

ОЦЕНКА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ЗВЕЗДНОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА С ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ НАКОПЛЕНИЕМ СИГНАЛА С УЧЕТОМ ТУРБУЛЕНТНОСТИ АТМОСФЕРЫ

О. И. Гуськова, Д. В. Корольков

Проведен расчет чувствительности звездного интерферометра с фотоэлектрическим накоплением сигнала при учете флуктуаций фаз сигналов, приходящих на зеркала интерферометра, под влиянием атмосферной турбулентности. Получены коэффициенты, которые характеризуют уменьшение сигнала при накоплении вследствие случайных смещений и полного исчезновения интерференционных полос, а также «дрожания» фокальных пятен. Они выражаются через параметры атмосферы и интерферометра. Из оценок следует, что чувствительность зависит от базы интерферометра и времени накопления, как $(D/\sqrt{\tau})^{1/2}$, и существенно зависит от метеоусловий и высоты места наблюдений над уровнем моря. В условиях высокогорья с пониженной влажностью ($C_1 \approx 10^{-6}$) при базе 100 м, площади зеркал 0.2 м^2 каждое и $\tau=1$ сек. можно надеяться достигнуть предельной звездной величины $m \approx 9$.

Calculation of the sensitivity of a photoelectric accumulating stellar interferometer is performed with allowance for the phase fluctuations of signals coming at the interferometer mirrors, being caused by the atmospheric turbulence. Coefficients are obtained that characterize the signal reduction on accumulation resulting from occasional displacements and the complete disappearance of the interference fringes as well as from the «tremor» of the focal spots. The coefficients are expressed in terms of the parameters of the atmosphere and interferometer. From estimates it follows that the sensitivity depends on the interferometer baseline and accumulation time as $(D \sqrt{\tau})^{1/2}$, and essentially on the weather conditions and the altitude of the observing site. In the highlands conditions with low humidity ($C_1 \approx 10^{-6}$), 100-m baseline, the surface of each mirror being 0.2 m^2 , and $\tau=1\text{s}$ it is hoped to obtain the limiting magnitude of approximately 9^m .

Принципиальным фактором, ограничивающим размеры базы и чувствительность звездного интерферометра Майкельсона (корреляционный интерферометр), являются флуктуации фаз сигналов в турбулентной атмосфере. Чтобы избежать влияния флуктуаций фаз, Браун и Твисс применили для измерения модуля функции видимости интерферометр интенсивностей с базой до 188 м [1, 2]. Однако такой интерферометр обладает низкой чувствительностью и требует для измерений звезд величины $3 \div 4^m$ накопления в течение многих часов. По-видимому, если отказаться от регистрации фазы функции видимости в корреляционном интерферометре и если известен характер флуктуаций фазы в атмосфере, то можно надеяться при применении фотоэлектрического накопления сигнала получить систему более оптимальную в смысле чувствительности, чем система Брауна.

При увеличении базы корреляционного интерферометра увеличиваются скорость случайных перемещений интерференционных полос в фокальной плоскости инструмента и, главное, амплитуда «уходов», или время, на которое исчезает интерференционная картина. Эти обстоятельства, а также «дрожание» фокальных пятен, затрудняют регистрацию интерференцион-

ных полос визуально или на фотопластинку вследствие инерционности глаза и пластинки. Но при любой скорости случайных «уходов» наличие интерференционных полос приводит к увеличению дисперсии шума на выходе регистрирующего прибора и, следовательно, по увеличению дисперсии можно судить о наличии интерференции. Такой способ измерений был предложен еще в 1952 г. Берштейном и Гореликом [3], однако в этой работе и позднее [4] не делалось количественных оценок чувствительности. Здесь нами сделана попытка количественно оценить влияние упомянутых выше эффектов на чувствительность звездного интерферометра с учетом статистических свойств атмосферной турбулентности.

Схема интерферометра показана на рис. 1. Найдем сначала ток на выходе схемы, соответствующий полезному сигналу (интерференционному),

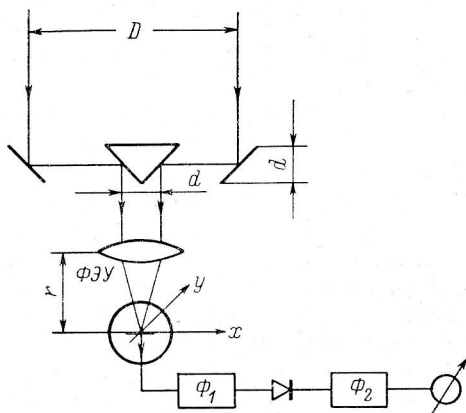


Рис. 1. Схема звездного интерферометра с фотоэлектрическим накоплением сигнала.

затем — шуму и, сравнив их, определим чувствительность, т. е. минимальную обнаружимую плотность потока излучения. Электромагнитные поля,

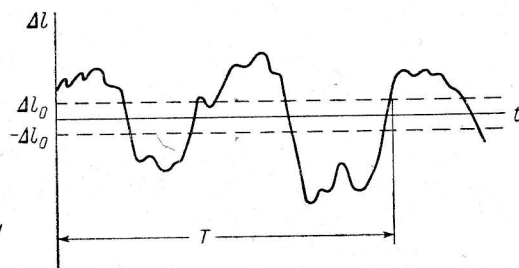


Рис. 2. Зависимость разности оптических длин путей сигнала от источника до зеркал от времени.

приходящие на каждое зеркало от источника, дают после сложения в плоскости xu фотокатода интерференционную картину, интенсивность которой описывается выражением [3]:

$$I(x, y, t) = 2I_0(x, y) \{1 + \Gamma(D/\lambda) \cos 2\pi [xd/\lambda r + \Delta l(t)/\lambda]\}, \quad (1)$$

где $\Gamma(D/\lambda)$ — функция видимости для базы длиной D ; d — размер апертуры одного зеркала и расстояние между центрами пучков, падающих на фокусирующую линзу; r — фокусное расстояние линзы (см. рис. 1); λ — длина волны; $\Delta l(t)$ — разность оптических длин путей от источника до зеркал; $I_0(x, y)$ — распределение интенсивности в плоскости фотокатода, создаваемое каждым зеркалом, причем [5]:

$$I_0(x, y) = P \cdot Q(x, y) \cdot S^2/2(\lambda r)^2. \quad (2)$$

Здесь P — плотность потока от источника в $\text{вт}/\text{см}^2$, S — площадь каждого зеркала, $Q(x, y)$ — нормированное распределение интенсивности в дифракционном пятне (изображении звезды).

Если учесть ширину полосы частот принимаемого оптического сигнала, то выражение (1) с учетом (2) преобразуется к виду

$$I(x, y, t) = P_f \Delta f \cdot Q(x, y) \cdot S^2/2(\lambda r)^2 \times \left\{1 + \Gamma(D/\lambda) \frac{\sin [\pi \Delta f/f \cdot (xd/\lambda r + \Delta l(t)/\lambda)]}{\pi \Delta f/f \cdot (xd/\lambda r + \Delta l(t)/\lambda)} \cos 2\pi [xd/\lambda r + \Delta l(t)/\lambda]\right\}, \quad (3)$$

где P_f — спектральная плотность потока от источника в $\text{вт}/\text{см}^2 \cdot \text{гц}$, Δf — полоса принимаемых частот, f — частота сигнала, $P = P_f \Delta f$. В этих формулах мы предполагаем, что источник неподвижен относительно базы интер-

ферометра (наблюдения в режиме слежения) и что атмосфера не искажает дифракционного пятна каждого зеркала $Q(x, y)$ (т. е. зеркала достаточно малые).

Чтобы отделить интерференционный член от постоянной составляющей, можно поставить в фокальной плоскости перед фотокатодом ФЭУ-растр, сделав растр движущимся (или с помощью фазовой модуляции в одном из плеч привести интерференционную картину в регулярное движение относительно раstra). Проведя интегрирование выражения (3) по площади фотокатода и учитывая, что фототок пропорционален мощности светового сигнала, получим переменную часть фототока на частоте модуляции ω_p :

$$i_{\omega} = 0.5\beta P_f \Delta f S \Gamma(D/\lambda) \cdot \{[\sin(\pi \Delta f \Delta l(t)/f\lambda)] : [\pi \Delta f \Delta l(t)/f\lambda]\} \cdot \cos[\omega_p t + 2\pi \Delta l(t)/\lambda], \quad (4)$$

здесь $\beta = e\eta/hf$ — коэффициент преобразования ФЭУ (e — заряд электрона, η — квантовая эффективность катода, h — постоянная Планка). Чрезвычайно существенным является наличие в выражении (4) случайно меняющейся разности электрических длин $\Delta l(t)$. Эта величина проявляет себя двояким образом. Во-первых, имеет место случайная фазовая модуляция одного сигнала частоты ω_p , что расширяет его спектр. Мы вынуждены поэтому применить после ФЭУ фильтр Φ_1 с определенной шириной полосы ΔF_1 ,* а не желаемой ΔF_2 , которая определялась бы желаемым временем накопления $\tau \sim 1/\Delta F_2$. Во-вторых, при конечной ширине полосы частот принимаемого светового сигнала Δf и достаточно больших флуктуациях $\Delta l(t)$ интерференционные полосы могут пропадать («уходить») на значительное время из-за действия члена типа $\sin x/x$ в выражении (4). Последнее обстоятельство приводит к тому, что интерференционная картина будет существовать лишь ограниченное время (см. рис. 2), когда $\Delta l(t)$ меньше некоторого значения Δl_0 . Мы зададим величину $\Delta l_0 = \lambda f/3\Delta f$, что соответствует условию

$$[\sin(\pi \Delta f \Delta l(t)/f\lambda)] : (\pi \Delta f \Delta l(t)/f\lambda) \geq 0.8$$

в выражении (4). Учтем уменьшение сигнала из-за этого эффекта, введя коэффициент скважности сигнала

$$K_1 = \frac{\text{среднее время существования интерференции на интервале } T}{\text{среднее значение интервала } T}.$$

Используя вычисления [6] среднего времени пребывания случайно изменяющейся величины в пределах $\pm \Delta l_0$, получим

$$K_1 = \Phi(\Delta l_0 / \sqrt{\overline{\Delta l^2}}) = \Phi(1/3 \cdot \lambda / \sqrt{\overline{\Delta l^2}} \cdot f/\Delta f), \quad (5)$$

где Φ — интеграл вероятности.

Аналогичным образом по времени пребывания в некоторых пределах можно учесть и эффект «дрожания» дифракционных диаграмм двух зеркал друг относительно друга, считая, что угловое расстояние между их осями является случайной функцией времени $\Delta \theta(t)$ и что интерференционный сигнал существует лишь при $\Delta \theta \leq \Delta \theta_0$. Мы получим второй коэффициент — средний по времени коэффициент перекрытия фокальных пятен

$$K_2 = \frac{\text{среднее время перекрытия пятен за интервал } T}{\text{среднее значение интервала } T}.$$

* Эта полоса оптимизируется в зависимости от параметра турбулентности C_l и базы (см. ниже) в отличие от интерферометра Брауна.

Если условиться, что $\Delta\theta_0 = 1/3 \cdot \lambda/d$, где λ/d — ширина дифракционной диаграммы одного зеркала, а среднеквадратичное отклонение оси $\sqrt{\Delta\theta^2} = \sqrt{\Delta l^2}/d$, то

$$K_2 = \Phi(\Delta\theta_0/\sqrt{\Delta\theta^2}) = \Phi(1/3 \cdot \lambda/\sqrt{\Delta l^2}). \quad (6)$$

В формулах (5) и (6) $\sigma_R = \sqrt{\Delta l^2}$ — структурная функция разности электрической толщи тропосферы в точках, разделенных расстоянием R . Экспериментальная зависимость σ_R от R показана на рис. 3, взятом нами из ра-

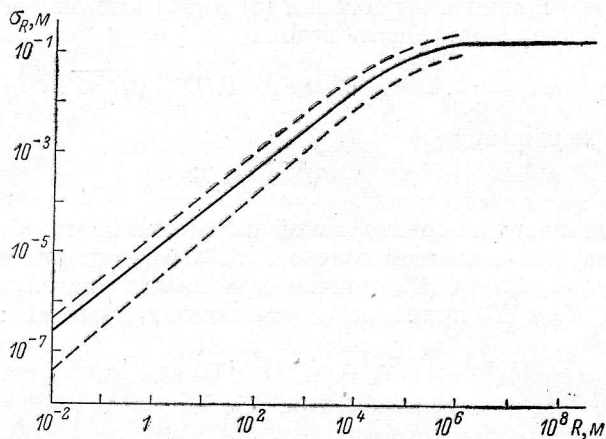


Рис. 3. Пространственная структурная функция.

боты [7]. Воспользовавшись кривой на рис. 3, соответствующей неким «средним» атмосферным условиям, приближенно можно положить

$$\sigma_R = \sqrt{\Delta l^2} \approx C_1 R \text{ при } 10^{-1} \leq R \leq 10^3 \text{ м}, \quad (7)$$

здесь C_1 — структурный коэффициент флуктуаций электрической толщи атмосферы (эйканала), величина которого в зависимости от метеоусловий и высоты над уровнем моря может меняться в пределах $2 \cdot 10^{-5} \div 10^{-6}$. Заметим, что в формуле (5) $R=D$, а в формуле (6) $R=d$.

Теперь, используя (4), мы можем записать выражение для обусловленного интерференционным сигналом постоянного тока на выходе квадратичного детектора, который в сочетании с фильтрами Φ_1 и Φ_2 является измерителем дисперсии сигнала

$$I_{\pm} \propto \overline{i_{\sigma}^2} K_1 K_2 = 0.5 (\beta P_f \Delta f S \Gamma / 2)^2 K_1 K_2. \quad (8)$$

Перейдем к оценке шумов. Будем считать, что основным их источником являются дробовые шумы темнового тока ФЭУ. Спектральная плотность мощности этих шумов пропорциональна $2ei_{\tau}$, где i_{τ} — средняя величина темнового тока. Если фильтр Φ_1 имеет полосу пропускания прямоугольной формы шириной ΔF_1 , то на выходе квадратичного детектора спектральная плотность мощности шума будет равна [6]

$$S(f) = 0.5 (2ei_{\tau} \Delta F_1)^2 \cdot (\Delta F_1 - f) / \Delta F_1^2, \quad |f| < \Delta F. \quad (9)$$

Чтобы получить дисперсию шума на выходе фильтра нижних частот Φ_2 , необходимо проинтегрировать (9) по его полосе пропускания ΔF_2 (учтем, что при $\Delta F_2 \ll \Delta F_1$, можно положить $S(f) \approx S(0)$):

$$\overline{I_m^2} \approx \int_0^{\Delta F_2} S(f) df \approx S(0) \cdot \Delta F_2 = 0.5 (2ei_r)^2 \Delta F_1 \Delta F_2. \quad (10)$$

Считая, что сигнал может быть обнаружен, когда

$$I_{\text{ср}} / \sqrt{\overline{I_m^2}} = 1,$$

найдем из этого условия и выражений (8) и (10) минимальную обнаруживаемую спектральную плотность потока

$$\Delta P_f = 2.4 \Delta P_{f0} (\Delta F_1 \Delta F_2)^{1/4} / \Gamma(D/\lambda) \sqrt{K_1 K_2}. \quad (11)$$

В последнем выражении

$$\Delta P_{f0} = \sqrt{2ei_r} / \beta \Delta f S \quad (12)$$

есть чувствительность по спектральной плотности потока одиночного зеркала (телескопа) при выходной полосе 1 гц. Коэффициенты K_1 и K_2 определяются формулами (5) и (6), причем при малых значениях аргументов коэффициенты K_1 и K_2 примерно равны своим аргументам:

$$\begin{aligned} K_1 &\approx 1/3 C_l \cdot \lambda / D \cdot f / \Delta f, \\ K_2 &\approx 1/3 C_l \cdot \lambda / D. \end{aligned} \quad (13)$$

Коэффициент K_2 нами вводится при условии малости размеров зеркал, т. е. когда среднеквадратичное отклонение разности электрических толщин тропосферы, измеренных над противоположными точками диаметра окружности зеркала, не должно превышать λ : $\sigma_R = C_l d \leq \lambda$, откуда $d \leq \lambda / C_l$. Если взять $d = d_{\text{opt}} = \lambda / C_l$, то $K_2 = 1/3$, а площадь зеркала

$$S_{\text{opt}} = \pi \lambda^2 / 4 C_l^2. \quad (14)$$

Для проведения численных оценок необходимо определить еще полосу частот ΔF_1 , занимаемую током сигнала после фотокатода (4), или полосу фильтра Φ_1 . Нормированный спектр сигнала со случайной фазовой модуляцией, т. е. нормированный спектр тока после фотокатода * имеет вид [8]

$$g(\omega) = \exp[-(\omega_p - \omega)^2 / 2 \overline{(\dot{\varphi})^2}],$$

где $\varphi = 2\pi \Delta l(t) / \lambda$ и $\overline{(\dot{\varphi})^2}$ определяется как [9]:

$$\overline{(\dot{\varphi})^2} = (2\pi/\lambda)^2 \cdot \int_0^{\infty} 4 \sin^2(D\omega/2v) G(\omega) \cdot \omega^2 d\omega,$$

здесь v — скорость ветра (≈ 10 м/сек.), $G(\omega)$ — энергетический спектр флуктуаций электрической толщи тропосферы (см. [10]). Можно, однако, для области частот от 10^{-5} до 10^2 гц, которая в основном и определяет величину $\overline{(\dot{\varphi})^2}$, представить спектр $G(\omega)$ в виде [9]

$$G(\omega) \approx 6 C_l^2 \omega^{-3} \text{ м}^2/\text{гц},$$

* При определении спектра выражения (4) мы подробно рассматриваем только случайную фазовую модуляцию, за счет которой и происходит основное расширение спектра тока сигнала, и не рассматриваем случайную модуляцию амплитуды, которая, как следует из качественных оценок, мало влияет на ширину спектра.

т. е.

$$\begin{aligned} \overline{(\dot{\varphi})^2} &= (2\pi/\lambda)^2 \int_{2\pi \cdot 10^{-5}}^{2\pi \cdot 10^2} 24 \sin^2(D\omega/2\nu) C_i^2 \omega^{-1} d\omega \approx \\ &\approx 1.9 \cdot 10^2 (2\pi/\lambda)^2 C_i^2 [1 - 6 \cdot 10^{-2} ci (2\pi D/\nu \cdot 10^{-5})], \end{aligned}$$

где ci — интегральный косинус. Будем считать, что ширина спектра сигнала определяется по снижению уровня сигнала в e раз, т. е. ширина спектра, а следовательно, и полоса ΔF_1 определяется из равенства

$$2(\omega_p - \omega) = 2\sqrt{2\overline{(\dot{\varphi})^2}},$$

или

$$\Delta F_1 = 2(f_p - f) = 40C_i/\lambda \sqrt{[1 - 6 \cdot 10^{-2} ci (2\pi D/\nu \cdot 10^{-5})]}. \quad (15)$$

Как следует из (11)—(15), минимальная обнаружимая спектральная плотность потока $\Delta P_f \sim C_i^{1/4}$, т. е. существенно зависит от метеоусловий наблюдений и высоты над уровнем моря. Очевидно, что для данных метеоусловий при увеличении базы ухудшение чувствительности происходит главным образом из-за уменьшения коэффициента K_1 (см. (13)), т. е. пропорционально \sqrt{D} , а накопление дает выигрыш пропорционально лишь $1/(\Delta F_2)^{1/4} \sim (\tau)^{1/4}$.

Сделаем оценки при следующих значениях параметров: $\Delta F_2 = 1$ гц, $\Delta f = 6 \cdot 10^{13}$ гц, $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м, $\beta = 0.01$ а/вт, $\eta = 0.02$, $i_r = 10^{-15}$ а, $C_i = 5 \cdot 10^{-6}$, $d = d_{opt} = 10$ см; $K_2 = 1/3$, $S = 80$ см². С одиночным зеркалом при этом можно обнаружить сигнал со спектральной плотностью потока, определяемой выражением (12): $\Delta P_{f0} = 0.3 \cdot 10^{-30}$ вт/см²гц, что соответствует звездной величине $m \approx 11$. При базе интерферометра $D = 10$ м из формул (13), (15), (11) найдем $K_1 = 0.03$, $\Delta F_1 = 280$ гц и (положив $\Gamma = 1$)

$$\Delta P_{f10} = 3 \cdot 10^{-29} \text{ вт/см}^2 \text{ гц } (m \approx 5.5).$$

При базе 100 м $K_1 = 0.003$, $\Delta F_1 = 300$ гц

$$\Delta P_{f100} = 10^{-28} \text{ вт/см}^2 \text{ гц } (m = 4).$$

Если же для оценок принять значение $C_i = 10^{-6}$, что соответствует очень хорошим условиям наблюдений (высокогорье с пониженной влажностью), то с базой $D = 10$ м и при $S = 2000$ см² и $\Delta F_1 = 56$ гц можно получить

$$\Delta P_{f10} = 3 \cdot 10^{-31} \text{ вт/см}^2 \text{ гц } (m \approx 10.5),$$

а при базе 100 м, $\Delta F_1 = 60$ гц:

$$\Delta P_{f100} = 10^{-30} \text{ вт/см}^2 \text{ гц } (m \approx 9).$$

Таким образом, из оценок следует, что применение фотоэлектрического накопления позволяет проводить наблюдения на корреляционном звездном интерферометре с большими базами и при этом можно надеяться получить чувствительность лучшую, чем у интерферометра интенсивностей.

В заключение авторы благодарят А. А. Стоцкого за полезные дискуссии.

Литература

1. R. H. Brown, R. Q. Twiss, Proc. Roy. Soc., 248, 222, 1958.
2. R. H. Brown, I. Davis, L. R. Allen, Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 137, 375, 1967.
3. И. Л. Берштейн, Г. С. Горелик, Докл. АН СССР, 86, № 1, 47, 1952.
4. С. М. Козел, ЖЭТФ, 32, вып. 4, 738, 1957.
5. Ф. А. Королев. Теоретическая оптика. Изд-во «Высшая школа», М., 1966.
6. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. Т. I, изд-во «Советское радио», М., 1966.
7. А. А. Стоцкий, Радиотехника и электроника, 18, 2277, 1972.
8. С. М. Рытов. Введение в статистическую радиофизику. Изд-во «Наука», М., 1966.
9. В. И. Татарский. Распространение волн в турбулентной атмосфере. Изд-во «Наука», М., 1967.
10. J. H. W. Unger, Bell Syst. Tech. J., 45, No. 9, 1966.

Январь 1972 г.