принадлежности галактики к скоплению *Virgo* было попадание ее в фазовый объем  $\alpha = 12^h 0 \dots 13^h 0$ ,  $\delta = 0^\circ \dots +20^\circ$ ,  $V_r < 2400$  км/сек. После исключения пяти галактик далекой (фоновой) группы № 39 из списка [3] число членов скопления *Virgo* составило  $n = 96$ . Выборочные характеристики для скопления *Virgo* указаны в таблице.

**IV. Скопление *Сома*.** Сведения о лучевых скоростях членов скопления Сома содержатся в работах [6, 11]. Средняя лучевая скорость скопления,

Параметры рассмотренных систем галактик

№ п-п	Параметр	Пять близких групп (I)	Ursa Majoris (II)	Virgo (III)	Coma (IV)	Далекие группы (V)	Объединение выборок (I + II + III)
1	$\sqrt{\hat{x}^2}$	7°00	5°69	5°55	1°43	0°98	6°01
2	$n$	48	29	96	103	278*	173
3	$\sigma_\gamma$	0.19	0.27	0.28	—	0.20	0.26
4	$\hat{\sigma}_m$	0°98	0°98	1°27	0°59	0°82	1°15
5	$r(y, \gamma)$	-0.204	-0.113	-0.105	—	-0.027	-0.124
6	$\hat{r}(y, \gamma)$	-0.332	-0.078	+0.021	—	+0.026	-0.094
7	$R(y, \gamma)$	-0.124	-0.164	-0.087	—	-0.055	-0.064
8	$r(y, m)$	+0.191	+0.155	+0.117	+0.065	+0.032	+0.140
9	$\hat{r}(y, m)$	+0.255	+0.145	-0.007	-0.069	+0.056	+0.091
10	$R(y, m)$	+0.124	+0.164	+0.087	+0.084	+0.051	+0.064
11	$p=0.20$	{ $\rho_1(y, m)$	+0.170	+0.091	+0.112	+0.154	+0.104
12		{ $\rho_2(y, m)$	+0.378	+0.393	+0.277	+0.310	+0.203
13	$p=0.01$	{ $\rho_1(y, m)$	-0.047	-0.200	-0.042	+0.006	+0.015
14		{ $\rho_2(y, m)$	+0.566	+0.607	+0.412	+0.438	+0.287
							+0.387

определенная по 103 галактикам с  $\alpha = 12^h 40^m \pm 13^h 10^m$  и  $\delta = +25^\circ \pm 32^\circ$ , составляет +6847 км/сек. со стандартом  $\hat{\sigma}_y = 933$  км/сек.\*\* Видимые величины  $m$  взяты из каталога [12]. Угловой радиус  $\sqrt{\hat{x}^2} = 1°43$  определялся по 103 галактикам с измеренными лучевыми скоростями.

V. Далекие группы. Последняя выборка была составлена из 278 членов 57 групп галактик [3], угловые радиусы которых не превосходят  $5^\circ$ . При вычислении выборочных коэффициентов корреляции  $r(y, \gamma)$  и  $\hat{r}(y, m)$  относительные лучевые скорости выражались в единицах выборочного стандарта  $\hat{\sigma}_y$  соответствующей группы. Средний квадратичный радиус групп оказался небольшим:  $\sqrt{\hat{x}^2} = 0°98$ .

### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Основные параметры рассмотренных систем галактик представлены в таблице. В 1-й строке указаны средние квадратичные радиусы систем  $\sqrt{\hat{x}^2}$ , во 2-й — объемы выборок  $n$ , в 3-й и 4-й соответственно — выборочные стандарты величин  $\gamma$  и  $m$ . Кроме описанных выборок I—V была построена объединенная выборка из систем с  $\sqrt{\hat{x}^2} > 5^\circ$ ; сведения о ней даны в последнем столбце таблицы. Теоретические значения коэффициентов корреляции  $r(y, \gamma)$  и  $r(y, m)$ , вычисленные по формулам (12) и (15) при условии, что системы прозрачны, указаны в 5-й и 8-й строках. В качестве оценок  $\sigma_\gamma$ ,  $\sigma_m$  и  $E(x^2)$  использованы соответствующие выборочные величины  $\hat{\sigma}_\gamma$ ,  $\hat{\sigma}_m$  и  $\hat{x}^2$ . В последующих строках даны выборочные значения коэффициентов корреляции  $r(y, \gamma)$  и  $\hat{r}(y, m)$ .

Помимо указанных выше предпосылок дополнительно предположим, что распределения величин  $\{y, \gamma\}$  и  $\{y, m\}$  близки к двумерному нормальному распределению. Это дает возможность оценить меру отклонения выборочного коэффициента корреляции от нуля в случае, когда истинное значение  $r$  равно нулю. При «нулевой» гипотезе ( $r=0$ ) имеем для  $\hat{r}$  доверительный предел по уровню значимости  $p$

$$R = \text{th} \{ \Psi(1-p)/\sqrt{n-3} \}, \quad (18)$$

\* Из них только 233 галактики имеют оценки  $\gamma$ .

\*\* Галактики NGC 4670, 4725, 4793, 4961, Anon 1 и A20 Coma с  $V_r < +3000$  км/сек. были исключены как объекты близкого фона.

смысла которого состоит в том, что с вероятностью  $p$  выполняются неравенства:  $\hat{r}(y, \gamma) < R$  и  $\hat{r}(y, m) > R$ ; здесь  $\Psi(q)$  — функция, обратная функции нормального распределения, а  $n$  — объем выборки. Доверительные пределы  $R(y, \gamma)$  и  $R(y, m)$  по уровню значимости  $p=0.20$  указаны в 7-й и 10-й строках таблицы.

Рассмотрение вычисленных величин позволяет прийти к следующим выводам.

А. Из сравнения значений  $r(y, \gamma)$  с  $R(y, \gamma)$  и  $r(y, m)$  с  $R(y, m)$  получаем, что при отсутствии поглощения света в системе условия, подходящие для обнаружения эффекта расширения ( $|r| > |R|$ ), имеются: в выборке из пяти близких групп (по  $\gamma$  и по  $m$ ), в скоплении Virgo (по  $\gamma$  и по  $m$ ) и в объединенной выборке I+II+III (по  $\gamma$  и по  $m$ ). Угловые размеры скопления Coma и далеких групп слишком малы, чтобы у них можно было обнаружить эффект расширения при измеренном числе лучевых скоростей.

Б. По доверительной вероятности  $p=0.20$  «нулевая» гипотеза (т. е. предположение о том, что  $r=0$ , а  $|\hat{r}| > |R|$  обусловлено случайными причинами) отвергается в выборках: пяти близких групп (по  $\gamma$  и по  $m$ ), далеких групп (по  $m$ ) и в объединенной (по  $\gamma$  и по  $m$ ). Во всех случаях выборочный коэффициент корреляции  $\hat{r}$  имеет знак, соответствующий расширению, и величину, близкую к ожидаемой при отсутствии поглощения света в системах.

Рассмотрим подробнее вопрос о возможном поглощении света в системах галактик. Согласно данным работы [13], на площади, занимаемой близкими скоплениями галактик, наблюдается недостаточное число далеких скоплений по сравнению с ожидаемым, фоновым числом. Если интерпретировать это как проявление поглощения света в близких скоплениях (а не эффекта «фона и населения» или «краевого» эффекта [13]), то средняя оптическая толщина для 15 скоплений составит  $\hat{\tau}_B = 0.20 \pm 0.05$ . Аналогичные исследования в восьми близких группах галактик показали [14], что в группах возможно поглощение с оптической толщиной порядка 0.10. Чтобы связать величину  $\Delta m$  в уравнении (17) с эмпирической оценкой  $\hat{\tau}_B$ , нужны предположения о законе распределения поглощающей среды в системах. Приближенно достаточно положить, что  $\Delta m \approx \hat{\tau}_B / 2$ . Если принять для всех систем величину поглощения  $\Delta m = 0^m 10$ , то можно вычислить нижний  $\rho_1$  и верхний  $\rho_2$  доверительные пределы для выборочного коэффициента корреляции  $\hat{r}(y, m)$  при условии, что истинное значение  $r(y, m)$  определяется уравнением (17). Значения  $\rho_1(y, m)$  и  $\rho_2(y, m)$  при уровнях значимости  $p=0.20$  и  $p=0.01$  были вычислены по схеме [15] и представлены в последних строках таблицы. Из сравнения  $\hat{r}(y, m)$  с  $\rho_1$  и  $\rho_2$  заключаем, что предположение о существовании поглощения света величины  $\Delta m = 0^m 10$  не оправдывается в случае скоплений Virgo, Coma, далеких групп и объединенной выборки по уровню значимости  $p=0.20$ , а для скопления Coma — даже по уровню  $p=0.01$ . Отметим, что при наличии в системах заметного поглощения света следовало бы ожидать для выборок очевидного преобладания неравенств  $\hat{r}(y, m) > -\hat{r}(y, \gamma)$  над противоположными. В действительности же такая закономерность не обнаруживается.

Положительная корреляция между величинами  $\{y, m\}$  и отрицательная между  $\{y, \gamma\}$  может возникать из-за включения в выборку галактик переднего и дальнего фонов, которые подчиняются хаббловской зависимости  $V_r = Hs$ . Для оценки роли фоновых галактик мы рассмотрели галактики в окрестностях пяти близких групп с расстояниями от центра соответствующей системы в пределах  $3\sqrt{x^2}$  и лучевыми скоростями в интервале  $\mp 3\hat{\sigma}_y$  от средней скорости группы. Для 24 галактик фона получились сравнительно небольшие значения выборочных коэффициентов корреля-

ции:  $\hat{r}(y, \gamma) = -0.376$  и  $\hat{r}(y, m) = 0.467$ . Математическое ожидание относительного числа оптических членов для рассмотренных групп не превышает 0.10. На малую роль галактик фона указывает также то обстоятельство, что коэффициенты корреляции  $\hat{r}(y, \gamma)$  и  $\hat{r}(y, m)$  для далеких систем близки к нулю, хотя вероятность принять галактику фона за член скопления там приблизительно такая же, как и в близких группах.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применяя Т- и Z-тесты к группам и скоплениям галактик, Нейман и Скотт [6, 7] пришли к выводу о том, что ситуация с нестабильностью систем оказалась неясной; эти авторы вычислили, например, что с вероятностью ошибки  $p=0.24$  скопление Virgo расширяется, а скопление Coma сжимается. С накоплением наблюдательных данных ситуация стала более определенной. Как видно из таблицы, во всех случаях, когда выборочный коэффициент корреляции  $\hat{r}$  превышает доверительный предел  $R$  по уровню  $p=0.20$ , знак величины  $\hat{r}$  указывает на расширение системы. Для пяти близких групп галактик вероятность ошибки в утверждении, что системы расширяются, составляет  $p=0.013$  (по величине  $\hat{r}(y, \gamma)$ ), аналогичная вероятность для объединенной выборки (5 групп + Ursa Majoris + Virgo) составляет  $p=0.11$ . Эмпирические значения  $\hat{r}(y, \gamma)$  и  $\hat{r}(y, m)$  в пределах ошибок совпадают с ожидаемыми  $r(y, \gamma)$  и  $r(y, m)$  при условии, что расширяющиеся системы галактик оптически прозрачны ( $\Delta m < 0^m 10$ ).

Полученные результаты не следует рассматривать как доказательство расширения систем галактик, поскольку в работе использован ряд предположений, нуждающихся в независимой проверке. Однако можно утверждать, что имеющиеся в настоящее время данные о корреляции между лучевыми скоростями и угловыми диаметрами (или видимыми величинами) галактик не противоречат концепции нестационарности и расширения систем галактик.

### Л и т е р а т у р а

1. В. А. Амбарцумян. Научные труды. Т. 2. Изд-во АН Арм.ССР, Ереван, 1960.
2. Proceedings of the conference on the instability of systems of galaxies, Astron. J., 66, No. 10, 1961.
3. И. Д. Карапетянцев, в сб.: Проблемы космической физики, 5, 201, 1970.
4. И. Д. Карапетянцев, В. Зонн, А. Л.Щербановский, Астрон. ж., 49, 998, 1972.
5. J. Neyman, E. L. Scott. Studies in Mathematics and Mechanics presented to Richard von Mises. Academic Press, N. Y., 1954.
6. J. L. Lovasich et al., Proceedings of the 4-th Berkeley Symp. Mathem. Statistics and Probability, Univ. California Press, 1961.
7. J. Neyman, E. L. Scott, Astron. J., 66, 581, 1961.
8. A. de Vaucouleurs, G. de Vaucouleurs. Reference Catalogue of Bright Galaxies. Univ. Texas Press, 1964.
9. И. Д. Карапетянцев, В. Ю. Теребиж, Сообщ. Бюраканск. обс., 41, 99, 1970.
10. A. de Vaucouleurs, G. de Vaucouleurs, Astron. J., 72, 730, 1967.
11. E. C. Kintner, Astron. J., 76, 409, 1971.
12. F. Zwicky, E. Herzog. Catalogue of Galaxies and of Clusters of Galaxies. California Institute of Technology, v. II, 1963.
13. И. Д. Карапетянцев, В. А. Липовецкий, Астрон. ж., 45, 1148, 1968.
14. В. А. Липовецкий, Вестн. Киевск. ун-та, 12, 116, 1970.
15. Л. Н. Большев, Н. В. Смирнов. Таблицы математической статистики. Изд-во «Наука», М., 1965.

Декабрь 1971 г.