

ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛА К ШУМУ В РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТРЕ СО СВЕРХДЛИННОЙ БАЗОЙ

П. А. Фридман

Рассмотрены факторы, уменьшающие отношение сигнала к шуму в радиоинтерферометре со сверхдлинной базой. Приводится перечень поправочных коэффициентов, позволяющих количественно учесть потери, связанные с обработкой сигналов в радиоинтерферометре со сверхдлинной базой, нестабильностью стандартов и влиянием атмосферы.

Factors which decrease signal-to-noise ratio in the long-base interferometer are considered. A number of correction coefficients is presented which quantitatively allow for the losses connected with the signal processings in the long-base interferometer, nonstability of standards and atmosphere effects.

1. Радиоинтерферометр со сверхдлинной базой является одним из самых перспективных инструментов в радиоастрономии, так как позволяет достичь рекордных разрешения и угловой точности — тысячные доли угловой секунды. Основными наблюдаемыми величинами радиоинтерферометра со сверхдлинной базой (РСДБ) обычно бывают амплитуда, частота, фаза интерференционной картины и задержка между когерентными сигналами, принимаемыми радиотелескопами. Точность измерения этих величин зависит от отношения к шуму на выходе системы обработки РСДБ. Обычный короткобазовый радиоинтерферометр (РИ) — основа для понимания работы РСДБ, в том числе и в вопросе зависимости отношения сигнала к шуму (ОСШ) на выходе системы обработки от ОСШ на входе. Однако специфика обработки сигналов в РСДБ, включающая комбинацию аппаратных и программных средств, определяет и дополнительные, по сравнению с РИ, эффекты, которые влияют на выходное ОСШ. В работах [1—4] имеются оценки коэффициентов, ухудшающих ОСШ в РСДБ. Цель настоящей статьи — систематизировать и уточнить эти коэффициенты.

2. Отношение сигнала к шуму на выходе 2-элементного короткобазового РИ дается следующей формулой:

$$Q_{\text{РИ}} = \frac{\gamma \sqrt{2\Delta f T}}{\sqrt{2 + \frac{T_{s1}}{T_{a1}} + \frac{T_{s2}}{T_{a2}} + \frac{T_{s1}T_{s2}}{T_{a1}T_{a2}}}}, \quad (1)$$

где $Q_{\text{РИ}}$ — отношение амплитуды интерференционной картины к среднеквадратичному отклонению шума после корреляционной обработки; γ — коэффициент, учитывающий степень корреляции входных сигналов РИ («видимость» интерференционной картины); Δf — ширина полосы приема, форма спектра прямоугольная; T — время накопления; T_{s1} и T_{s2} — шумовые температуры приемных систем РИ; T_{a1} и T_{a2} — антенные температуры от источника; $T_{a1,2} = FA_{\text{ef}1,2}/2k$; F — плотность потока источника; $A_{\text{ef}1,2}$ — эффективные площади радиотелескопов; k — постоянная Больцмана.

В случае РСДБ вследствие специфики выполнения ряда операций при обработке появляются коэффициенты $k_i > 1$, ухудшающие ОСШ:

$$Q_{\text{РСДБ}} = \frac{Q_{\text{РИ}}}{k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_6}. \quad (2)$$

На рис. 1 дана упрощенная блок-схема РСДБ, на которой показаны те блоки обработки сигналов, которые вносят дополнительные, по сравнению с РИ, потери. Рассмотрим по порядку эти коэффициенты $k_1—k_6$.

3. Случайный шумовой сигнал в РСДБ подвергается так называемому клипированию (ограничению по нулевому уровню). Вычисление взаимной корреляционной функции сигналов, записанных на магнитную ленту на пунктах РСДБ, делается в 2 этапа: сначала вычисляется знаковая взаимная корреляционная функция клипированных сигналов, а затем по ней находится исход-

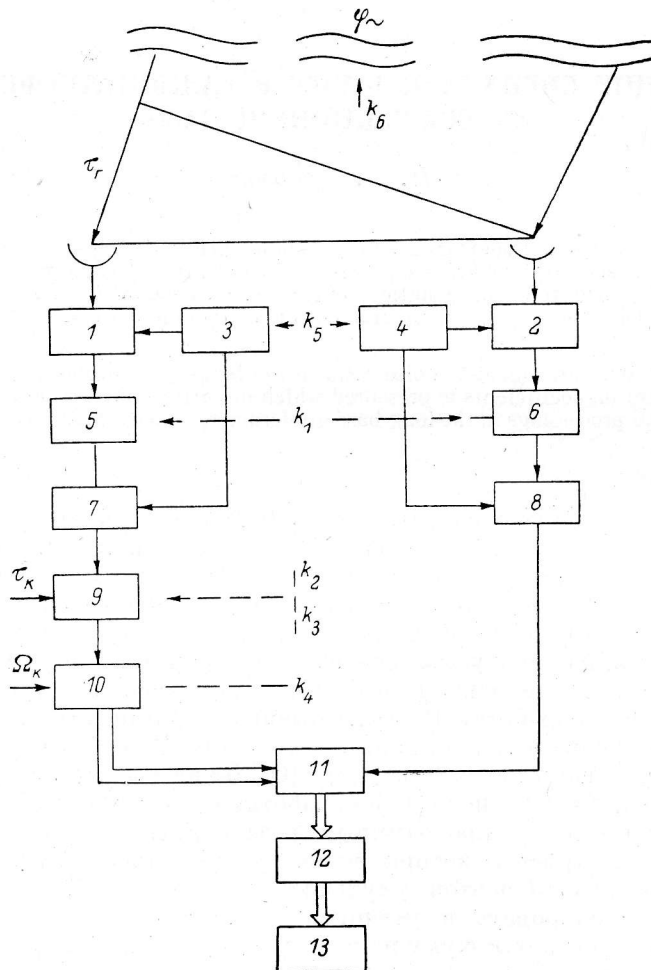


Рис. 1. Блок-схема РСДБ.

1, 2 — преобразователи частоты; 3, 4 — высокостабильные стандарты частоты; 5, 6 — клипировующие устройства; 7, 8 — временные квантователи; 9 — компенсатор задержки; 10 — компенсатор частоты интерференции; 11 — коррелятор; 12 — анализатор спектра; 13 — блок некогерентного накопления.

ный коэффициент корреляции. Такая процедура дает дисперсию оценки коэффициента корреляции $\hat{\rho}_{xy}$ [5]:

$$D\hat{\rho}_{xy} = \frac{\pi^2 (1 - \rho^2)}{4N} \left[1 - \left(\frac{2}{\pi} \arcsin \rho \right)^2 \right], \quad (3)$$

где ρ — коэффициент корреляции сигналов x и y ; N — количество независимых выборок. При малом ρ

$$D\hat{\rho}_{xy} \approx \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \frac{1}{N}, \quad (4)$$

т. е. точность измерения в $\pi/2$ раз хуже, чем при корреляции без клипирования. Однако формула (4) справедлива для независимых выборок. Поскольку

клипированный сигнал имеет, строго говоря, бесконечную ширину полосы даже при ограниченной полосе исходного сигнала, то необходимо учесть частоту временного квантования. В работе [6] подробно обсуждается этот вопрос для различных спектров сигналов x и y до клипирования. Согласно [6], потери при конечной частоте квантования $f_s = 1/\Delta t_s$ определяются следующей формулой:

$$k_1 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} [\arcsin \rho(\tau)]^2 d\tau}{\frac{\Delta t_s}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\arcsin \rho(k\Delta t_s)]^2} \quad (5)$$

На рис. 2 изображен график зависимости k_1 от отношения $f_s/\Delta f$ для прямоугольной формы спектра исходного шумового сигнала (Δf — граничная частота).

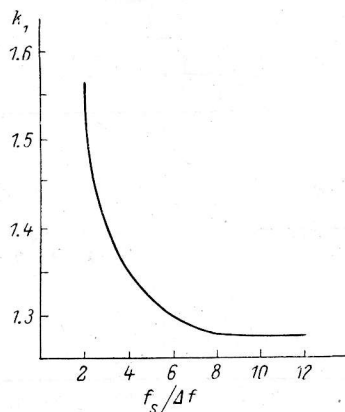


Рис. 2. Зависимость коэффициента k_1 от отношения частоты временного квантования к ширине спектра шумового сигнала (форма спектра прямоугольная).

стота). При $f_s/\Delta f = 2$, $k_1 = \pi/2$: при удвоении частоты квантования потери уменьшаются, $k_1 = 1.35$ и в пределе достигают величины 1.25.

4. k_2 и k_3 определяются процедурой «сопровождения по задержке». Выходной сигнал РСДБ в упрощенном виде можно записать в следующем виде:

$$I = \frac{\sin \pi \Delta f \Delta \tau}{\pi \Delta f \Delta \tau} \cos (2\pi f_n \tau_r - \pi \Delta f \Delta \tau), \quad (6)$$

где Δf — ширина полосы сигнала (прямоугольная форма спектра), $\Delta \tau = \tau_r - \tau_k$ — погрешность компенсации геометрической задержки τ_r с помощью искусственно вводимой в процессе обработки задержки τ_k ; f_n — частота гетеродина. В идеальном случае постоянного равенства $\tau_r = \tau_k$ в течение всего времени осреднения выходной сигнал коррелятора представлял бы собой синусоидальное колебание. Однако при конечном интервале временного квантования $\Delta t_s = 1/2\Delta f$ отслеживание геометрической задержки возможно только такими же дискретами. Ступенчатый характер компенсирующей задержки $\tau_k(t)$ приводит к двойному эффекту: амплитудной модуляции множителем $M = \sin(\pi \Delta f \Delta \tau) / (\pi \Delta f \Delta \tau)$ (рис. 3, а) и фазовой модуляции из-за периодической фазовой ошибки $\Delta \varphi = \pi \Delta f \Delta \tau$ (рис. 3, б). Поскольку начальное значение τ_r неизвестно, поиск корреляции ведется сразу при нескольких сдвигах, в зависимости от ожидаемого начального рассогласования между τ_r и τ_k . M и $\Delta \varphi$ могут меняться в наилучшем («симметричном случае») так, как показано на рис. 3, а, в наихудшем случае — так, как на рис. 3, б. При обработке сигнала после коррелятора производится спектральный анализ и на частоте $\Omega = 2\pi f_n d\tau_r/dt$ имеется спектральная деталь. Амплитудная и фазовая скачкообразная модуляция, изображенная на рис. 3, размывает эту спектральную деталь, ослабляя амплитуду «линии» на частоте Ω . Для учета этого ослабления за счет амплитудной модуляции воспользуемся приближением функции $\sin x/x \approx 1 - x^2/6$, $x = \pi \Delta f \Delta \tau$, и оценку потерь будем делать по формуле

$$k_2 = \frac{1}{\frac{1}{\Delta\tau} \int_0^{\Delta\tau} \frac{\sin x}{x} dx} \approx \frac{1}{1 - \left(\frac{\pi\Delta f\Delta\tau}{18}\right)^2} \quad (7)$$

При интервале временного квантования $\Delta t_s = 1/2\Delta f$ и симметричном расположении τ_k относительно τ_r (рис. 3, а), $k_2 = 1.04$. При смещении τ_k относительно τ_r (рис. 3, б), $k_2 = 1.16$. В среднем $k_2 = 1.1$. При удвоении частоты квантования средний $k_2 = 1.03$.

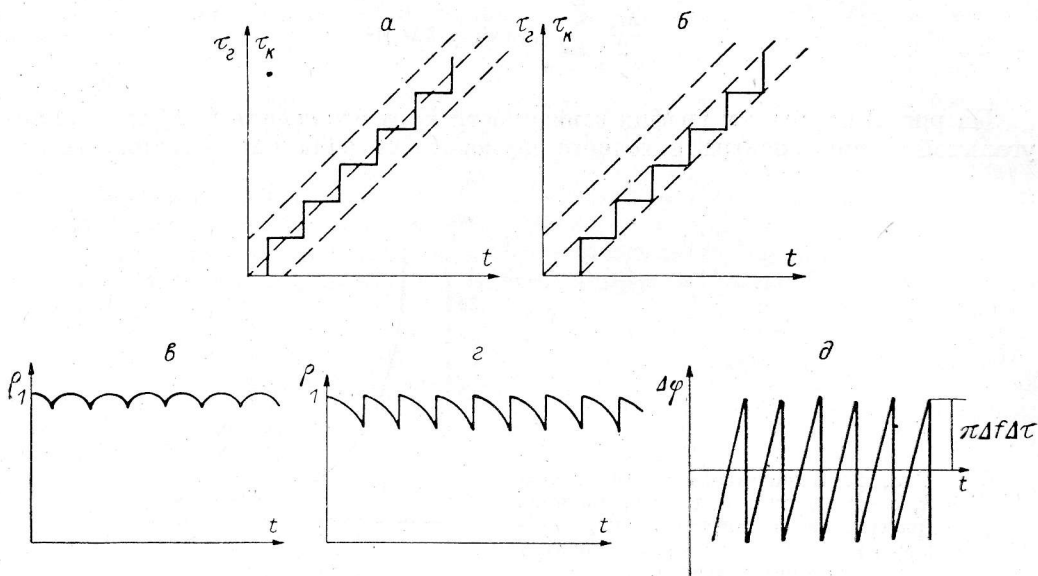


Рис. 3. Процесс ступенчатой компенсации геометрической задержки.

а — случай симметричного расположения τ_k относительно τ_r ; б — несимметричное расположение τ_k относительно τ_r ; в, г — изменения максимального коэффициента корреляции на выходе коррелятора при компенсации задержки, соответствующей случаям а и б; г — скачки фазы интерференционного сигнала при ступенчатой компенсации задержки τ_r с помощью τ_k .

Фазовые скачки в интерференционном сигнале определяют коэффициент

$$k_4 = \frac{\Delta\varphi}{2 \sin \frac{\Delta\varphi}{2}}, \quad (8)$$

где $\Delta\varphi = \pi\Delta f\Delta\tau$ — амплитуда фазовых скачков (рис. 3, г); Δf — ширина полосы видеосигнала; $\Delta\tau = \tau_r - \tau_k$. При $\Delta\tau = 1/4\Delta f$ («наилучший случай», рис. 3, а) $k_3 = 1.03$, при $\Delta\tau = 1/2\Delta f$ («наихудший случай», рис. 3, б) $k_3 = 1.11$. В среднем $k_3 = 1.06$. При удвоении частоты квантования средний $k_3 = 1.04$.

5. Коэффициент k_4 связан с так называемым «сопровождением по частоте», которое в РСДБ применяют для снижения частоты интерференции Ω сигнала с целью уменьшения вторичного массива при корреляционной обработке. Для этого делается цифровое гетеродинирование (программным или аппаратным способом) одного из сигналов РСДБ перед корреляцией. Используют приближение синусоидального сигнала гетеродина в виде меандра с периодом $T_k = 2\pi/\Omega_k$ (рис. 4, а) или более близкое к синусоидальному колебание с пропусками (рис. 4, б). Аппаратная реализация операции гетеродинирования однобитового сигнала осуществляется на схемах «ИСКЛЮЧЕННОЕ ИЛИ». Потери при этом способе гетеродинирования определяются коэффициентом k_4 (по сравнению с синусоидальным сигналом гетеродина):

$$k_4 = \frac{\pi a}{2\sqrt{2} \sin \frac{a\pi}{2}}, \quad (9)$$

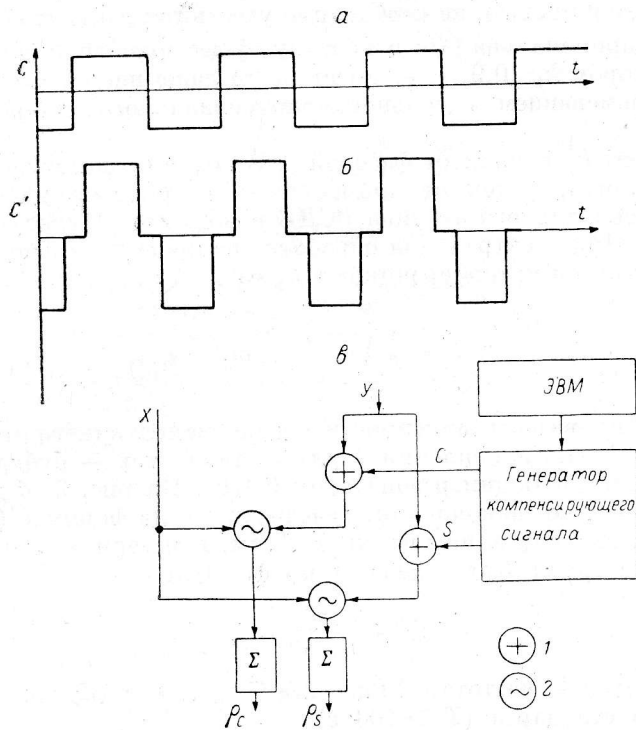


Рис. 4. Цифровое гетеродинирование.

a — форма косинусного сигнала гетеродина типа «меандр»; *б* — то же, форма типа «меандр» с пропусками, *в* — алгоритм аппаратной реализации цифрового гетеродинирования и коррелятора; 1 — операция «ИСКЛЮЧЕННОЕ ИЛИ»; 2 — операция «ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ».

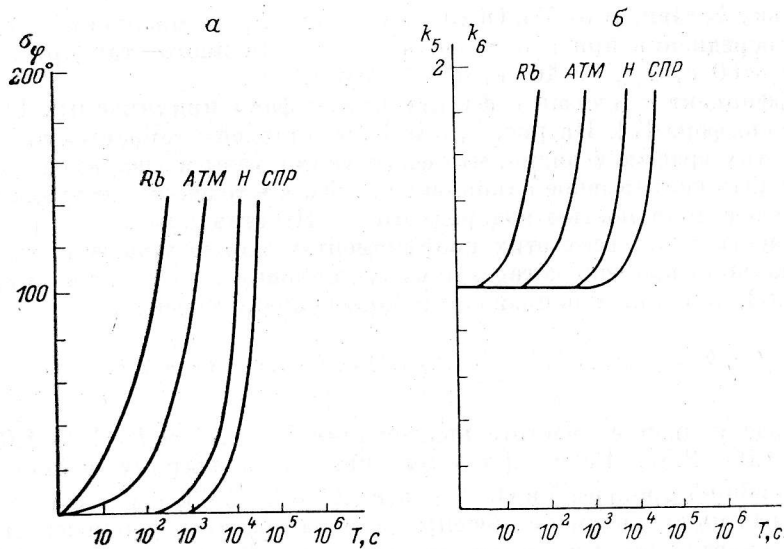


Рис. 5. Влияние фазовых ошибок, обусловленных стандартами и атмосферой, на отношение сигнала к шуму в РСДБ.

a — среднеквадратичное отклонение случайной фазы в зависимости от интервала наблюдения; *б* — зависимость коэффициентов k_5 и k_6 от времени накопления.

где $1 - \alpha$ — доля пропусков в сигнале гетеродина (рис. 4, б); в течение $(1 - \alpha)T_k$ корреляция не производится. При $\alpha = 1$, $k_4 = 1.04$ (случай меандра), при $\alpha < 1$, k_4 становится меньше, но необходимо учесть тот факт, что эффективность осреднения пропорциональна $\sqrt{\alpha}$ и поэтому существует оптимальное значение $\alpha = 0.75$, при котором $k_4 = 0.9$, т. е. имеет место даже некоторое улучшение по сравнению с применением идеального синусоидального гетеродинирующего сигнала.

6. Коэффициент k_5 зависит от фазовой стабильности независимых гетеродинов РСДБ, т. е. в основном от применяемых опорных стандартов частоты. В аргумент синусоидального отклика РСДБ в формуле (6) следует ввести случайную фазу φ_{\sim} . При спектральной обработке наличие φ_{\sim} приведет к ослаблению амплитуды «линии интерференции» в k_5 раз:

$$k_5 = \frac{1}{T} \int_0^T e^{-\sigma_{\varphi_{\sim}}^2(t)} dt. \quad (10)$$

На рис. 5, а приведены зависимости среднеквадратичного отклонения $\sigma_{\varphi_{\sim}}$ (в градусах) от времени накопления T для 3 стандартов — рубидиевого, водородного и с сверхпроводящим резонатором (СПР). На рис. 5, б даны графики k_5 как функции времени накопления, рассчитанные по формуле (10) и с помощью кривых рис. 5, а для длины волны $\lambda = 5$ см. Примерные оценки для рубидиевого стандарта могут быть сделаны по формуле

$$k_5^{\text{Rb}} = \frac{aT}{1 - e^{-aT}}, \quad (11)$$

где $a = 6.3 \cdot 10^{-4} f$; f — частота, ГГц, для $T \leq 100$ с (время накопления). Для водородного стандарта ($T > 100$ с)

$$k_5^{\text{H}} = \frac{T}{63 + \frac{2 \cdot 10^4}{f} [\Phi(1.4\pi \cdot 10^{-5} f T) - \Phi(1.4\pi \cdot 10^{-5} f \cdot 63)]}, \quad (12)$$

где $\Phi(x)$ — функция ошибок.

Поскольку k_5 зависит от T и ОСШ растет как \sqrt{T} , то можно найти оптимальное время осреднения при использовании того или иного стандарта. Для $\lambda = 5$ см $T_{\text{опт}}^{\text{Rb}} = 60$ с, $T_{\text{опт}}^{\text{H}} = 5 \cdot 10^3$ с, $T_{\text{опт}}^{\text{СПР}} = 10^4$ с.

7. Коэффициент k_6 связан с флуктуациями фазы принимаемых РСДБ сигналов в тропосфере [7]. На рис. 5, а и б представлены зависимости $\sigma_{\text{атм}}(T)$ и $k_6(T)$. Из этих графиков видно, что флуктуации фазы в тропосфере не позволяют проводить непрерывное накопление сигнала в течение интервала времени, допускаемого стабильностью водородного и СПР-стандартов.

8. Важность учета всех коэффициентов можно показать на примере. При оптимальном времени когерентного накопления с рубидиевым стандартом 60 с $k_5 = 1.83$, и полный поправочный коэффициент равен

$$k = k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_6 = \frac{\pi}{2} \cdot 1.1 \cdot 1.06 \cdot 0.9 \cdot 1.8 \cdot 1.08 = 3.26.$$

При переходе к двойной частоте квантования $k_1 = 1.35$ и $k = 1.35 \cdot 1.03 \cdot 1.04 \times 0.9 \cdot 1.83 \cdot 1.08 = 2.57$. Если при этом уменьшить ширину полосы приема в 2 раза, то общий проигрыш в ОСШ равен $2.57\sqrt{2} = 3.63$, т. е. имеется ухудшение в 1.11 раз по сравнению с общепринятым в практике наблюдений с РСДБ временным квантованием в соответствии с теоремой отсчетов ($k = 3.26$).

9. Для дальнейшего повышения ОСШ в РСДБ применяется некогерентное накопление (после спектрального анализа). Результирующее ОСШ дается следующей формулой:

$$Q_{\text{РСДБ}}, \text{ в } \frac{Q_{\text{РСДБ}}^2}{2 \sqrt{\frac{\Delta F_2}{\Delta F_1}} \sqrt{\frac{1}{2} + Q_{\text{РСДБ}}^2}}, \quad (13)$$

где ΔF_1 и ΔF_2 — полосы пропускания низкочастотных фильтров, соответствующих усреднению до спектрального анализатора (в корреляторе) и после него; $Q_{\text{рсдб}}$ — отношение сигнала к шуму на выходе коррелятора (с учетом всех коэффициентов k_1-k_6), вычисленное по формулам (1) и (2).

Литература

1. К о г а н Л. Р. Зависимость чувствительности радиointерферометра от частоты опроса. — Радиотехника и электроника, 1974, 16, № 12, с. 2306.
2. К о г а н Л. Р. Оптимальное время накопления в радиointерферометрах со сверхдлинной базой. — Изв. вузов. Радиофизика, 1973, 16, № 5, с. 707.
3. С o h e n М. Н. et al. Observations with a VLB array. I. Introduction and procedures. — Astroph. J., 1975, 201, p. 249.
4. М о р а н. Анализ линий радиоспектра дискретных источников излучения по данным интерферометра со сверхдлинной базой. — ТИИЭР, 1973, 61, № 9, с. 86.
5. Г р и б а н о в Ю. И., В е с е л о в а Г. П., А н д р е е в В. Н. Автоматические цифровые корреляторы. М.: Энергия, 1974.
6. Е к г е Н. Polarity coincidence correlation detection of a weak noise source. — Trans. IRE, 1963, IT-9, N 1, p. 18.
7. С т о ц к и й А. А. О флуктуационных характеристиках тропосферы Земли. — Изв. вузов. Радиофизика, 1973, 16, № 5, с. 806.

Поступила в редакцию 24.08.81