

АНАЛИЗ ОСНОВ МЕТОДА ГАРТМАНА

Л. И. Снежко

Проведен анализ дифракционной структуры изображения на гартманограммах. Показано, что методом Гартмана восстанавливается та составляющая Φ' искомой функции aberrаций Φ , которая в любой точке зрачка представляется рядом вида $\varphi_i = A + C\rho \cos V + D\rho \sin V$ в окрестности $\rho \leq l/2$. Составляющая $\Phi - \Phi'$ деформирует изображения на гартманограммах и тем снижает точность результатов метода Гартмана.

The analysis of the diffraction pattern of the images on the hartmannograms has been carried out. It is shown that by the Hartmann test such a part Φ' of the investigated wave aberration function Φ is restored which is represented by the series $\varphi_i = A + C\rho \cos V + D\rho \sin V$ in neighbourhood $\rho \leq l/2$ at any point of the pupil. The part $\Phi - \Phi'$ distorts the images on the hartmannograms and so lowers the accuracy of the Hartmann test results.

Предложенный Гартманом [1] и разработанный Леманом [2] и Гартманом [3] метод исследования качества оптической системы нашел широкое применение в астрономической практике [4, 5]. В его первоначальной ограниченной формулировке, когда находятся только точечная диаграмма и зональная составляющая функции aberrаций волнового фронта, метод Гартмана применяется вплоть до настоящего времени [6—8]. Создание крупных телескопов предъявило повышенные требования к методам контроля, в результате чего Мейелом и Василевским была создана методика [9], реализовавшая содержащуюся в методе Гартмана возможность полного восстановления исследуемого волнового фронта. Метод Мейела—Василевска нашел широкое применение не только для контроля качества оптики, но и для количественной юстировки систем типа Ричи—Кретьена. Следующий шаг в развитии метода Гартмана был сделан в разработках ЛЮМО—ЛИТМО [10, 11], в которых распределение энергии в изображении точки находится с учетом волновых явлений.

В основу всех современных реализаций метода Гартмана положена его классическая формулировка [4, 5, 9], априорно сводящая физическую картину эксперимента к исследованию геометрии лучей. Главным недостатком такого подхода является невозможность сформулировать требования на диафрагму и установку пластинок, оценить разрешающую способность метода и точность получаемых результатов. Вопрос о точностных характеристиках метода контроля является принципиальным как при изготовлении оптики, так и при исследовании оптических систем телескопа в башне. В то же время классическая формулировка метода Гартмана позволяет только формально связать «ошибки измерения» координат изображений с разрешающей способностью метода [9], при этом не вскрывается содержание самого понятия «ошибки измерения». Наша практика применения метода Гартмана показала, что формальное определение разрешающей способности совершенно недостаточно при исследовании деформаций поверхности зеркала на телескопе и не согласуется с реальной точностью метода Гартмана при исследовании асферических волновых фронтов в цеховых условиях [12—14].

Очевидно, что основным недостатком классической формулировки метода Гартмана является априорное отождествление прямых, проведен-

ных через центры изображений на гартманограммах, с нормальными к исследуемой волновой поверхности. В методе Мейела—Василевскиса предполагается, что фотометрический центр изображения на гартманограмме есть изображение центра отверстия диафрагмы. Однако если в волновом фронте, выделенном отверстием диафрагмы, присутствует кома, то на гартманограмме возникает дифракционное асимметричное изображение центра отверстия. В результате нарушается основное положение метода, возникает неопределенность в нахождении положения центра изображения и резко возрастают как случайные, так и систематические ошибки измерения. Приведенный пример не только иллюстрирует недостаточность классической формулировки метода Гартмана, но и показы-

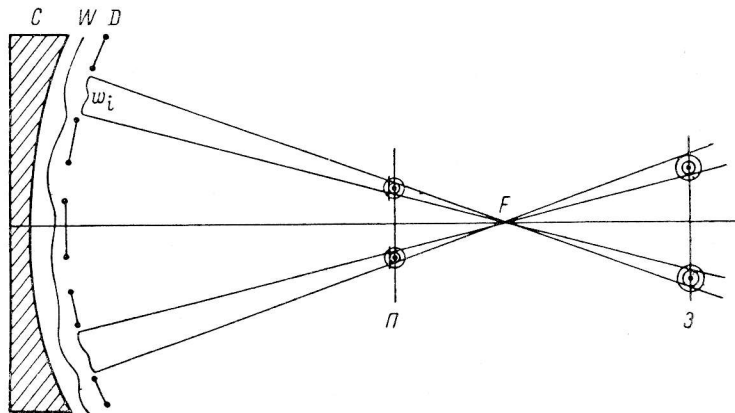


Схема эксперимента метода Гартмана.

W — исследуемый волновой фронт с функцией аббераций Φ ; D — диафрагма Гартмана; w_i — выделенный отверстием диафрагмы волновой фронт с функцией аббераций φ_i , формирующий изображения на предфокальном (П) и зафокальном (З) снимках.

вает путь ее преодоления — анализ дифракционной структуры изображений на гартманограммах с целью выявления ограничений метода, его точностных характеристик и оптимальных условий постановки эксперимента. Успех этого подхода продемонстрирован в известной работе М. Романовой [15], где из анализа дифракционной структуры изображений получены оценки оптимальных параметров диафрагмы и установки пластинок относительно фокуса.

1. Анализ дифракционной структуры изображений отверстий диафрагмы Гартмана. На рисунке представлена схема эксперимента метода Гартмана при исследовании волнового фронта, формируемого оптической системой C от точечного источника света. Исследуемый волновой фронт W с помощью диафрагмы D , называемой диафрагмой Гартмана, делится на участки w_i , создающие дифракционные изображения на гартманограммах, располагаемых в предфокальной и (или) зафокальной позициях относительно фокуса исследуемого волнового фронта. Пусть абберации исследуемого волнового фронта описываются функцией волновых аббераций $\Phi(x, y)$, где x, y — прямоугольные координаты на выходном зрачке исследуемой системы. Тогда каждый участок волнового фронта, выделенный отверстием диафрагмы с центром в точке (x_i, y_i) , описывается функцией волновых аббераций $\varphi_i(x-x_i, y-y_i)$, приводящей к сдвигу и деформации соответствующего изображения на гартманограмме. Задача эксперимента состоит в том, чтобы связать измерения относительных положений изображений на гартманограммах с функцией аббераций Φ исследуемого волнового фронта.

В дальнейшем мы используем на выходном зрачке систему координат с началом в центре зрачка

$$x = RP \cos \theta; \quad y = R/P \sin \theta, \quad (1)$$

где R — радиус выходного зрачка. В i -м отверстии диафрагмы используется система

$$x - x_i = a\rho \cos V; \quad y - y_i = a\rho \sin V, \quad (2)$$

где a — радиус отверстия диафрагмы. При обсуждении изображений ось z системы совпадает с параксиальным лучом соответствующего пучка, начало отсчета $z=0$ помещается в параксиальный фокус.

Рассмотрим отдельные случаи исследуемых волновых фронтов.

1.1. Пусть все $\varphi_i=0$, т. е. исследуемый волновой фронт является сферическим и $\Phi=0$. В этом случае распределение энергии во внефокальном изображении отверстия диафрагмы описывается известным решением Ломмеля, и в любой плоскости $Z=\text{const}$ симметрично относительно параксиального луча [15, 16]. Тем самым прямая, проведенная через центры изображений на пред- и зафокальном снимках, совпадает с нормалью к волновому фронту в центре отверстия диафрагмы, и мы получаем предложенный еще М. В. Ломоносовым [22] метод определения положения фокуса. Анализ дифракционной картины изображений для сферического волнового фронта позволил М. Романовой [15] получить оптимальные значения радиусов отверстий a , расстояний между отверстиями диафрагмы l и расстояний пластинок от фокуса T . Потребовав, чтобы в центре изображений был максимум интенсивности и чтобы изображения перекрывались не более чем 4-м дифракционным максимумом, М. Романова получила следующие ограничения на параметры эксперимента:

$$a \geq 0.001f; \quad l \geq 0.005f; \quad T = \pm \frac{15\lambda}{2\pi} 10^3 \frac{f}{l}, \quad (3)$$

где f — фокусное расстояние исследуемого волнового фронта.

Таким образом, анализ дифракционной картины изображений позволил получить оптимальные значения основных параметров эксперимента из физически ясного требования обеспечить наилучшую точность измерения положений изображений на гартманограммах. Практика показывает, что нарушение условий (3), особенно при попытках разместить максимальное количество отверстий на диафрагме, приводит к снижению качества гартманограмм и тем самым к снижению точности всех результатов метода Гартмана. В работе [20] условия (3) дополнены требованием сохранения жесткости диафрагмы, что накладывает верхнее ограничение на размеры отверстий.

Здесь отметим, что если для некоторых отверстий $\varphi_i = \text{const} \neq 0$, то геометрия лучей не изменится. Таким образом, методом Гартмана нельзя исследовать составные волновые фронты, отдельные участки которых имеют общий центр, но разные радиусы кривизны.

1.2. Рассмотрим случай, когда

$$\varphi_i(\rho, V) = A + C\rho \cos^2 V + D\rho \sin^2 V. \quad (4)$$

Согласно теореме смещения, функция aberrаций такого вида не изменяет распределения энергии в изображении, а только смещает его как целое в плоскости гартманограммы [16, 17]. В этом случае сохраняется точность измерения положений изображений, и прямая, проходящая через центры изображений, совпадает с нормалью к исследуемому волновому фронту в центре отверстия. Из (4) получаем, что $\Delta x_i = Cf/a$ и $\Delta y_i = Df/a$ есть поперечные aberrации луча в фокальной плоскости. В результате эксперимента мы находим систему угловых aberrаций

$$(\partial\Phi/\partial x)_i = \Delta x_i/f \quad \text{и} \quad (\partial\Phi/\partial y)_i = \Delta y_i/f,$$

интегрированием которой восстанавливаем функцию aberrаций Φ исследуемого волнового фронта. В данном случае вместо одного из внефокальных снимков можно использовать саму диафрагму Гартмана, как это реализовано в методике Мейела—Василевскиса [9].

В целом, рассмотрение функции aberrаций φ_i вида (4) приводит к формулировке следующего утверждения: классическая формулировка метода Гартмана с априорным переходом к геометрии лучей соответствует функции aberrаций Φ исследуемого волнового фронта, которая в любой точке (x_i, y_i) зрачка может быть представлена рядом (4) в окрестности $[(x-x_i)^2+(y-y_i)^2]^{1/2} \leq a$. При этом наивысшая точность метода Гартмана достигается, если параметры диафрагмы и установки пластинок удовлетворяют условиям Романовой (3).

1.3. В общем случае функции aberrаций φ_i имеют произвольный вид, определяемый уровнем ошибок изготовления и юстировки исследуемой оптической системы. Рассмотрим влияние на форму изображений отверстий членов вида $A_{nm} \rho^n \cos mV$ в функции aberrаций $\varphi_i(\rho, V)$. В настоящее время расчеты дифракционных изображений для этого случая достаточно полны [16, 17]. Для обсуждения мы воспользовались общими характеристиками распределения энергии вблизи дифракционного фокуса, полученными в рамках аналитического метода Нижбера—Цернике для амплитуд aberrаций $|A_{nm}| \sim \lambda$ [16]. Необходимые для обсуждения характеристики изображения можно суммировать следующим образом [16]:

а) ось z является осью симметрии m -го порядка; плоскости, включающие ось z и составляющие с плоскостью $X=0$ углы $\pi\mu/m$ ($\mu=1, 2, \dots, m$), являются плоскостями симметрии;

б) если m — нечетное число, то распределение интенсивности симметрично относительно плоскости $Z=0$;

в) если m — четное, но отличное от нуля число, то интенсивность в любой точке плоскости $Z=\text{const}$ равна интенсивности в точке, получающейся при зеркальном отражении исходной точки относительно плоскости $Z=0$ с последующим поворотом на угол π/m вокруг оси z ;

г) при $m=0$ распределение энергии обладает круговой симметрией в плоскости $Z=\text{const}$, но несимметрично относительно плоскости $Z=0$.

Рассмотрим, исходя из этих общих свойств, деформацию изображений aberrациями Зайделя, для которых $n+m=4$. Сферическая aberrация ($n=4, m=0$) сохраняет круговую симметрию изображений, приводит к перекачке энергии из центрального в побочные максимумы, но не сдвигает центр изображения с параксиального луча. Астигматизм ($n=2, m=2$) приводит к нарушению круговой симметрии распределения интенсивности, изображения приобретают вид эллипсов, большие оси которых на пред- и зафокальных снимках взаимно перпендикулярны. Распределение интенсивности в изображении симметрично только относительно малой и большой осей эллипса, но центр изображения не сдвигается с параксиального луча. Кома ($n=3, m=1$) полностью нарушает круговую симметрию изображения, остается только одна плоскость симметрии, включающая ось z . Фотометрический центр изображения при наличии комы не лежит на параксиальном луче и не совпадает с геометрическим центром изображения. Допуски на амплитуды aberrаций Зайделя, следующие из условия Марешаля, имеют следующие значения [16, 17]:

$$|A_{40}| \leq 1\lambda; \quad |A_{22}| \leq 0.25\lambda; \quad |A_{31}| \leq 0.6\lambda. \quad (5)$$

При выполнении этих допусков интенсивность в центре изображения снижается не более чем на 20% и изображение практически не отличается от идеального.

Анализ изображений показывает, что появление в функции aberrаций φ_i членов вида $A_{nm} \rho^n \cos mV$ приводит к нарушению круговой симметрии изображений на гартманограммах. Из астрометрической практики известно [18, 19], что при этом резко падает точность позиционных измере-

ний и появляются систематические ошибки, зависящие как от распределения интенсивности внутри изображения, так и от ориентации измеряемого изображения относительно соседних. Сферическая аберрация и астигматизм не сдвигают фотометрический центр изображения с параксиального луча и поэтому не искажают угловые аберрации, определяемые составляющими φ_i вида (4). Тем самым сферическая аберрация и астигматизм в φ_i исключаются при измерении положения центра изображения и только снижают точность позиционных измерений. Коматическая составляющая в φ_i не только снижает точность измерений, но и приводит к неопределенности в определении центра изображения, так как в этом случае геометрические и фотометрические центры не совпадают. При этом фотометрический центр изображения сдвигается с параксиального луча, так что кома в функции аберраций φ_i не исключается при измерении положения центра изображения и искажает распределение угловых аберраций, определяемое составляющими φ_i вида (4).

При взаимодействии комы и астигматизма в φ_i появляется еще один источник систематических ошибок. При наличии этих двух аберраций с четным m (астигматизм) и нечетным m (кома) в общем случае фотометрические центры изображений на пред- и зафокальном снимках уже не лежат в одной плоскости, включающей ось z . Тем самым прямые, соединяющие центр отверстия с центрами его изображений на пред- и зафокальном снимках, не совпадают, так что в этом случае нельзя использовать диафрагму Гартмана вместо одного из внефокальных снимков. При наличии случайных и систематических ошибок в координатах центров изображений, вызываемых указанными источниками ошибок, отчетливо выявляются достоинства метода совместной обработки двух гартманогамм, в котором не только уменьшается влияние ошибок эксперимента, но и содержится возможность получить оценку точности результатов метода Гартмана [12—14].

В целом этот раздел показывает, что появление в функции аберраций φ_i членов вида $A_{nm} \rho^n \cos mV$ приводит к снижению точности и появлению систематических ошибок при измерении положения центров изображений на гартманогаммах. Размеры изображений обычно составляют ~ 0.5 мм, и если для круглых изображений ошибка измерения составляет 2—5 мкм, то для искаженных изображений она может возрасти до десятков микрометров, что существенно снижает достоверность результатов метода Гартмана. Аберрации типа сферической и астигматизма в φ_i не изменяют угловые аберрации, определяемые составляющими φ_i вида (4). Можно ожидать, что применение метода совместной обработки двух гартманогамм существенно снижает и влияние коматической составляющей в φ_i .

Отсюда приходим к следующему утверждению, определяющему сглаживающее влияние метода и внутренний источник ошибок при исследовании волнового фронта методом Гартмана. Методом Гартмана восстанавливается та составляющая Φ' искомой функции аберрации Φ , которая в любой точке (x_i, y_i) зрчка представляется рядом (4) в окрестности $[(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2]^{1/2} \leq l/2$; составляющая $\Phi - \Phi'$ функции аберраций исследуемого волнового фронта деформирует изображения на гартманогаммах и снижает точность результатов метода Гартмана. Это утверждение позволяет указать практический прием оценки применимости метода Гартмана. Если при повороте диафрагмы находимая функция аберраций Φ' не изменяется, то метод Гартмана полностью восстанавливает исследуемый волновой фронт. Повысить разрешающую способность метода Гартмана поворотом диафрагмы, как это предлагалось ранее, на наш взгляд, представляется возможным, только если параметры диафрагмы значительно превышают оптимальные, определяемые знаком равенства в условиях (3).

2. Анализ ограничений на исследуемый волновой фронт. Рассмотрим ограничения на исследуемый волновой фронт, при которых методом Гарт-

мана восстанавливается функция волновых aberrаций Φ' , близкая к действительной. Ограничения, связанные с дискретностью опроса исследуемого волнового фронта, прямо следуют из известной теоремы В. А. Котельникова [17, 40]. Согласно этой теореме, функция $f(x)$ с ограниченным Фурье-спектром полностью определяется своими дискретными значениями в точках, расположенных на расстояниях $(1/2)\nu_0$, где ν_0 — максимальная частота в спектре $f(x)$. Вводя пространственные частоты на входном зрачке, получаем, что при расстоянии между отверстиями диафрагмы l в Фурье-спектре исследуемой функции угловых aberrаций методом Гартмана восстанавливаются составляющие с частотой, меньшей $(1/2)l$. Более высокочастотные составляющие при этом обрезаются, так что диафрагма является фильтром пространственных частот. Обсуждению этого очевидного ограничения метода Гартмана посвящена работа [20], где сформулировано требование, что функция угловых aberrаций исследуемой поверхности может изменять знак в промежутке между отверстиями диафрагмы не более чем один раз.

Для оценки показанного в предыдущем разделе сглаживающего влияния отверстий диафрагмы запишем функцию aberrаций исследуемого волнового фронта в общем виде:

$$\Phi = A_m(P, \theta) + A_s \sin \pi k P + \sum_{n, m} A_{nm} P^n \cos m\theta. \quad (6)$$

Первый член описывает мелкомасштабные aberrации, осциллирующие в пределах отверстия диафрагмы. Второй член описывает зональные aberrации, практически всегда присутствующие на поверхности астрономических зеркал. Третий член описывает крупномасштабные ошибки изготовления, юстировки и остаточные расчетные aberrации исследуемой оптической системы. Рассмотрим отдельно ограничения на каждую выделенную таким образом составляющую в функции aberrаций Φ .

Мелкомасштабная составляющая A_m в (6) методом Гартмана не определяется. Однако она полностью входит в функции aberrаций φ_i и деформирует изображения отверстий, тем самым снижая точность определения крупномасштабных составляющих Φ . Поэтому потребуем, чтобы мелкомасштабная составляющая усреднялась по отверстию диафрагмы, для чего она должна выполнять дифракционный критерий Марешаля [16, 17]

$$(\overline{A_m^2})^{1/2} \leq \lambda/15, \quad (7)$$

где черта означает усреднение по отверстию диафрагмы. Из условий Романовой (3) находим, что при выборе оптимальных параметров диафрагмы $a/R = 0.002 f/(2R)$. Для обычного при исследовании астрономических зеркал относительного отверстия $2R/f = 1/4$ получаем $a/R = 0.008 \ll 1$, поэтому условие (7) практически совпадает с требованием полированности исследуемой оптической поверхности [17].

Для оценки зональных aberrаций находим вид функций φ_i , разлагая второй член в (6) в ряд Тейлора в i -й точке и пренебрегая тангенциальными производными в пределах отверстия диафрагмы:

$$\begin{aligned} \varphi_i(\rho, V) = & (A_s \sin \pi k P_i) + (A_s \pi k \cos \pi k P_i) \frac{a}{R} \rho \sin V + \\ & + \left(\frac{1}{4} A_s \pi^2 k^2 \sin \pi k P_i \right) \frac{a^2}{R^2} (\cos 2V - 1) + \dots \end{aligned} \quad (8)$$

Потребовав, чтобы амплитуда астигматического члена в (8) была меньше дифракционного допуска $\sim \lambda/4$, приведенного в (5), получаем

$$k < \left(2\pi^2 \frac{A_s}{\lambda} \right)^{-1/2} \cdot \frac{R}{a}. \quad (9)$$

Принимая значение $a/R \approx 0.01$ для относительного отверстия $1/4$ и значение $A_s/\lambda \approx 4$, окончательно получаем из (9) оценку $k < 11$. Здесь k означает число точек перегиба в зональной составляющей, поэтому (9) показывает, что метод Гартмана не накладывает сильных ограничений на зональную составляющую, так как при изготовлении астрономических зеркал практически никогда не возникает больше 4 зон и $k < 10$.

Для оценки третьей составляющей в (6) разложим член суммы $A_{nm} P^n \cos m\theta$ в i -й точке в ряд Тейлора, ограничиваясь членами второго порядка. В результате найдем вид функций

$$\psi_i(\rho, V) = A + C\rho \cos V + D\rho \sin V + B\rho^2 + E\rho^2 \cos 2V + E'\rho^2 \sin 2V,$$

где

$$B = \frac{a^2}{4R^2} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} \right) \quad \text{и} \quad E = \frac{a^2}{4R^2} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} \right). \quad (10)$$

Первые три члена в правой части (10) соответствуют функции вида (4). Член $B\rho^2$ есть дефокусировка, не искажающая круговой симметрии изображения и не сдвигающая его с параксиального луча. Для полного восстановления волнового фронта необходимо, чтобы астигматические члены вида $E\rho^2 \cos 2V$ были меньше дифракционного допуска, что обеспечит и малость члена $B\rho^2$. Выразив производные через полярные координаты на зрачке, находим амплитуду астигматизма при $2\theta = 0$:

$$E_{\max} = \frac{A_{nm}}{4} P_i^{n-2} \cos m\theta_i [(n^2 - 2n) + m^2] \frac{a^2}{R^2}. \quad (11)$$

Если потребовать, чтобы максимальная амплитуда астигматизма была меньше λ/k , то из (11) находим оценку допустимых значений n и m :

$$(n^2 - 2n) \approx n^2 < \frac{2\lambda R^2}{k A_{nm} a^2}; \quad m^2 < \frac{2\lambda R^2}{k A_{nm} a^2}.$$

Примем из (3) значение $a/R = 0.008$ для относительного отверстия $2R/f = 1/4$ (первичный фокус телескопов) и значение $a/R = 0.016$ для $2R/f = 1/8$ (фокус Кассегрена или исследование зеркал в цехе из центра кривизны). Тогда окончательно находим:

$$\begin{aligned} (n, m) &< 125 \left(\frac{A_{nm}}{\lambda} \cdot \frac{k}{2} \right)^{-1/2} \quad \text{для } 2R/f = 1/8; \\ (n, m) &< 250 \left(\frac{A_{nm}}{\lambda} \cdot \frac{k}{2} \right)^{-1/2} \quad \text{для } 2R/f = 1/4. \end{aligned} \quad (12)$$

Предположим, что в худшем случае все члены суммы $\sum_{n, m} A_{nm} P^n \cos m\theta$ дают одинаковый вклад в астигматическую составляющую φ_i . Полное число членов суммы составляет $\sim nm \approx n^2 \approx m^2$. В этом случае $k \approx 4n^2 = 4m^2$, так что из (12) получаем:

$$\begin{aligned} (n, m) &< 11 \left(2 \frac{\bar{A}_{nm}}{\lambda} \right)^{-1/4} \quad \text{при } 2R/f = 1/8; \\ (n, m) &< 16 \left(2 \frac{\bar{A}_{nm}}{\lambda} \right)^{-1/4} \quad \text{при } 2R/f = 1/4. \end{aligned} \quad (13)$$

Принимая значение $\bar{A}_{nm}/\lambda \approx 1$, находим из (13), что методом Гартмана восстанавливаются крупномасштабные составляющие Φ , содержащие в разложении $\sum_{n, m} A_{nm} P^n \cos m\theta$ члены со значениями $(n, m) < 10 \div 15$.

Из практики разложения функции волновых aberrаций по полиномам Цернике известно [11, 21], что при технологическом и аттестационном контроле оптики полиномы порядка $(n, m) \leq 10$ обеспечивают представление реальных волновых фронтов. Таким образом, метод Гартмана накладывает слабые ограничения и на крупномасштабную составляющую Φ , представленную третьим членом в (6).

В целом этот раздел показывает, что метод Гартмана накладывает на исследуемый волновой фронт достаточно слабые ограничения, лежащие в пределах технологических возможностей изготовления астрономической оптики. Тем самым получаем вывод, что метод Гартмана применим ко всем реальным волновым фронтам. В оценках мы принимали для амплитуд аберраций значение $|A| \approx (1 \div 4) \lambda$, что является тем уровнем, когда на практике начинают применять количественные методы оптического контроля. Самым сильным ограничением на исследуемый волновой фронт является условие (7), определяющее допустимый уровень мелкомасштабных аберраций. Однако условие (7), практически совпадающее с условием полированности исследуемой поверхности, является обязательным при изготовлении астрономических зеркал, так как именно эти мелкомасштабные аберрации создают недопустимые протяженные крылья в изображении точки [17, 23].

3. О применении метода Гартмана на телескопе и в цехе. Точностные и разрешающие характеристики метода Гартмана различны при применении его на телескопе и в цеховых условиях, что определяется резким различием формы исследуемых волновых фронтов.

3.1. При контроле качества оптики телескопа по звездам исследуются волновые фронты, близкие к сферическим, поэтому остаются в силе все приведенные выше результаты анализа метода Гартмана. Особенностью исследований оптики телескопа является проведение эксперимента в условиях турбулентной атмосферы, вносящей в исследуемый волновой фронт мгновенные возмущения, значительно превышающие собственные аберрации оптической системы телескопа. Ввиду малости диаметров отверстий диафрагмы главным эффектом здесь является дрожание изображений, характеризующее средней амплитудой дрожания β .

Например, для исследований главного зеркала БТА ($2R=6$ м, $f=24$ м) применяются диафрагмы Гартмана с $a \approx 50$ мм и $l \approx 250$ мм. При установке пластинок на расстояниях от фокуса $T \approx \pm 90$ мм диаметр 1-го минимума в изображении отверстий равен $\sim 2''$, радиус 4-го максимума $\sim 4''$, а расстояние между центрами изображений составляет $\sim 8''$.

В этом случае все выводы о точности и разрешающей способности метода Гартмана остаются в силе, если атмосферное качество изображения $\beta \leq 1''.5$. При $\beta > 2''.5$ изображения на гартманограммах начинают перекрываться, что приводит к снижению точности и воспроизводимости результатов метода Гартмана. Поскольку дрожания имеют случайный характер [24, 25], то их влияние на положение центров изображений устраняется длительной экспозицией внефокальных снимков. На практике экспозиции при получении гартманограмм выбирают в пределах 0.5—2 мин, что позволяет усреднить эффект дрожаний и одновременно избежать ошибок часового ведения и установки телескопа. Однако, как показала наша практика, при неудовлетворительном температурном режиме подкупольного пространства на гартманограммах остаются следы возмущений, вносимых потоками воздуха в подкупольном пространстве и на щели купола. Здесь особенно полезной для отбраковки искаженных гартманограмм является возможность оценки точности результатов в методе совместной обработки двух гартманограмм [12], что важно при количественных исследованиях качества юстировки системы, тепловых деформаций зеркала и работы системы разгрузки.

Метод Гартмана в настоящее время остается практически единственным количественным методом контроля оптики телескопа в наблюдательных условиях. Это объясняется, с одной стороны, устранением в методе возмущающего влияния атмосферы при длительной экспозиции внефокальных снимков и, с другой стороны, показанной выше высокой разрешающей способностью метода при исследовании сферических волновых фронтов. Все возрастающей тенденцией астрономического телескопостроения последних лет является создание короткофокусных систем типа Ричи—

Кретьена, в которых допуски на юстировку элементов оптической системы очень жесткие [5]. Отсюда следует возрастающая роль метода Гартмана как количественного метода юстировки телескопа [26, 27]. При разъюстировке возникают прежде всего aberrации низших порядков, параметры которых надежно устанавливаются методом Гартмана уже с применением классической радиальной диафрагмы, позволяющей свести до минимума объем измерительной и вычислительной работы. Наиболее полный опрос исследуемого волнового фронта обеспечивается размещением отверстий диафрагмы в узлах прямоугольной сетки, как было предложено в работах [29, 30] и хорошо зарекомендовало себя на практике [31, 32]. Этап исследования и количественной юстировки оптической системы является обязательным при эксплуатации крупных телескопов, так как выполнение этой работы не только обеспечивает полное использование проникающей силы уникальных телескопов, но и позволяет накопить данные, необходимые для развития конструкторских разработок механизмов крепления, разгрузки и юстировки оптических элементов телескопа.

3.2. Крупные астрономические зеркала при их изготовлении в цехе контролируются, как правило, с точечным источником света, помещаемым в центр кривизны параксиальной сферы. Для асферических зеркал центр кривизны не является анаберрационной точкой, поэтому в бескомпенсационных схемах исследуется волновой фронт, имеющий большую сферическую aberrацию. Например, при исследовании 6-м параболоида из центра кривизны амплитуда сферической aberrации составляет $A_{40} = 185$ мкм или $A_{40} = 430 \lambda$ для $\lambda = 0.43$ мкм. Из первого неравенства (12) для одной aberrации $A_{nm} P^n \cos m\theta$ в Φ находим условие $n < 4$, при нарушении которого изображения отверстий будут искажены астигматизмом. Для сферической aberrации $n=4$, так что уже собственная сферическая aberrация исследуемого волнового фронта приводит к деформации изображений краевых отверстий на гартманограммах. Это объясняет резкое снижение точности и воспроизводимости результатов метода Гартмана при применении его в цехе [13, 32], неоднократно отмечавшееся в литературе [27, 28, 33].

С созданием лазеров с большой длиной когерентности интерференционные методы контроля стали основными при изготовлении крупной астрономической оптики. Основные достоинства интерференционных методов состоят в высокой разрешающей способности, полном одновременном контроле всей поверхности, наглядности качественных и количественных результатов контроля. Все интерференционные методы требуют применения дополнительных оптических элементов, компенсирующих асферичность исследуемой поверхности. В работах Д. Т. Пуряева создана общая классификация компенсационных схем и разработан универсальный компенсатор [34, 35], применение которого оказалось особенно эффективным при контроле крупных астрономических зеркал. Однако включение в схему контроля дополнительных оптических элементов вносит неопределенность в исследуемый волновой фронт, вызываемую ошибками изготовления элементов компенсатора, ошибками его сборки и ошибками юстировки всей компенсационной схемы контроля. Принципиальным достоинством универсального компенсатора является возможность независимой аттестации качества его изготовления после сборки, однако и в этом случае остаются практические трудности юстировки всей контрольной схемы, включающей источник света, интерферометр с компенсатором и исследуемую поверхность [35]. При разъюстировке возникают aberrации низших порядков, прежде всего aberrации Зайделя, которые в методе Гартмана находятся наиболее надежно. Тем самым метод Гартмана становится прекрасным дополнением к интерференционным методам контроля в области aberrаций низших порядков. На наш взгляд, именно бескомпенсационная схема контроля сохраняет значение метода Гартмана при изготовлении крупных астрономических зеркал. Для полноты изложения необходимо добавить,

что теневые методы по-прежнему являются рекордными по разрешающей способности в области мелкомасштабных aberrаций.

В процессе изготовления 6-м зеркал для БТА накоплен большой опыт применения метода Гартмана не только как аттестационного, но и как метода технологического контроля [11, 32, 36—38]. На последних этапах изготовления второго главного зеркала БТА была достигнута воспроизводимость находимой топографии поверхности вплоть до $\lambda/10$, при окончательной аттестации была отмечена хорошая сходимость результатов метода Гартмана с результатами интерференционных методов [32]. Все это позволяет рекомендовать обязательное применение метода Гартмана как дополнительного к интерференционным методам контроля при изготовлении крупных астрономических зеркал в соответствии с общими принципами выбора методов контроля [34, 39].

4. Выводы. Отказ от априорного сведения метода к исследованию геометрии лучей и анализ дифракционной структуры изображений на гартманограммах позволяют преодолеть ограниченность классической формулировки метода Гартмана и получить следующие результаты.

4.1. Наилучшая точность метода Гартмана получается при следующих параметрах эксперимента (условия М. Романовой [15]):

$$a \geq 0.001f, \quad l \geq 0.005f, \quad T = \pm \frac{15\lambda}{2\pi} 10^3 \frac{f}{l},$$

где f — фокусное расстояние исследуемой системы; a — радиус отверстия диафрагмы; l — расстояние между отверстиями; T — расстояние пластинок от фокуса.

4.2. Классическая формулировка метода Гартмана с априорным переходом к геометрии лучей соответствует функции aberrаций Φ исследуемого волнового фронта, которая в любой точке зрачка может быть представлена рядом вида $\varphi_i = A + C\rho \cos V + D\rho \sin V$ в окрестности $\rho \leq a$.

4.3. Сглаживающее влияние метода проявляется в том, что методом Гартмана восстанавливается та составляющая Φ искомой функции aberrаций Φ , которая в любой точке зрачка представляется рядом вида $\varphi_i = A' + C'\rho \cos V + D'\rho \sin V$ в окрестности $\rho \leq l/2$.

4.4. Составляющая $\Phi - \Phi'$ функции aberrаций исследуемого волнового фронта деформирует изображения на гартманограммах и тем снижает точность результатов метода Гартмана. Однако метод Гартмана накладывает на исследуемый волновой фронт слабые ограничения, лежащие в пределах технологических возможностей. Самым сильным ограничением является условие малости aberrаций с масштабом $\leq a$, что практически совпадает с требованием полированности исследуемой поверхности.

4.5. При исследовании сферического волнового фронта, формируемого оптической системой телескопа, метод Гартмана является не только методом аттестации качества оптики, но и, главное, методом количественной юстировки систем типа Ричи—Кретьена. При применении в цехе точность метода Гартмана снижается из-за большой сферической aberrации исследуемого волнового фронта, однако метод сохраняет свое значение как дополнительный к компенсационным методам в области aberrаций низших порядков.

Автор благодарен руководству Секции астрономии и национальной астрономической обсерватории Болгарской академии наук, создавшему условия для выполнения этой работы в ходе исследований 2-м телескопа БАН.

Список литературы

1. H a r t m a n n J. Bemerkungen über den Bau und die Justierung von Spectrographen. — Zts. f. Instrkunde, 1900, 20, N 2, S. 51.
2. L e h m a n n H. Anwendung der Hartmannschen Methode der Zoneprüfung auf astronomische Objektive. — Zts. f. Instrkunde, 1902, 22, N 4, S. 103, 325.

3. Hartmann J. Objektivuntersuchungen. — Zts. f. Instrkunde, 1904, 24, N 1, S. 1, 33, 97.
4. Мартынов Д. Я. Курс практической астрофизики. М., «Наука», 1977.
5. Михельсон Н. Н. Оптические телескопы. М., «Наука», 1976.
6. Бек Г. Уровень и тенденции развития астроприборостроения НИ «Карл Цейсс Йена». — Йенское обозрение, 1976, № 3/4, с. 129—139.
7. Лууд Л., Маазик М. Качество оптики 1.5-метрового телескопа АЗ1-12.1. Исследование систем Кассегрена и Куде методом Гартмана. — Публ. Тартуской астрофиз. obs., 1978, 46, с. 194—208.
8. Салуквадзе Г. Н., Павлов И. К., Майер А. К. Автоматический телескоп системы Ричи—Кретьена. — Письма в АЖ, 1977, 3, № 6, с. 287—288.
9. Maull N. U., Vasilevskis S. Quantitative tests of the Lick observatory 120-inch mirror. — Astron. J., 1960, 65, N 1, p. 304—317.
10. Зверев В. А., Соколовский М. Н., Агурок И. П., Родионов С. А. Применение быстрого преобразования Фурье для анализа качества изображения в астрономических телескопах. Информационные материалы Всесоюзного семинара «Методы аттестационного контроля оптических деталей и систем астроприборов». М., Изд-во Астросовета АН СССР, 1977.
11. Зверев В. А., Родионов С. А., Соколовский М. Н., Усокин В. В. Математические основы гартмановского теста главного зеркала БТА. — Опт.-мех. пром., 1977, № 2, с. 18—22.
12. Снежко Л. И. Применение метода Гартмана к исследованию главного зеркала БТА. — Астрон. ж., 1980, 57, (в печати).
13. Снежко Л. И. О точности метода Гартмана при исследовании асферических волновых фронтов. — Опт.-мех. пром., 1980, (в печати).
14. Снежко Л. И. Оценка надежности результатов исследования астрономической оптики методом Гартмана. — Астрон. ж., 1979, 56, № 5, с. 1094—1099.
15. Романова М. Исследование параболических зеркал методом Гартмана. — Труды ГОИ, 1927, 4, вып. 35, с. 1—78.
16. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., «Наука», 1973.
17. Марешаль А., Франсон М. Структура оптического изображения. М., «Мир», 1964.
18. Бугославская Е. Я. Фотографическая астрометрия. М., Гостехиздат, 1947.
19. Камп ван де П. Астрометрия с длиннофокусными астрографами. — В кн.: Методы астрономии, гл. 24. М., «Мир», 1967.
20. Витриченко Э. А. Методы исследования астрономической оптики. Об ограничениях метода Гартмана. — Астрон. ж., 1976, 53, № 3, с. 660—670.
21. Зверев В. А., Агурок И. П., Родионов С. А., Соколовский М. Н. Автоматизация обработки интерферограмм при контроле оптических систем. — Опт.-мех. пром., 1978, № 9, с. 7—10.
22. Пономарев Д. Н. К вопросу о первом применении диафрагмы Гартмана. — Астрон. цирк., 1978, № 1008.
23. Зверев В. А., Родионов С. А., Соколовский М. Н., Лапо Л. М. Исследование связи распределения энергии в пятне рассеяния с величиной и формой отступления поверхности зеркала от идеальной. — Опт.-мех. пром., 1976, № 11, с. 5—8.
24. Щеглов П. В. Астроклиматические условия в Средней Азии. — Успехи физ. наук, 1971, 105, № 4, с. 753—756.
25. Снежко Л. И. Применение диафрагмы Гартмана в задачах исследования формирования звездных изображений. — Астрон. цирк., 1978, № 1002, с. 6—7.
26. Shulte D. H. A. Hartmann test reduction program. — Applied Optics, 1968, 7, N 11, p. 119—123.
27. Franza F., Leluyer M., Wilson R. N. 3.6-m telescope. The adjustment and test on the sky of the prime focus optics with the Gascoigne plate corrector. — ESO Techn. Report, 1977, N 8.
28. Malacara D. Hartmann test of aspherical mirrors. — Applied Optics, 1972, 11, N 1, p. 99—101.
29. Beck H. Bemerkungen zur Prüfung astronomischen Optiken. — Jenaer Jahrbuch 1962. Jena, VEB G. Fisher Verlag, S. 75—85.
30. Föhkamm G. Programmierung der Auswertung von Astrooptik-Prüfung für das Coördimeter aus Jena. — Jenaer Jahrbuch 1962. Jena, VEB G. Fisher Verlag, S. 87—94.
31. Choizeil I., Simmons J. E. Screen test for large mirrors. — Applied Optics, 1974, 13, N 8, p. 1773—1777.
32. Снежко Л. И. Применение метода Гартмана к исследованию второго главного зеркала БТА в цеховых условиях. — Сообщ. САО, 1979, 26, с. 5—32.
33. Sisson G. M. In the construction of large telescopes, p. 83. — Trans. IAU Symp., N 27, ed. D. L. Crawford, Academic Press, London—New York, 1966.
34. Пуряев Д. Т. Методы контроля оптических асферических поверхностей. М., «Машиностроение», 1976.
35. Креопалова Г. В., Пуряев Д. Т. Исследование и контроль оптических систем. М., «Машиностроение», 1978.

36. К о р о в я к о в с к и й Ю. П. Применение метода Гартмана для контроля качества поверхности 6-м зеркала БТА. — *Опт.-мех. пром.*, 1977, № 11, с. 10—14.
 37. К о п ы л о в И. М., К о р о в я к о в с к и й Ю. П., Ф о м е н к о А. Ф. Результаты цеховых испытаний шестиметрового зеркала БТА. — *Опт.-мех. пром.*, 1977, № 10, с. 3—5.
 38. З в е р е в В. А., Р о д и о н о в С. А., С о к о л ь с к и й М. Н., У с о с к и н В. В. Технологический контроль главного зеркала БТА методом Гартмана. — *Опт.-мех. пром.*, 1977, № 3, с. 3—5.
 39. Б е с к и н Г. М., Б о г у д л о в А. М., В и т р и ч е н к о Э. А., Е в с е е в О. А. Методы исследования астрономической оптики. 1. Анализ комплекса методов. — *Астрофиз. исслед. (Изв. САО)*, 1975, 7, с. 163—166.
 40. К о р н Г., К о р н Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., «Наука», 1973.
-