УДК 520.844

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВРЕМЕННОЙ ЗАДЕРЖКИ И ЧАСТОТЫ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ В КООРДИНАТНО-НЕЗАВИСИМОЙ ФОРМЕ ЧЕРЕЗ ИЗМЕРЯЕМЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

С. В. Резников

В работе получены релятивистские координатно-независимые выражения временной задержки и частоты интерференции через измеряемые величины. Получено релятивистское выражение для вращающейся базы интерферометра и показано, что для получения инвариантных выражений для задержки и частоты необходимо учитывать эффект геодезической прецессии базы, являющийся следствием перехода от геоцентрической к гелиоцентрической системе отсчета.

The relativistic coordinate independent expressions for time delay and fringe frequency through measurable values are obtained. The relativistic expression for the rotating base of the interferometer is received. The role of geodetic precession of interferometer base which is the consequence of transformation from geocentrical system of reference to geliocentrical one for the procedure of invariant relativistic reductions is studied.

Хорошо известная в общей теории относительности проблема координатных условий (которая типична для любой общековариантной теории тяготения) может быть кратко резюмирована следующим образом. Решение уравнений поля в постньютоновском приближении может быть получено в общем случае с точностью до четырех в достаточной степени произвольных функций (с несильными ограничениями на их аналитические свойства), что отражает возможность произвольного преобразования пространственных и временных координат. Эта неопределенность в свою очередь ведет к неопределенности формы уравнений движения тел и уравнений распространения света, с анализом решений которых связаны все наблюдаемые общерелятивистские эффекты в слабых гравитационных полях.

Устранить эту неопределенность можно выбором (в достаточной степени произвольным) четырех дополнительных условий на метрические коэффициенты и их производные, выбором так называемых координатных условий. Широко распространенной является точка зрения, согласно которой необходимо фиксировать те или иные координатные условия для описания наблюдательных процедур, соответствующих различным методам астрономических измерений. Однако в работах [1, 2] было показано на примере различных типов оптических и локационных измерений, что общерелятивистские поправки могут быть без фиксирования координатных условий представлены в координатно-независимом виде, если классические члены (соответствующие случаю $m=fM/c^2=0$) выразить через наблюдаемые величины. Последнее, в частности, требует, чтобы динамическое описание движения тел и лучей света велось с использованием одних и тех же координатных условий.

Целью настоящей работы является доказательство аналогичного результата для радиоинтерферометрических наблюдений. В работе также показано, какую роль при редукции наблюдаемых значений временной задержки τ и частоты интерференции F играет эффект геодезической прецессии базы.

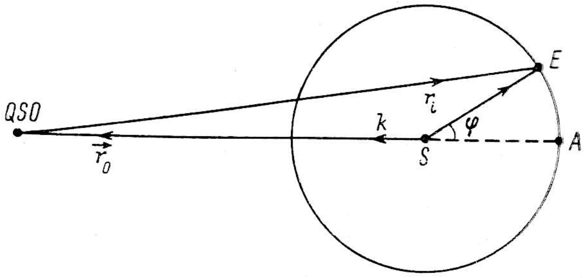
Для анализа используем обобщенную метрику сферически-симметричного статического слабого поля [1]:

$$ds^2=\left\{1-\frac{2m}{r}+2(\beta-\gamma)\frac{m^2}{r^2}\right\}c^2dt^2-\left\{1+2(\gamma-\alpha' r)\frac{m}{r}\right\}\times$$
$$\times dr-\left\{1+2(\gamma-\alpha)\frac{m}{r}\right\}r^2(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2). \quad (1)$$

Здесь β и γ — ППН-параметры [3] (для ОТО $\beta=\gamma=1$), $m=fm/c^2$, а произвольная функция $\alpha(r)$ [$\alpha(r)/r \to 0$, $\alpha'(r) \to 0$, при $r \to \infty$] отражает произвол в выборе координатных условий, так что случай $\alpha=0$ соответствует гармоническим координатам,* и связь обобщенных координат с гармоническими (знак тильда) задается соотношениями:**

$$x^i = \tilde{x}^i + \frac{m}{\tilde{r}}\,\alpha(\tilde{r})\,\tilde{x}^i; \quad \vec{r} = \tilde{\vec{r}} + \frac{m}{\tilde{r}}\,\alpha(\tilde{r})\,\tilde{\vec{r}}. \tag{2}$$

Рассмотрим задачу, когда удаленный источник («квазар») наблюдается двухэлементным интерферометром, база которого вместе с Землей участвует во вращательном и поступательном движениях, при этом будем полагать, что Земля движется по круговой орбите в поле Солнца [1] (см. рисунок).



Согласно [1], время распространения луча света из мировой точки $(t_0, \vec{r}_0)$ в мировую точку $(t_i, \vec{r}_i)$ равно

$$t_i - t_0 = \frac{D_{0i}}{c} + \frac{m}{c}\left\{(\gamma+1)\ln\frac{r_i - \vec{r}_i\cdot\vec{k}_i}{r_0 - \vec{r}_0\cdot\vec{k}_i} + \alpha(r_i)\frac{\vec{r}_i\cdot\vec{k}_i}{r_i} - \alpha(r_0)\frac{\vec{r}_0\cdot\vec{k}_i}{r_0}\right\}, \tag{3}$$

где

$$D_{0i}(t_0, t_i) = |\vec{r}_0(t_0) - r_i(t_i)|; \quad \vec{k}_i = \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}_i}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_i|}.$$

Следовательно, величина задержки $\tau = t_2 - t_1$ может быть представлена в виде

$$\tau = \frac{D_{02} - D_{01}}{c} + \frac{m}{c}\left\{(\gamma+1)\ln\frac{r_2 - \vec{r}_2\cdot\vec{k}_2}{r_1 - \vec{r}_1\cdot\vec{k}_1}\cdot\frac{r_0 - \vec{r}_0\cdot\vec{k}_1}{r_0 - \vec{r}_0\cdot\vec{k}_2} + \left[\alpha(r_2)\frac{\vec{r}_2}{r_2} - \alpha(r_1)\frac{\vec{r}_1}{r_1}\right]\vec{k}\right\}, \tag{4а}$$

где $\vec{k} = \dfrac{\vec{r}_0}{r_0}$.

Так как для галактических и внегалактических источников $r_0 \gg r_i$, то

$$\vec{k}_i \approx \vec{k}_0 + \frac{1}{r_0}\left[\vec{k}_0(\vec{k}_0\cdot\vec{r}_i) - \vec{r}_i\right]$$

и $D_{0i} \approx r_0 - \vec{r}_i\cdot\vec{k}$, и, следовательно,

$$\tau = \frac{1}{c}\left[\vec{r}_1(t_1) - \vec{r}_2(t_2)\right]\vec{k} + \frac{m}{c}\left\{(\gamma+1)\ln\frac{r_1 + \vec{r}_1\cdot\vec{k}}{r_2 + \vec{r}_2\cdot\vec{k}} + \left[\alpha(r_2)\frac{\vec{r}_2}{r_2} - \alpha(r_1)\frac{\vec{r}_1}{r_1}\right]\vec{k}\right\}. \tag{4б}$$

Таким образом, выражение для интерферометрической задержки, полученное непосредственно из уравнения распространения света в центрально-симметричном поле (1), оказывается координатно-зависимым и не может быть непосредственно использовано для релятивистских редукций. Причина появления координатной зависимости в (4б) в том, что «классическая» часть задержки

---

* В работе [4] приведен достаточно полный перечень значений $\alpha(r)$ для различных координатных условий.

** Для удобства сравнения различных параметризаций работ [2] $(A, B, \alpha_1(r))$ и [5, с. 164] (A, B, K) укажем соотношения между параметрами:

$$\left\{\begin{aligned} &A = \beta - \gamma \\ &\alpha_2(r) = \gamma - \alpha(r); \\ &B = \gamma \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} &K = 2(\beta - \alpha) \\ &A = 2(\gamma - \alpha'(r)\,r). \\ &B = 2(\gamma - \alpha) \end{aligned}\right.$$

$\frac{1}{c}[\vec{r}_1(t_1)-\vec{r}_2(t_2)]\vec{k}$ содержит неизмеряемые величины — гелиоцентрические радиусы-векторы пунктов $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$. В искривленном пространстве—времени координаты, а следовательно, и радиусы-векторы теряют непосредственный метрический смысл, и в различных системах координат [при различных $\alpha(r)$] векторы $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ оказываются различными. Для получения координатно-независимого выражения τ необходимо в (4б) выразить все неизмеряемые величины, входящие в главный член, соответствующий $m=0$, через наблюдаемые величины. Тогда текущее значение τ должно стать функцией только времени и этих наблюдаемых величин.

Перейдем к реализации такой процедуры, сделав одно замечание. В выражении (4б) база интерферометра $\vec{b}_1'=\vec{r}_1(t_1)-\vec{r}_2(t_2)$ определена как разность гелиоцентрических радиусов-векторов пунктов, взятых в разные моменты времени. Однако естественно оперировать с «синхронной» базой $\vec{b}=\vec{r}_1(t_1)-\vec{r}_2(t_2)$, а разность между $\vec{b}'$ и $\vec{b}$ учесть в виде соответствующих координатно-независимых аддитивных поправок. Эти поправки (являющиеся интерферометрическими аналогами суточной τ_d и годичной τ_y аберраций) с постньютоновской точностью приведены в [6], и в дальнейшем в наших вычислениях они будут фигурировать в нераскрытом виде, как $\tau'=\tau_d+\tau_y$. Перейдем в (4б) к геоцентрическим векторам пунктов $\vec{R}_i$,

$$\vec{R}_i=\vec{r}_i-\vec{R}_s, \tag{5}$$

где $\vec{R}_s$ — радиус-вектор центра масс Земли. Так как $\vec{R}_s\gg\vec{r}_i$, то

$$\tau=\frac{1}{c}\vec{b}\cdot\vec{k}+\frac{m}{cR_s}\left\{(\gamma+1)\frac{\vec{b}(\vec{k}-\vec{k}_s)}{1-\vec{k}\cdot\vec{k}_s}+\right.$$

$$\left.+\alpha(R_s)[(\vec{k}\cdot\vec{k}_s)(\vec{b}\cdot\vec{k}_s)-(\vec{b}\cdot\vec{k})]-\alpha'(R_s)R_s(\vec{k}\cdot\vec{k}_s)(\vec{b}\cdot\vec{k}_s)\right\}+\tau', \tag{6}$$

где

$$\vec{b}=\vec{R}_1(t_1)-\vec{R}_2(t_1) \tag{6а}$$

и

$$\vec{k}_s=-\frac{\vec{R}_s}{R_s}. \tag{6б}$$

Для того чтобы выразить вращающуюся вместе с Землей базу через измеряемые значения задержки, необходимо вначале получить ее релятивистское выражение для обобщенной метрики (1). Рассмотрим для этого вращение базы в геоцентрической четырехмерной системе координат, орты которой $l_{(\alpha)}$ ($\alpha=0, 1, 2, 3$) поступательно переносятся вместе с центром масс Земли по круговой орбите в поле (1). Орт $l_{(0)}$ направлен по касательной к мировой линии центра масс и в гелиоцентрических координатах имеет вид

$$l^\alpha_{(0)}=\frac{dx^\alpha}{ds}=\left(1+\frac{R_s^2\omega_E^2}{2c^2}+\frac{m}{R_s};\ 0;\ 0;\ \frac{\omega_E}{c}\right), \tag{7а}$$

где ω_E — угловая скорость орбитального движения Земли. Векторы $l_{(i)}$ ($i=1, 2, 3$) единичны и ортогональны к вектору $l_{(0)}$ и между собой:

$$\begin{cases} l^\alpha_{(i)}\cdot l_{(i)\alpha}=-1; \\ l^\alpha_{(i)}\cdot l_{(0)\alpha}=0; \\ l^\alpha_{(i)}\cdot l_{(j)\alpha}=0, \quad i\neq j. \end{cases} \tag{7б}$$

В геоцентрической системе координат орты $l^\alpha_{(\alpha)}$ имеют вид: $l_{(0)}=(1, 0, 0, 0)$, $l_{(1)}=(0, 1, 0, 0)$, $l_{(2)}=(0, 0, 1, 0)$, $l_{(3)}=(0, 0, 0, 1)$.

Поскольку в пределах Земли геоцентрическую систему можно с рассматриваемой точностью считать лоренцевой, то 4-вектор базы b^α будет иметь обычный классический вид:

$$b^\alpha(t)=R\cos\delta\cos(S_0+\tilde{\Omega}\tilde{t}-\Lambda)\,l_{(1)}+R\cos\delta\sin(S_0+\tilde{\Omega}\tilde{t}-\Lambda)\,l_{(2)}+R\sin\delta\, l_{(3)}. \tag{8}$$

Здесь R — радиус Земли; δ, Λ — склонение и долгота базы; S_0 — звездное время на меридиане базы; $\tilde{\Omega}$ — угловая скорость вращения Земли; $\tilde{t}$ — собственное время в геоцентрической системе.

В силу того что с рассматриваемой точностью преобразование 4-векторов из геоцентрической в гелиоцентрическую систему линейно, выражение (8) будет давать одновременно и вид 4-вектора базы в гелиоцентрической системе. Векторы $l_{(i)}$ должны быть теперь выражены в гелиоцентрической системе и собственное время геоцентрической системы $\tilde{t}$ заменено на мировое время гелиоцентрической системы t:

$$t=\tilde{t}\left(1+\frac{\omega_E^2R_s^2}{2c^2}+\frac{m}{R_s}\right). \qquad (9)$$

Тогда выражение для b^α в гелиоцентрической системе примет вид

$$b^\alpha(t)=R\cos\delta\cos(S_0+\Omega t-\Lambda)\,l_{(1)}+R\cos\delta\sin(S_0+\Omega t-\Lambda)\,l_{(2)}+R\sin\delta\,l_{(3)}, \qquad (10)$$

где

$$\Omega=\tilde{\Omega}\left(1+\frac{\omega_E^2R_s^2}{2c^2}+\frac{m}{R_s}\right). \qquad (11)$$

Пространственную часть вектора базы $\vec{b}$ можно записать следующим образом:

$$\vec{b}=R\cos\delta\cos(S_0+\Omega t-\Lambda)\,\vec{l}_{(1)}+R\cos\delta\sin(S_0+\Omega t-\Lambda)\,\vec{l}_{(2)}+R\sin\delta\,\vec{l}_{(3)}, \qquad (12)$$

где $\vec{l}_{(i)}$ — пространственные части ортов $l_{(i)}$.

База $\vec{b}$, определяемая выражением (12), не вполне соответствует базе, используемой в (6), так как 4-вектор базы, определенный в (10), имеет ненулевую временную часть. Однако это различие дает аддитивную и координатно-независимую поправку τ'' к τ. Поправка τ'' аналогична поправке τ', появляющейся в связи с переходом к синхронной базе.

Орты геоцентрической системы $l_{(\alpha)}$ переносятся вместе с центром масс Земли и изменяются поэтому в гелиоцентрической системе в соответствии с уравнением переноса Ферми—Уолкера [3, § 13.6]. В рассматриваемом случае, если включить в поправку τ' поправку, связанную с квадратичной аберрацией, которая также рассмотрена в [6], то этот перенос сводится просто к геодезической прецессии векторов.

Если произвольный 4-вектор x^α параллельно переносится по круговой орбите в поле с метрикой (1), то, следуя известной методике [5, с. 191], легко получить следующие уравнения:

$$\begin{gathered} dx^0=dx^2=0;\\ \frac{dx^1}{dt}=\omega_E\left\{1-\frac{m}{R_s}(\gamma-\alpha'R_s+\alpha)\right\}R_sx^3;\\ \frac{dx^3}{dt}=-\omega_E\left\{1-\frac{m}{R_s}(\gamma+\alpha'R_s-\alpha+1)\right\}x'. \end{gathered} \qquad (13)$$

Решение этой системы при переходе к декартовым координатам

$$x=x'\cos\omega_Et-ax^3\sin\omega_Et;$$
$$y=x'\sin\omega_Et+ax^3\cos\omega_Et$$

имеет вид

$$x(t)=x(0)+\frac{m}{R_s}\left\{\left(\alpha'R_s-\alpha+\frac{1}{2}\right)(y(0)\sin\omega_Et\cos\omega_Et-x(0)\sin^2\omega_Et)-y(0)\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)\omega_Et\right\};$$

$$\begin{gathered} y(t)=y(0)+\frac{m}{R_s}\left\{\left(\alpha'R_s-\alpha+\frac{1}{2}\right)(x(0)\sin\omega_Et\cos\omega_Et+\right.\\ \left.+y(0)\sin^2\omega_Et)+x(0)\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)\omega_Et\right\}; \end{gathered} \qquad (14)$$

$$z(t)=z(0),$$

где $x(0)$, $y(0)$, $z(0)$ — значения декартовых компонент вектора x^α при $t=0$.

Следовательно, можно записать базу (12) в произвольный момент с учетом прецессии ортов в виде

$$\vec{b}(t)=\vec{b}_0(t)+\frac{m}{R_s}\left\{\left(\alpha'R_s-\alpha+\frac{1}{2}\right)[(\vec{b}_0\cdot\vec{k}_s)\vec{k}_s-(\vec{b}_0\cdot\vec{k}_{s0})\vec{k}_{s0}]-\vec{b}_0(\vec{k}_s\cdot\dot{\vec{k}}_s)\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)t\right\}, \qquad (15)$$

где $\vec{b}_0$ — «непрецессирующая» база, определяемая следующим образом:

$$\vec{b}_0=R\cos\delta\cos(S_0+\Omega t-\Lambda)\,\vec{l}_{(1)}(0)+R\cos\delta\sin(S_0+\Omega t-\Lambda)\,\vec{l}_{(2)}(0)+R\sin\delta\,\vec{l}_{(3)}(0). \qquad (16)$$

Здесь $\bar{l}_{(i)}(0)$ — положения ортов $\bar{l}_{(i)}$ в момент $t=0$; $\bar{k}_{s0}$ — вектор k_s в момент $t=0$; $\dot{\bar{k}}_s=\frac{d}{dt}\bar{k}_s$. Подставляя базу (15) в выражение τ (6), имеем

$$\tau=\frac{1}{c}(\bar{b}_0\cdot\bar{k})+\frac{m}{cR_s}\Big\{(\gamma+1)\frac{\bar{b}_0(\bar{k}-\bar{k}_s)}{1-\bar{k}\cdot\bar{k}_s}-\alpha(\bar{b}_0\cdot\bar{k}_{s0})(\bar{k}\cdot\bar{k}_{s0})-\alpha' R_s(\bar{b}_0\cdot\bar{k}_{s0})(\bar{k}\cdot\bar{k}_{s0})+$$
$$+\frac{1}{2}[(\bar{b}_0\cdot\bar{k}_s)(\bar{k}\cdot\bar{k}_s)-(\bar{b}_0\cdot\bar{k}_{s0})(\bar{k}\cdot\bar{k}_{s0})]+(\bar{b}_0\cdot\bar{k})(\bar{k}\cdot\dot{\bar{k}}_s)\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)t\Big]+\tau'+\tau''. \qquad (17)$$

Перейдем теперь к устранению координатной зависимости в выражении для τ (17). Поскольку $\bar{b}_0$ дается (16) и постоянный вектор $\bar{k}$ разлагается по постоянным векторам $\bar{l}_{(i)}(0)$ с постоянными коэффициентами, то слагаемое $\frac{1}{c}\bar{b}_0\cdot\bar{k}$ в (17) можно представить в виде

$$\frac{1}{c}\bar{b}_0\cdot\bar{k}=A\cos\Omega t+B\sin\Omega t+C,$$

где A, B, C — постоянные коэффициенты. Эти коэффициенты нетрудно выразить через геоцентрические координаты базы, коэффициенты разложения вектора $\bar{k}$ по ортам $\bar{l}_{(k)}$ (0) и всевозможные перекрестные произведения ортов ($\bar{l}_{(i)}$ (0) в евклидовом смысле естественно не ортогональны). Однако явный вид этих коэффициентов мы не будем выписывать, так как в дальнейшем мы получим их в виде функций от наблюдаемых величин; для нас важно лишь, что эти коэффициенты постоянны.

Аналогичную структуру $A'\cos\Omega t+B'\sin\Omega t+C'$ имеют и координатно-зависимые слагаемые в (17), поскольку они линейны относительно вектора базы $\bar{b}_0$. Введем для краткости обозначения:

$$F_1(t)=(\gamma+1)\frac{\bar{b}_0(\bar{k}-\bar{k}_s)}{1-\bar{k}\cdot\bar{k}_s};$$
$$F_2(t)=\frac{1}{2}[(\bar{b}_0\cdot\bar{k}_s)(\bar{k}\cdot\bar{k}_s)-(\bar{b}_0\cdot\bar{k}_{s0})(\bar{k}\cdot\bar{k}_{s0})]; \qquad (18)$$
$$F_3(t)=(\bar{b}_0\cdot\bar{k})(\bar{k}_s\cdot\dot{\bar{k}}_s)\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)t;$$
$$F_4(t)=\tau'+\tau''.$$

Величины $\bar{b}_0$ и $\bar{k}$ в (18) достаточно знать лишь с ньютоновской точностью, поэтому функции $F_i(t)$ ($i=1, 2, 3, 4$) можно считать известными функциями времени.

В итоге (17) принимает вид

$$\tau=A\cos\Omega t+B\sin\Omega t+C+\frac{m}{ca}(A'\cos\Omega t+B'\sin\Omega t+C')+\frac{m}{ca}\sum_{i=1}^{4}F_i(t). \qquad (19)$$

Координатная зависимость «скрыта» теперь в постоянных коэффициентах A', B', C', и чтобы избавиться от нее, выразим коэффициенты A, B, C в классической части (19) через три наблюдаемых значения задержки τ, например в моменты $t=0$, $t=\frac{T}{4}$, $t=\frac{T}{2}$, где $T=\frac{2\pi}{\Omega}$ — длительность суток по гелиоцентрическим часам. Тогда имеем следующую линейную систему для определения коэффициентов A, B, C:

$$\left.\begin{aligned}
&A+C+\frac{m}{ca}\left(A'+C'+\sum_{i=1}^{4}F_i(0)\right)=\tau(0);\\
&B+C+\frac{m}{ca}\left(B'+C'+\sum_{i=1}^{4}F_i\left(\frac{T}{4}\right)\right)=\tau\left(\frac{T}{4}\right);\\
&-A+C+\frac{m}{ca}\left(-A'+C'+\sum_{i=1}^{4}F_i\left(\frac{T}{2}\right)\right)=\tau\left(\frac{T}{2}\right).
\end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

Решением ее будут:

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{\tau(0)-\tau\left(\frac{T}{2}\right)}{2} - \frac{m}{ca}A' - \frac{m}{ca}\sum_{i=1}^{4}\frac{F_i(0)-F_i\left(\frac{T}{2}\right)}{2}; \\ B &= \frac{2\tau\left(\frac{T}{4}\right)-\tau(0)-\tau\left(\frac{T}{2}\right)}{2} - \frac{m}{ca}B' - \frac{m}{ca}\sum_{i=1}^{4}\frac{F_i\left(\frac{T}{4}\right)-F_i(0)-F_i\left(\frac{T}{2}\right)}{2}; \\ C &= \frac{\tau(0)+\tau\left(\frac{T}{2}\right)}{2} - \frac{m}{ca}C' - \frac{m}{ca}\sum_{i=1}^{4}\frac{F_i(0)+F_i\left(\frac{T}{2}\right)}{2}. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Таким образом, коэффициенты A, B, C можно представить в виде:

$$A = A_н + \Delta A; \quad B = B_н + \Delta B; \quad C = C_н + \Delta C, \tag{22}$$

где $A_н$, $B_н$, $C_н$ — «ньютоновские» значения этих величин, вычисляемые по наблюдаемым значениям τ из системы уравнений:

$$\frac{1}{c}\bar{b}_0(0)\cdot\bar{k} = \tau(0); \quad \frac{1}{c}\bar{b}_0\left(0\frac{T}{4}\right)\cdot\bar{k} = \tau\left(\frac{T}{4}\right); \quad \frac{1}{c}\bar{b}_0\left(\frac{T}{2}\right)\cdot\bar{k} = \tau\left(\frac{T}{2}\right), \tag{23}$$

а ΔA, ΔB, ΔC — релятивистские поправки к этим ньютоновским значениям.

Подставляя найденные значения A, B, C в (19), видим, что координатно-зависимые слагаемые исключаются и координатно-независимое выражение для τ имеет вид

$$\begin{aligned} \tau = {} & \frac{\tau(0)-\tau\left(\frac{T}{2}\right)}{2}\cos\Omega t + \frac{2\tau\left(\frac{T}{4}\right)-\tau(0)-\tau\left(\frac{T}{2}\right)}{2}\sin\Omega t + \\ & + \frac{\tau(0)+\tau\left(\frac{T}{2}\right)}{2} + \frac{m}{ca}\sum_{i=1}^{4}\left[F_i(t) - \frac{F_i(0)-F_i\left(\frac{T}{2}\right)}{2}\cos\Omega t - \right. \\ & \left. - \frac{2F_i\left(\frac{T}{4}\right)-F_i(0)-F_i\left(\frac{T}{2}\right)}{2}\sin\Omega t - \frac{F_i(0)+F_i\left(\frac{T}{2}\right)}{2}\right], \end{aligned} \tag{24}$$

где $F_i(t)$ определены в (18).

Применим теперь аналогичную процедуру, чтобы получить координатно-независимое выражение для частоты интерференции F. Поскольку $F = f\frac{d\tau}{dt}$, где f — частота сигнала, то из (19) получаем выражение для F:

$$F = D\cos\Omega t + E\sin\Omega t + \frac{m}{ca}(D'\cos\Omega t + E'\sin\Omega t) + \frac{m}{ca}f\sum_{i=1}^{4}\dot{F}_i(t), \tag{25}$$

где

$$D = f\Omega B;$$
$$F = -f\Omega A;$$
$$D' = f\Omega B';$$
$$E' = -f\Omega A'.$$

Выражая постоянные коэффициенты D и E в (25) через наблюдаемые значения частоты интерференции $F(0)$, $F(T/4)$ в моменты $t=0$ и $t=T/4$, находим координатно-независимое выражение F:

$$F(t) = F(0)\cos\Omega t + F\left(\frac{T}{4}\right)\sin\Omega t + \frac{mf}{ca}\sum_{i=1}^{4}\left[\dot{F}_i(t) - \dot{F}_i(0)\cos\Omega t - \dot{F}_i\left(\frac{T}{4}\right)\sin\Omega t\right], \tag{26}$$

где $\dot{F}_i = \frac{d}{dt} F_i$ и функции $F_i(t)$ определены в (18). При $m = 0$ (24) и (26) дают, очевидно, классические выражения τ и F через наблюдаемые величины, слагаемые же стоящие в (24), (26) под знаком суммы представляют собой релятивистские поправки к τ и F.

Дадим в заключение грубые оценки этих поправок. Поправка за F_1 становится весьма значительной, если квазар лежит в плоскости земной орбиты, а Земля близка к верхнему соединению. Примем для определенности, что Земля уходит от верхнего соединения и угол между точкой А верхнего соединения и текущим положением Земли равен φ (см. рисунок). Величина поправки решающим образом зависит от значения φ_0 угла φ в момент $t=0$ — начала наблюдений. В таблице приведены поправки к τ и F при $t=T$ (т. е. через сутки после начала наблюдений) для различных начальных углов φ_0. Принято $\vec{b}\cdot\vec{\varepsilon} = 6\cdot 10^3$ км, $\vec{b}\cdot\vec{\varepsilon} = \Omega \cdot 6 \cdot 10^3$ км, $f = 6 \cdot 10^9$ Гц, где $\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{k}_s - \vec{k}_{s0}}{|\vec{k}_s - \vec{k}_{s0}|}$ и Ω — скорость суточного вращения Земли.

φ_0	$\Delta\tau$, нс	ΔF, мГц
10	—0.4	0.2
5	—1.5	0.5
2	—7.6	3.3
1	—22.9	9.9
20	—103.1	44.8

Поправки за F_2 и F_1 за времена порядка нескольких суток малы при любом положении квазара. В момент $t=T$ суммарная поправка к τ за F_1 и F_2 меньше 0.01 нс и к F меньше 0.01 мГц. Однако за большие времена поправка за F_3, пропорциональная времени, становится ощутимой и за год имеет величину порядка 2 нс на оптимально ориентированной базе длиной $6\cdot 10^3$ км.

Очевидно, что рассмотренный выше пример исключения координатной зависимости имеет частный характер, хотя и соответствует реальной процедуре радиоинтерферометрических определений координат источников. Можно было бы, например, в качестве опорных отсчетов τ и F брать их значения для различных источников в произвольные моменты времени. Существенно лишь, чтобы описание динамического поведения Земли и распространения радиоволн велось при одном и том же значении $\alpha(r)$.

Автор приносит благодарность А. М. Финкельштейну за внимание к работе и полезные советы.

Литература

1. Брумберг В. А., Финкельштейн А. М. Проверка релятивистских эффектов в Солнечной системе. — ЖЭТФ, 1979, 5, с. 1474—1487.
2. Брумберг В. А., Финкельштейн А. М. Инвариантная интерпретация астрономических измерений в Солнечной системе. — В кн.: Современные проблемы общей теории относительности. Минск, 1979, с. 6—31.
3. Misner C. W., Thorne K. S., Wheeler J. A. Gravitation. San Francisco: W. H. Freeman a. Co, 1973.
4. Иваницкая О. Д. Обобщение координатных параметров в ППН формализме. — Вестн. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук, 1983, № 5, с. 49.
5. Брумберг В. А. Релятивистская небесная механика. М.: Наука, 1972. 382 с.
6. Finkelstein A. M., Kreînoviĉ V. J., Pandey S. N. Relativistic reductions for radiointerferometric observables. — Astrophys. Space Sci., 1983, 94, p. 233—248.

Поступила в редакцию 24.04.84