ОПТИМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ РАДИОАСТРОНОМИЧЕСКОГО СИГНАЛА НА ФОНЕ ДИСКРЕТНЫХ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

П. А. Фридман

Недостаточное угловое разрешение антенны радиотелескопа приводит к появлению мешающего фона слабых дискретных источников, который ухудшает реальную чувствительность системы в целом. Случайный процесс, обусловленный наложением большого числа выбросов от источников, полагается нормальным, со спектром, определяемым формой диаграммы направленности. Предлагается метод последетекторной обработки, основанный на теории оптимальной линейной фильтрации и позволяющий частично ослабить вредное действие этого фона. При обнаружении неразрешаемого объекта применение такой обработки дает выигрыш в отношении сигнала к шуму на выходе в 1.3 раза.

Insufficient angular resolution of a radio telescope antenna results in appearance of an interfering background of weak discrete sources which deteriorates the real sensitivity of the system as a whole. The random process due to superposition of a variety of peaks from the sources is supposed to be normal, with the spectrum resulting from the beam shape. A method of after-detector processing is proposed which is based on the theory of optimum linear filtration and enables to reduce partially the interfering effect of this background. The application of such a processing, while detecting an unresolved object, results in advantage with respect to the signal-to-noise ratio 1.3 times at the output.

При прохождении диаграммы направленности антенны радиотелескопа по небесной сфере слабые дискретные источники радиоизлучения дают дополнительные флуктуации выхода регистрирующего устройства. Недостаточное угловое разрешение приводит к тому, что выбросы на выходе, обусловленные отдельными источниками, накладываются друг на друга. Ввиду того что дискретные источники расположены в пространстве случайным образом, результирующий процесс на выходе приемника является случайным, и его флуктуации ухудшают чувствительность системы в целом, при условии, конечно, достаточно малых собственных шумов радиометра. В ряде случаев (например, на системах Крауса в Огайо — США [1], Нансей — Франция и т. д.) наблюдатели уже столкнулись с этим так называемым эффектом «насыщения», когда флуктуации фона дискретных источников определяют предельную чувствительность радиотелескопов.

В работах [2, 3] приведен расчет эффекта «насыщения» и указаны пути его устранения посредством создания избыточного разрешения радиотелескопа. Характерная особенность этого эффекта заключается в том, что повторные прохождения диаграммы направленности по тому же участку неба дают одну и ту же реализацию случайного процесса, поэтому обычное накопление не приводит к выигрышу.

Для данного радиотелескопа некоторое ослабление мешающего действия фона дискретных источников достигается применением оптимальной фильтрации на выходе радиометра.

Случайный процесс после детектора радиометра, обусловленный флуктуациями фона, может быть представлен в виде импульсного случайного процесса

$$\xi(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i F(t - t_i), \tag{1}$$

где a_i — амплитуда i-го импульса, t_i — момент возникновения импульса. Параметры a_i и t_i — случайные величины, вид функции $F(t)$ определяется формой диаграммы направленности.

Основываясь на результатах наблюдений, можно считать, что дискретные источники распределены в пространстве по закону Пуассона, поэтому процесс $\xi(t)$ принадлежит к разряду пуассоновских импульсных процессов. Кроме того, будем предполагать, что в пределах диаграммы направленности укладывается достаточно большое число источников для того, чтобы распределение процесса было близко к нормальному. Статистические характеристики флуктуаций такого типа хорошо известны, и, в частности, их спектральная интенсивность равна

$$S(\omega) = \sigma |f(j\omega)|^2, \tag{2}$$

где $f(j\omega)$ — спектр отдельного импульса, т. е. спектр функции $F(t)$; σ — постоянная величина. Полагая, что обнаружению подлежит источник, не разрешаемый антенной, спектр сигнала также можно считать равным $f(j\omega)$.

Из теории оптимальной фильтрации на фоне «нормальной» помехи известна частотная характеристика фильтра, обеспечивающего на выходе максимальное отношение сигнала к шуму,

$$K(j\omega) = \frac{f^*(j\omega)}{S(\omega)}. \tag{3}$$

Подставляя (2) в (3), имеем с точностью до постоянного множителя

$$K(j\omega) = \frac{1}{f(j\omega)}. \tag{4}$$

Частотные характеристики такого вида получаются в радиолокации при оптимальной фильтрации на фоне хаотических отражений [4].

Оценим на конкретном примере выигрыш за счет применения фильтра. Для сплошной антенны с равномерным распределением поля в апертуре отклик на точечный источник выражается в виде функции $F(t) = \frac{\sin^2 at}{(at)^2}$. Спектр такого сигнала — вещественный и ограниченный по частоте

$$\begin{aligned} f(j\omega) &= \frac{\pi}{\omega_{гр}}\left(1 - \frac{|\omega|}{\omega_{гр}}\right) \quad \text{при } |\omega| \leqslant \omega_{гр}, \\ f(j\omega) &= 0 \quad \text{при } |\omega| > \omega_{гр}, \end{aligned} \tag{5}$$

где $\omega_{гр} = 2a$.

Будем сравнивать действие оптимального фильтра, имеющего частотную характеристику (4), с действием фильтра, имеющего частотную характеристику прямоугольной формы и частоту среза, равную $\omega_{гр}$, так как к реализации последнего фильтра сводится применяемая в радиоастрономии обработка записей при исправлении за постоянную времени.

Отношение сигнала к шуму на выходе фильтров в момент времени $t=0$ найдем по формуле (см. [5])

$$\left(\frac{с}{ш}\right)=\frac{\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty} K(j\omega) f(j\omega)\,d\omega\right]^2}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} |K(j\omega)|^2\cdot S(\omega)\,d\omega}. \tag{6}$$

Для фильтра с частотной характеристикой (4)

$$\left(\frac{с}{ш}\right)_{опт}=\frac{\omega_{гр}}{\sigma\pi}, \tag{7}$$

для фильтра с частотной характеристикой прямоугольной формы

$$\left(\frac{с}{ш}\right)_{пр}=\frac{3\omega_{гр}}{4\pi\sigma}. \tag{8}$$

Из выражений (7) и (8) находим выигрыш, получаемый при применении фильтра (4)

$$\left(\frac{с}{ш}\right)_{опт}\Big/\left(\frac{с}{ш}\right)_{пр}\cong 1.33.$$

Следует заметить, что реализация фильтра с частотной характеристикой (4) невозможна, так как в случае реальных антенн, пропускающих ограниченный пространственный спектр, коэффициент передачи фильтра обращается в бесконечность на частоте среза. Поэтому реальный фильтр может иметь частотную характеристику вида

$$\begin{aligned} K(j\omega) &= \frac{1}{f(j\omega)} \quad \text{при} \quad |\omega|\leqslant\omega_1<\omega_{гр}, \\ K(j\omega) &= 0 \quad \text{при} \quad |\omega|>\omega_1. \end{aligned} \tag{4'}$$

При ω_1, достаточно близком к $\omega_{гр}$, можно считать, что отношение сигнала к шуму на выходе фильтра приблизительно равно $\omega_{гр}/\sigma\pi$.

Приведенные выше рассуждения справедливы до тех пор, пока не принимаются во внимание обычные «временны́е» шумы на выходе приемника. С учетом последних частотная характеристика оптимального фильтра (3) принимает вид

$$K(j\omega)=\frac{f^*(j\omega)}{N+\sigma|f(j\omega)|^2}=\frac{f^*(j\omega)}{N(1+\alpha|f(j\omega)|^2)}, \tag{9}$$

где N — спектральная интенсивность шума.

Параметр α характеризует соотношение «пространственных» и «временны́х» шумов; в зависимости от величины α фильтр (8) близок к обычному оптимальному фильтру при $\alpha\ll 1$ ($K(j\omega)=K_0 f^*(j\omega)$) или к фильтру (4) при $\alpha\gg 1$.

Таким образом, предложенный выше метод обработки позволяет частично ослабить влияние фона дискретных источников и повысить чувствительность радиотелескопа.

В заключение выражаю благодарность Д. В. Королькову за ценные замечания.

Литература

1. J. D. Kraus. Radio Astronomy. McGraw-Hill, N. Y., 1966.
2. S. Hoerner, Publ. Nat. Radio Astron. Obs., 1, No. 2, 1961.
3. С. Э. Хайкин, Ю. Н. Парийский, Изв. Гл. астрон. обс. в Пулкове, № 172, 87, 1964.
4. H. Urkowitz, J. Appl. Phys., 24, 1024, 1953.
5. В. И. Тихонов. Статистическая радиотехника. Изд. «Советское радио», 1966.

Декабрь 1968 г.