

## **ИССЛЕДОВАНИЕ УГЛОМЕСТНЫХ ОШИБОК ЭЛЕМЕНТОВ КРУГОВОГО ОТРАЖАТЕЛЯ РАТАН-600 (северный сектор)**

*Ю. К. Зверев, С. Я. Крылова*

Обсуждаются результаты исследования ошибок установки элементов кругового отражателя радиотелескопа РАТАН-600 по углу места. Даны статистические характеристики ошибок, обусловленных отличием сторон так называемого кинематического треугольника от проектных размеров, систематических и остаточных случайных погрешностей; определена точность отработки задания на установку отражающих элементов по углу места в полуавтоматическом режиме. Описаны способы введения поправок и показана эффективность учета выявленных кинематических ошибок.

The results of investigations of the elevation angle errors of adjustment of circular reflector elements of the radiotelescope RATAN-600 are discussed. The statistical characteristics of the errors, caused by the difference between the projected and real sides of the sides of so-called «kinematic triangle», by the systematical and accidental errors are given. How accurate is the response of elements in elevation angle to input command in semiautomatic mode of operation is determined. The paper describes the methods of taking into account the corrections. The high efficiency of this methods are shown.

При формировании отражающей поверхности антенны переменного профиля (АПП), в частности главного зеркала (кругового отражателя) радиотелескопа РАТАН-600, отражающие элементы (щиты) наклоняются по углу места в зависимости от высоты над горизонтом  $h$  наблюдаемого радиоисточника на угол  $\beta$  ( $\beta \approx h/2$ ), отсчитываемый от вертикали. Расчет углов наклона производится по формулам из [1].

Конструкция механизма наклона щита [2] должна обеспечивать выставление щитов по углу места в строгом соответствии с рассчитанными значениями углов  $\beta$ . Поэтому при заводском изготовлении и монтаже отражающих элементов предъявляются довольно жесткие требования к взаимному расположению основных осей. При наличии ошибок изготовления и монтажа расчетные углы наклона щитов будут отличаться от фактических на величины, которые могут привести к ощутимому снижению эффективности радиотелескопа. Поэтому исследование ошибок установки элементов кругового отражателя по углу места обретает большое значение в списке мер по доведению параметров радиотелескопа до проектных.

Проектная точность установки щитов кругового отражателя РАТАН-600 по углу места для наблюдений на волне длиной 8 мм составляет  $\pm 20''$  [3, 4].

**Кинематическая схема механизма наклона щитов.** Кинематическая схема механизма наклона отражающих элементов показана на рис. 1. Точки 1, 2 и 4 образуют так называемый кинематический треугольник с определенными проектными размерами сторон:  $a$ ,  $c$  и  $b_0$ . При соблюде-

ния этих размеров угол  $B_0$  в вертикальном положении щита по известной теореме косинуса

$$\cos B_0 = (a^2 + c^2 - b_0^2) : 2ac = \varphi(a, c, b_0) \quad (1)$$

равен  $20^{\circ}00'00''$ . В результате вращения угломестного винта и перемещения гайки 3 происходит изменение стороны  $b$  от  $b_0$  до  $b_i$ :

$$b_i = b_0 + \Delta b_i,$$

изменение угла  $B$  от  $B_0$  до  $B_i$  и наклон отражающего элемента на угол  $\beta_i$  относительно вертикали:

$$\beta_i = B_i - B_0 = \arccos \{ \varphi(a, c, b_i) \} - \arccos \{ \varphi(a, c, b_0) \}. \quad (2)$$

Из рис. 1 следует, что при  $B_i = 0$  стороны кинематического треугольника связаны между собой равенством  $a - c = b'_0$ . Учитывая это, можно показать, что

$$\sin^2(B_i/2) = (\Delta b'_i)^2 / 4ac + (b'_0 \Delta b'_i) / (2ac), \quad (3)$$

где  $\Delta b'_i = b_i - b'_0$ .

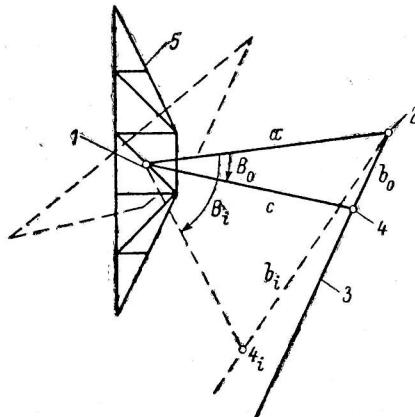
Из (3) с учетом того, что

$$\Delta b_i = K_i \tau; \quad \partial(\Delta b_i) = K_i \partial\tau,$$

где  $\tau$  — шаг угломестного винта, а  $K_i$  — число его оборотов, необходимое

Рис. 1. Кинематическая схема механизма наклона щитов.

1 — угломестная ось; 2 — точка соединения угломестного винта 3 с редуктором электромотора; 4 — гайка в кардане, связанная с фермой щита 5;  $a = 1616$  мм;  $c = 1384$  мм,  $b_0 = 568.84$  мм.



для получения приращения  $\Delta b_i$ , находится следующее выражение для изменения угла  $B_i$  в зависимости от относительных ошибок  $\partial\tau/\tau$ ,  $\partial a/a$  и  $\partial c/c$ :

$$\begin{aligned} \partial B_i = & \{[(\Delta b'_i)^2 + b'_0 \Delta b'_i]/(ac \sin B_i)\} (\partial\tau/\tau) - \{[(\Delta b'_i)^2 - 2c \Delta b'_i]/(2ac \sin B_i)\} (\partial a/a) - \\ & - \{[(\Delta b'_i)^2 + 2a \Delta b'_i]/(2ac \sin B_i)\} (\partial c/c). \end{aligned} \quad (4)$$

Ошибка в положении щита по углу места будет равна

$$\partial\beta_i = \partial B_i - \partial B_0. \quad (5)$$

Влияние отдельных составляющих:  $\partial\tau$ ,  $\partial a$  и  $\partial c$  — на положение щита по углу места показано на рис. 2. При относительных ошибках шага винта и сторон треугольника порядка  $+0.001$  и больших углах наклона величины  $\partial\beta(\tau)$  и  $\partial\beta(c)$  доходят до  $3'$ , но имеют противоположный знак. Влияние погрешности  $\partial a$  значительно меньше: при всех возможных углах наклона значения  $\partial\beta(a)$  по абсолютной величине не превосходят  $0.5'$ . Суммарное же действие перечисленных составляющих в данном частном случае приводит к ошибкам по углу места  $\leqslant |0.25'|$ .

На рис. 3 показаны суммарные ошибки в положении щитов по углу места, т. е. величины  $\partial\beta(\tau, a, c)$  при различных комбинациях знаков погрешностей  $\partial\tau$ ,  $\partial a$  и  $\partial c$ . Из рисунка видно, что наибольшего значения угломестные ошибки достигают в случае, когда величины  $\partial\tau$  и  $\partial c$  имеют противоположные знаки. В таких условиях суммарные ошибки оказываются равными  $5-6'$ , т. е. намного превосходящими допустимые значения [5]. Это обстоятельство еще раз подтверждает актуальность исследования рассмотренной категории ошибок.

**Анализ результатов измерений.** Определение ошибок  $\Delta\beta_i$  в положении щитов по углу места выполнялось путем сравнения фактических углов

наклона отражающих элементов с расчетными, соответствующими фиксированным отсчетам по шкалам угломестных отсчетно-установочных устройств (ОУУ):

$$\Delta\beta_i = \beta_{i, \text{изм}} - \beta_{i, \text{расч.}} \quad (6)$$

Расчетные углы наклона соответствовали следующему числу оборотов винта: 1, 10, 20, ..., 100, 105 — от вертикального положения щитов, определенного автоколлимационным способом [6]. Измерение углов производилось при помощи оптического квадрата КО-10 при двух направлениях наклона щитов: «прямо» — в сторону увеличения угла наклона и «обратно».

Первые же измерения показали, а дальнейшие подтвердили, что на всех щитах северного сектора расчетные значения углов отличаются

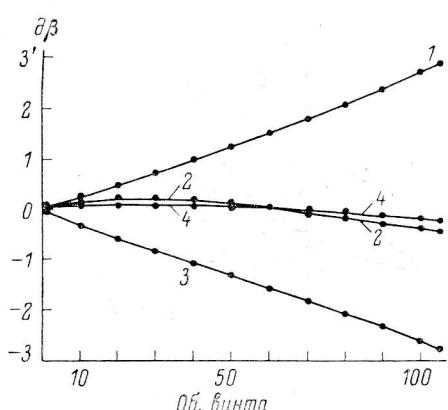


Рис. 2. Влияние ошибок  $da$  и  $dc$  сторон кинематического треугольника и ошибки  $dt$  на положение щитов по углу места в зависимости от числа оборотов винта (угла наклона).

1 —  $\partial\beta(\tau)$  при  $\frac{\partial\tau}{\tau} = +0.001$ ; 2 —  $\partial\beta(a)$  при  $\frac{\partial a}{a} = +0.002$ ; 3 —  $\partial\beta(c)$  при  $\frac{\partial c}{c} = +0.001$ ; 4 —  $\partial\beta(\tau, a, c)$ .

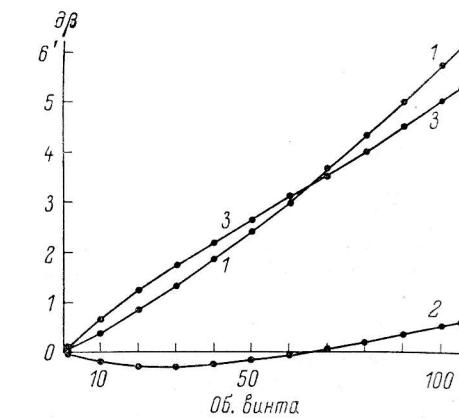


Рис. 3. Суммарные ошибки  $\partial\beta(\tau, a, c)$  в положении щитов по углу места в зависимости от числа оборотов (угла наклона) при различных комбинациях знаков погрешностей сторон кинематического треугольника:

	1	2	3
$\frac{\partial\tau}{\tau}$	+0.001	+0.001	+0.001
$\frac{\partial a}{a}$	-0.002	-0.002	+0.002
$\frac{\partial c}{c}$	-0.001	+0.001	-0.001

от фактических, при этом в большинстве случаев ошибки  $\Delta\beta_i$  увеличиваются с увеличением углов наклона. По характеру изменения ошибок все щиты можно условно разделить на три группы. К первой группе были отнесены щиты со слабым изменением ошибок на всем интервале измерений при сравнительно небольшой их абсолютной величине: до  $\pm 3-4'$ . Таких щитов оказалось 95 (42%), из них только 19 при любых углах наклона имеют ошибки  $\leq |2'|$ . Ко второй группе отнесены щиты с явно выраженной зависимостью величины ошибки от угла наклона; преобладают положительные ошибки, достигающие при  $\beta \approx 45^\circ$  значений  $+7-10'$  (71 щит, 32%). Третья группа — значительные по величине ошибки почти на всем интервале измерений; подавляющее преобладание положительных ошибок, которые при максимальных углах наклона доходят до  $+29'$  (59 щитов, или 26%). Графики ошибок для трех щитов, относящихся к перечисленным группам, приведены на рис. 4.

Совокупность значений  $\Delta\beta_i$  щита  $j$  можно рассматривать как конкретную реализацию случайной функции  $\Delta\beta(\beta)$ . Тогда эмпирические значения математического ожидания и стандартного отклонения этой функции, вычисленные по 225 реализациям, могут быть использованы для характеристики погрешности поверхности АПП по углу места при фиксированных углах наклона (рис. 5). График математического ожидания случайной функции  $\Delta\beta(\beta)$  имеет вид квадратичной кривой, орди-

наны которой, т. е. значения  $\bar{\Delta\beta}_j$ , при  $\beta < 14^\circ$  отрицательны, но не превосходят по модулю  $0.6'$ . При  $\beta > 14^\circ$  с увеличением углов наклона значения  $\bar{\Delta\beta}_j$  начинают быстро расти и достигают величины  $+6.5'$ . График стандартного отклонения близок к прямой, имеющей положительный наклон. На всем интервале измерений ординаты этой линии ( $m_{\Delta\beta}$ ) больше соответствующих величин  $\bar{\Delta\beta}_j$ , максимальное значение равно  $6.83$ .

Значения  $\Delta\beta_j$  и  $m_{\Delta\beta}$  представляют собой систематическую и среднеквадратичную (ср. кв.) ошибки поверхности кругового отражателя, выставленного на источник с высотой над горизонтом  $\sim 2\beta_i$ . Но, как известно [7], эти две величины не исчерпывают всей информации о качестве поверхности, и наряду с ними не меньший интерес представляют сведения о законе распределения ошибок и интервале корреляции.

Гипотеза о нормальности распределения ошибок  $\Delta\beta_j$  при фиксированных углах  $\beta_i$  проверялась по величине асимметрии  $S$  и эксцесса  $E$  и при

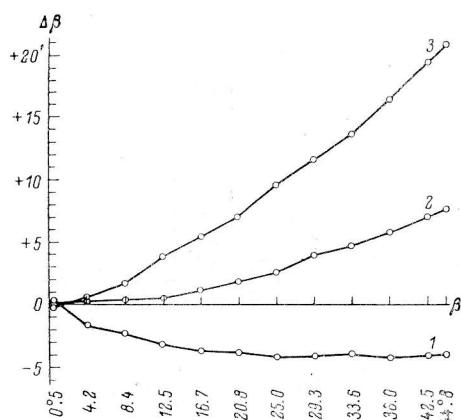


Рис. 4. Ошибки в положении щитов по углу места в зависимости от углов наклона.

1 — щит № 490 (первая группа); 2 — щит № 491 (вторая группа); 3 — щит № 492 (третья группа).

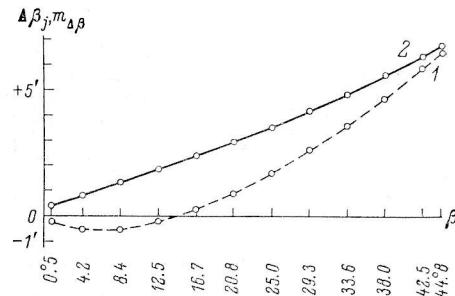


Рис. 5. Эмпирические значения математического ожидания (1) и стандартного отклонения (2) случайной функции  $\Delta\beta(\beta)$ , вычисленные по 225 реализациям.

помощи критерия Пирсона. Значения  $S$  и  $E$  для данного объема выборок ( $n=225$ ) вычисляются со ср. кв. ошибками [8]:

$$\sigma_S = \{[6(n-1)] : [(n+1)(n+3)]\}^{1/2} = 0.16;$$

$$\sigma_E = \{[24n(n-2)(n-3)] : [(n-1)^2(n+3)(n+5)]\}^{1/2} = 0.32.$$

По результатам проверки основное отличие распределения ошибок  $\Delta\beta_j$  от нормального заключается в преобладании положительных величин над отрицательными, о чем свидетельствуют значения асимметрии: все они положительны и монотонно увеличиваются с увеличением угла наклона, и только 4 значения меньше критической величины  $3\sigma_S$ . Соотношение же ошибок по абсолютной величине близко к нормальному: во всех случаях, кроме одного, значения эксцесса меньше  $1.5\sigma_E$ . Согласно критерию Пирсона, гипотеза о нормальности распределения уверенно бракуется в трех случаях — при углах наклона щитов, равных  $0.5^\circ$ ,  $42.5^\circ$  и  $44.8^\circ$ , когда  $P(\chi^2) < 0.05$ , в остальных случаях значения вероятности заключены в пределах  $0.80 > P(\chi^2) > 0.10$ . Таким образом, для не слишком строгих оценок можно принять, что в общем случае распределение величин  $\Delta\beta_j$  близко к нормальному. Распределение ошибок  $\Delta\beta^*$  для углов наклона  $8.4^\circ$  и  $42.5^\circ$  показано на рис. 6.

Какой-либо статистической связи между величинами  $\Delta\beta_j$  и  $\Delta\beta_{j+i}$  не обнаружено. Этот вывод основывается на результатах вычислений зна-

чений автокорреляционных функций, выполненных по всем двенадцати массивам: по виду функции близки друг другу, и их значения даже при небольших  $t$  не превышают  $\pm 0.2$ .

Как будет показано ниже, изменения ошибок в положении щитов по углу места в зависимости от углов наклона с достаточной точностью можно описать квадратичными кривыми. С этой целью для каждого щита по способу наименьших квадратов с использованием уравнения ошибок:

$$K_i^2 x + K_i y + z - \Delta \beta_i = v_i, \quad (7)$$

где  $K_i$  — число оборотов угломестного винта, необходимое для наклона щита от вертикального положения до угла  $\beta_i$ , были подобраны коэффициенты  $x$ ,  $y$  и  $z$  и вычислены значения  $v_i$ . Последние можно использовать для оценки качества аппроксимации и вычисления погрешности

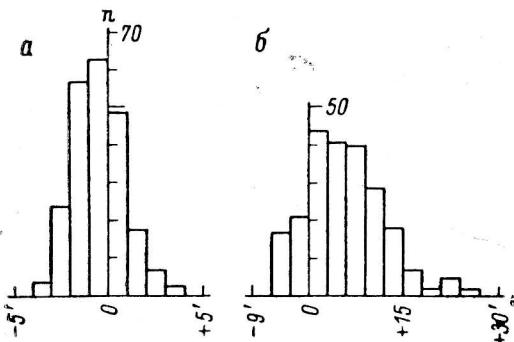


Рис. 6. Распределение ошибок  $\Delta \beta_j$ .  
а —  $\beta = 8^\circ 22'$  ( $K=20$ ),  $\bar{\Delta \beta} = -0'.54$ ,  $m_{\Delta \beta} = \pm 1'.33$ ;  
б —  $\beta = 42^\circ 30'$  ( $K=100$ ),  $\bar{\Delta \beta} = +5'.93$ ,  $m_{\Delta \beta} = \pm 6'.39$ .

отражающей поверхности АПП в случае учета ошибок  $\Delta \beta_j$  по их аналитическому выражению. Распределение ср. кв. ошибок  $m_v$ , вычисленных для каждого из 225 щитов, показано на рис. 7. Максимальные значения их не превышают 0.50, а минимальная ср. кв. ошибка равна  $\pm 0.07$ ; в интервале 0.16—0.30 заключается 64% всех значений  $m_v$ .

Число значений  $v_{ij} \leqslant |\pm 0.30|$  составляет 76%, а число относительно больших, т. е.  $v_{ij} \leqslant |\pm 1.20|$ , — всего 7%.

Приведенные цифры свидетельствуют о вполне удовлетворительной аппроксимации ошибок  $\Delta \beta_i$  квадратичными кривыми.

Выражения типа (7), как уже указывалось выше, можно использовать для учета кинематических ошибок  $\Delta \beta_j$  при установке антенны на конкретный радиоисточник. В этом случае качество поверхности главного зеркала радиотелескопа (по углу места) будет определяться величинами и распределением погрешностей  $v_j$ . Для всех углов наклона точность отражающей поверхности, оцененная по величинам  $v_j$ , оказалась практически одинаковой. Ее можно выразить одним значением ср. кв. ошибки, равным  $\pm 0.23$ , и значением систематической ошибки порядка  $\pm 10''$ , что меньше уже упомянутого допустимого значения  $m_\beta$ . Закон распределения величин  $v_j$  весьма близок к нормальному, статистической связи между  $v_j$  и  $v_{j+t}$  нет.

Измерение углов наклона щитов при движении их в двух направлениях позволило выявить систематические ошибки, возникновение которых связано с переменой направления наклона. Анализ разностей  $\Delta$  («прямо—обратно»), т. е. разностей отсчетов по квадранту при углах наклона щитов, установленных движением «прямо» и «обратно», показал

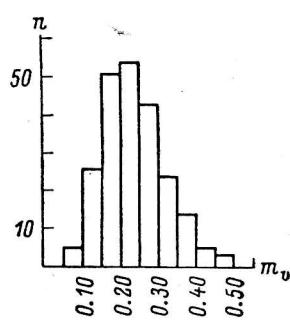


Рис. 7. Распределение величин  $m_v$ .

следующее. Средние значения разностей  $\bar{\Delta}_i$ , вычисленные для каждого щита, как правило, отрицательны. Основная масса их: 69% — больше или равна 0.6, а отдельные значения доходят до 1.4. Положительные значения составляют 26%, но они, за исключением 9 щитов, не превосходят +0.2 (рис. 8, а). Ср. кв. ошибки  $m_{\Delta i}$ , характеризующие колебания  $\Delta_i$ ,

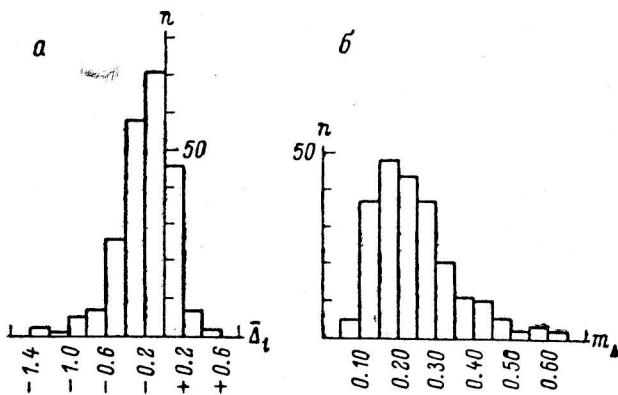


Рис. 8. Характеристика систематических ошибок  $\Delta_i = \text{«прямо — обратно»}$ , возникающих при изменении направления наклона щитов.

а — распределение средних разностей  $\bar{\Delta}_i$ , вычисленных для каждого щита; б — распределение ср. кв. ошибок  $m_{\Delta i}$ , характеризующих отклонения разностей  $\Delta_i$  от  $\bar{\Delta}_i$ , вычисленных для каждого щита.

относительно своих средних, не превышают 0.4, и лишь для двух щитов они оказались больше 0.6. Число значений  $m_{\Delta i}$ , меньших или равных 0.3, составляет 76%. Для 108 щитов (48%) соблюдается соотношение  $|\bar{\Delta}_i| \leq m_{\Delta i}$ ; из них для 42 щитов  $|\bar{\Delta}_i| \leq 0.5 m_{\Delta i}$  (рис. 8, б).

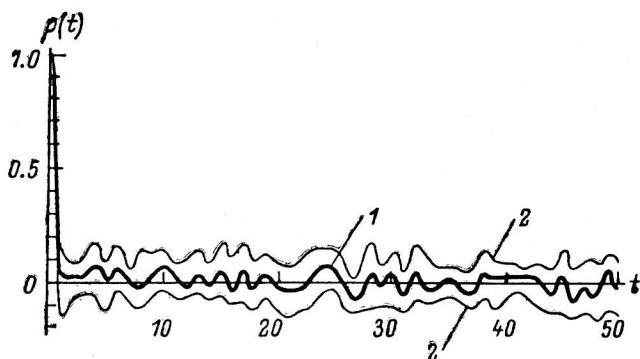


Рис. 9. Автокорреляционная функция

$$\rho(t) = \left\{ \sum_{j=1}^{n-t} \Delta(j) \Delta(j+t) \right\} : \{(n-t) D\}$$

случайной функции  $\Delta(\beta)$ .

1 — усредненное значение; 2 — экстремальные значения;  $t \leq 50$ .

Выявленные систематические погрешности, в отдельных случаях довольно значительные по величине, при необходимости могут быть учтены, например, путем установки щитов по специальной программе, что примерно на половине щитов должно привести к уменьшению ошибок.

Наличие небольшой систематической ошибки порядка 0.2 является характерным и для массивов  $\Delta_j$ :

$$-0.05 \geq \bar{\Delta}_j \geq -0.27,$$

при этом значения  $m_{\Delta_j}$  для разных углов колеблются от  $\pm 0.32$  до  $\pm 0.44$ . Эти данные были использованы для оценки точности отработки щитов или для оценки повторяемости их установки при фиксированных отсчетах на шкалах ОУУ при произвольном направлении наклона:

$$m_{\beta, \text{уст}} = \{[(\bar{\Delta}_j)^2 + m_{\Delta_j}^2]/2\}^{1/2}. \quad (8)$$

Ср. кв. ошибки  $m_{\beta, \text{уст}}$  для разных углов принимают значения от  $\pm 0.23$  до  $\pm 0.35$ , в среднем же  $m_{\beta, \text{уст}} = \pm 0.31$ , или  $\pm 19''$ , т. е. меньше  $m_{\beta, \text{уст}}$ .

Согласно критерию Пирсона, закон распределения величин  $\Delta_j$  сильно отличается от нормального: почти для всех  $\beta_i$  справедливо  $P(\chi^2) \ll \ll 0.001$ . Кроме того, все значения эксцесса оказались больше  $3\sigma_E$ , и в среднем  $E = +2.5$ . Вид усредненной автокорреляционной функции указывает на отсутствие какой-либо статистической связи между  $\Delta_j$  и  $\Delta_{j+t}$  (рис. 9).

На нескольких щитах кинематические ошибки  $\Delta\beta_i$  были определены из многократных измерений. Дело в том, что при построении графиков  $\Delta\beta$  для этих щитов выявились отдельные значения, существенно отличающиеся от ординат аппроксимирующей кривой. Поэтому измерения фактических углов наклона десятью приемами должны были дать ответ на вопрос, чем вызваны эти отклонения. Обнаружилось, что резкое изменение значений  $\Delta\beta_{i, \text{изм}}$  и отличие их в связи с этим от плавной кривой при определенных  $\beta_i$  не может быть объяснено ни случайными ошибками установки щитов, ни ошибками введения задания на отработку, ни, тем более, ошибками измерений. Ср. кв. ошибки одного определения величин  $\Delta\beta_i$ , вычисленные из десятикратных измерений, оказались гораздо меньше значений  $m_\beta$ , для некоторых щитов — в 1.5—2 раза. На каждом графике  $\Delta\beta$  уверенно выделялись от одной до шести точек, в которых ординаты аппроксимирующей кривой не попадают в интервал измеренных значений  $\Delta\beta_i$ . При этом точность установки щитов, оцененная по разностям «прямо—обратно» и по колебаниям  $\Delta\beta_{i, \text{изм}}$  в приемах, оказалась не ниже, чем в среднем по антенне.

Из всего этого следует, что обнаруженные аномалии вызваны особенностями механизма наклона этих щитов, например локальными или квазипериодическими ошибками шага угломестного винта, или аналогичными погрешностями датчиков. Они проявляются как систематические ошибки и поддаются учету. Кроме того, обращает на себя внимание такой факт. Для трех многократно обследованных щитов коэффициенты корреляции  $r$  между  $\Delta\beta_{J,i}$  и  $\Delta\beta_{J,i+1}$  (здесь  $J$  — номер приема) в 8—10 случаях из одиннадцати оказались больше  $+0.5$ , а для остальных трех щитов количество  $r > +0.5$  равно 1—6. Другими словами, изменения  $\Delta\beta_i$  от приема к приему объясняются не только случайными ошибками, но и систематическими, присущими каждому приему: например, от приема к приему может изменяться величина люфтов и т. п.

Таковы основные результаты исследования, которые показывают, что, несмотря на значительные по величине погрешности, сопровождающие наклон щитов по углу места, все они поддаются учету и их действие может быть сведено к минимуму.

**Эффективность учета кинематических ошибок.** Учет выявленных кинематических ошибок при выставлении антенны на конкретный радиоисточник можно производить путем введения соответствующих поправок в показания угломестных ОУУ, определяемые по формулам из [9], или путем вычисления (по тем же формулам) новых показаний ОУУ по измененным аргументам.

В первом случае кинематические поправки, рассчитанные для данного угла наклона и конкретного щита, выражаются в делениях шкалы ОУУ

и прибавляются к показаниям угломестных отсчетно-установочных устройств. Цена точного деления рассчитывается по формуле

$$dB_i = (b_i/ac \sin B_i) db \quad (9)$$

при  $db$ , равном одному делению ( $1/6$  мм). Она принимает значения в зависимости от угла  $B_i$  от  $24''8$  до  $27''5$  (рис. 10).

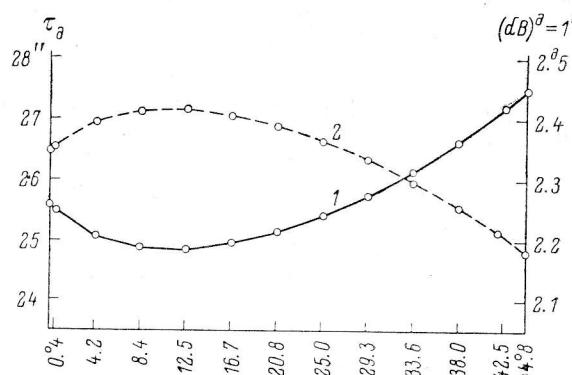
Точность этого способа ограничивается ошибкой  $\delta B_i$ :

$$\delta B_i = (db)^2/(2ac \sin B_i), \quad (10)$$

которая для одного из крайних случаев, когда  $\Delta\beta_i \approx +27'$  и  $\beta_i \approx 44^{\circ}8$ , равна  $5''$ . Такой ошибкой можно пренебречь, тем более что и количество щитов, у которых  $\Delta\beta > 20'$ , не превышает десяти.

Для оценки точности другого способа введения поправок — путем вычисления показаний ОУУ по измененному аргументу — необходимо вспомнить, что и расчетные углы наклона, и кинематические ошибки являются функциями от числа оборотов  $K_i$  угло-

Рис. 10. Значения цены деления  $\tau_d$  точной шкалы угломестного ОУУ (1) и приращения угла  $B_i$ , равного одной минуте дуги, выраженные в точных делениях шкалы (2), для разных углов наклона щитов.



местного винта. Поэтому фактический угол наклона щита можно выразить как

$$\beta_{\text{фак}} = \beta_{\text{расч}} + \Delta\beta = F(K) + f(K). \quad (11)$$

Для выставления щита в правильное положение необходимо изменить фактический угол наклона на  $\Delta\beta$ . Это достигается изменением расчетного угла, который становится основной частью измененного аргумента. Если расчетный угол изменить также на  $\Delta\beta$ , т. е.

$$(\beta_{\text{расч}} - \Delta\beta)_{\text{расч}} = F(K) - \Delta\beta = F(K - \Delta K),$$

то его фактическое значение

$$(\beta_{\text{расч}} - \Delta\beta)_{\text{фак}} = F(K - \Delta K) + f(K - \Delta K) = F(K) - f'(K) \Delta K$$

будет отличаться от требуемого на величину приращения функции  $f(K)$ . Для случая, когда  $\Delta\beta \approx +16'$  и  $\beta = 44^{\circ}8$  (щит № 678), эта ошибка составляет  $9''$ . Ее можно уменьшить, если значение  $\Delta K$  находить из условия

$$F(K) = F(K - \Delta K) + f(K - \Delta K). \quad (12)$$

В этом случае

$$\Delta K = [f(K)] : [F'(K) + f'(K)]. \quad (13)$$

Таким образом, описанные способы введения поправок позволяют достаточно полно, по крайней мере в точках измерений, учитывать кинематические ошибки, при этом качество отражающей поверхности будет определяться точностью отработки элементов.

Чтобы оценить эффективность учета погрешностей  $\Delta\beta$ , рассмотрим влияние их на усиление антенны. Падение усиления антенны, вызываемое

случайными ошибками по углу места, рассчитывается по формуле из [10]

$$(G/G_0)_\beta = \{(\sqrt{\pi}/2) [\Phi(kbm_\beta \cos \beta/\sqrt{2})] : [kbm_\beta \cos \beta/\sqrt{2}]\}^2, \quad (14)$$

в которой  $b$  — вертикальный размер щита;  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число;  $\lambda$  — длина волны;  $\Phi(u)$  — функция Лапласа, а влияние систематических ошибок определяется смещением вертикальной диаграммы направленности (ДН) всей антенны относительно ДН отдельно взятого щита и в первом приближении может быть выражено как

$$(G/G_0)_\theta \approx \cos^2 \{(2\Delta\theta/\theta)(\pi/2)\}. \quad (15)$$

Здесь  $\theta$  — вертикальный размер ДН щита по половинной мощности [11, 12]:

$$\theta \approx 1.2\lambda/b \cos \beta;$$

$\Delta\theta$  — ошибка в установке антенны по углу места. Очевидно, что общее падение усиления будет равно

$$(G/G_0)_{\beta, \theta} \approx (G/G_0)_\beta (G/G_0)_\theta. \quad (16)$$

Проверка эффективности кинематических поправок была произведена при наблюдении радиоисточника Лебедь-А ( $h \approx 86^\circ 8$ ;  $\beta \approx 43^\circ 4$ ). Наблюдения проводились в октябре 1974 г. на волне  $\sim 4$  см при следующей последовательности введения поправок.

1. При установке антенны в отсчеты по шкалам угломестных ОУУ не вводились никакие поправки; антenna выставлена по автоколлимационным  $MO$ . Фактические углы наклона щитов равны

$$\beta_{\text{фак}} = \beta_{\text{расч}} + \overline{\Delta\beta_j} + \delta\beta_j - \Delta MO,$$

где  $\delta\beta_j = \Delta\beta_j - \overline{\Delta\beta_j}$ ;  $\Delta MO$  — систематическая разность между геодезическими и автоколлимационными  $MO$ . Отражающая поверхность главного зеркала искажена случайными ошибками  $\delta\beta_j$  при наличии систематической погрешности  $\overline{\Delta\beta_j} - \Delta MO$ . Реальное усиление антенны  $G_1$  будет в соответствии с (16) равно

$$G_1 = G_0 c (G/G_0)_\beta (G/G_0)_\theta$$

( $c$  — некоторый коэффициент, несколько меньший единицы).

2. В отсчеты по шкалам ОУУ введены кинематические поправки  $(-\Delta\beta_j)$ .

Фактические углы наклона щитов равны

$$\beta_{\text{фак}} = \beta_{\text{расч}} - \Delta MO,$$

т. е. антenna направлена на радиоисточник с ошибкой  $\Delta MO$ . Реальное усиление  $G_2$  равно

$$G_2 = G_0 c (G/G_0)'_\beta (G/G_0)'_\theta,$$

где  $(G/G_0)'_\beta$  — падение усиления вследствие наличия допустимых случайных ошибок,  $(G/G_0)'_\beta \geq 0.95$ .

3. При установке антенны введены кинематические поправки и учтена систематическая разность  $\Delta MO$ . Фактические углы наклона равны расчетным, а реальное усиление

$$G_3 = 0.95 G_0 c.$$

Последовательное сравнение между собой значений  $G_1$ ,  $G_2$  и  $G_3$  дает возможность количественно оценить ожидаемое повышение усиления антенны:

$G_2/G_1$  — повышение усиления после введения кинематических поправок;

$G_3/G_1$ ,  $G_3/G_2$  — повышение усиления после введения кинематических поправок и учета систематической разности  $\Delta MO$ .

Из расчетов следует:

$$G_2/G_1 = 1.78; G_3/G_2 = 1.16; G_3/G_1 = 2.07.$$

По результатам же наблюдений (рис. 11) оказалось:

$$G_2/G_1 = 1.34; G_3/G_2 = 1.34; G_3/G_1 = 1.80.$$

Таким образом, учет всех погрешностей: и случайных, и систематических — привел к существенному повышению усиления антенны, близкому к расчетному. К причинам, объясняющим различие расчетных и полученных из наблюдений значений  $G_2/G_1$  и  $G_3/G_2$ , можно отнести значительное отличие закона распределения ошибок  $\Delta\beta_j$  от нормаль-

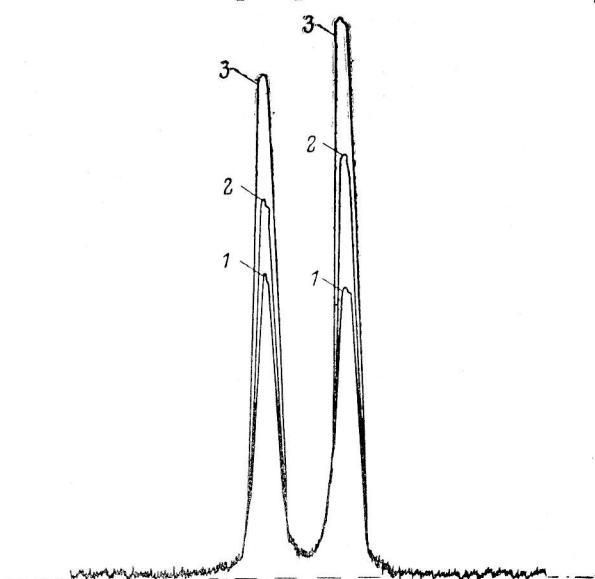


Рис. 11. Записи прохождения радиоисточника Лебедь-А через ДН северного сектора радиотелескопа РАТАН-600, октябрь 1974 г.,  $\lambda \approx 4$  см.

1 — антenna установлена без поправок; 2 — при установке антennы в отсчеты по угломестным ОУУ введены кинематические поправки; 3 — при установке антennы введены кинематические поправки и учтена систематическая разность  $\Delta MO$ .

ного при  $\beta \approx 43^\circ.4$  и несовпадение принятой при расчетах формы вертикальной ДН щита с реальной.

**Заключение.** Основные выводы из проведенного исследования можно сформулировать следующим образом.

1. Ошибки в положении отражающих элементов главного зеркала, обусловленные отличием сторон кинематического треугольника от проектных размеров, достигают значительной величины, особенно при больших углах наклона щитов. Распределение их в общем случае можно считать близким к нормальному. Аппроксимация ошибок квадратичными кривыми вполне удовлетворительна.

2. Компенсация этих ошибок путем введения соответствующих поправок приводит к существенному улучшению радиоизображения: яркостная температура контрольного радиоисточника возросла почти вдвое, что соответствует примерно такому же увеличению эффективной площади радиотелескопа. Без дополнительных проверок кинематические поправки стали использоваться при радиоастрономических наблюдениях как обязательный элемент.

3. При перемене направления наклона щитов возникает систематическая ошибка, равная в среднем  $-0.2$ , но достигающая на отдельных

щитах более значительной величины. При необходимости действие таких погрешностей может быть сведено к минимуму.

4. Точность отработки задания на установку щитов по углу места в полуавтоматическом режиме для разных углов наклона характеризуется ср. кв. ошибками от  $\pm 0.23$  до  $\pm 0.35$ , практически не превышающими допустимого значения  $m_3$  для  $\lambda=8$  мм, и, судя по отдельным щитам, может быть еще повышена.

Поступила в редакцию  
25.10.77

#### Список литературы

1. Хайкин С. Э., Кайдановский Н. Л., Есепкина Н. А., Шиварис О. Н. Большой пулковский радиотелескоп. — Изв. ГАО, 1960, 164, с. 3—26.
2. Амстиславский А. З., Конылов А. И., Просмушкин М. И. Конструкции отражающих элементов и облучателя радиотелескопа РАТАН-600. — Изв. ГАО, 1972, 188, с. 89—96.
3. Конылов А. И., Чуканов О. В., Шиварис О. Н. Отсчетно-установочные устройства секций кругового отражателя радиотелескопа РАТАН-600. — Изв. ГАО, 1972, 188, с. 104—106.
4. Зверев Ю. К., Контореро А. М., Мартынов В. Т., Павлюченко Ю. И., Степанов Е. И., Чуканов О. В. Эталонные отсчетно-установочные устройства секций кругового отражателя радиотелескопа РАТАН-600. — Изв. ГАО, 1972, 188, с. 107—109.
5. Зверев Ю. К. Геодезические методы юстировки больших радиотелескопов с антennами переменного профиля (БПР, РАТАН-600). Канд. дис., 1973. (Рукопись).
6. Стоцкий А. А., Ходжамухамедов Н. Экспериментальное исследование автоколлимационного метода юстировки антennы переменного профиля. — Изв. ГАО, 1972, 188, с. 129—138.
7. Брейсулл Р. Н. Теория допусков для больших антenn. — Зарубеж. радиоэлектроника, 1962, 3, с. 124—138.
8. Смирнов Н. В., Белугин Д. А. Теория вероятностей и математическая статистика в приложении к геодезии. М., «Недра», 1969.
9. Шиварис О. Н. Формулы для расчета таблиц установки элементов кругового отражателя радиотелескопа РАТАН-600. (Рукопись).
10. Брауде Б. В., Есепкина Н. А., Кайдановский Н. Л., Хайкин С. Э. Исследование влияния случайных ошибок на электрические характеристики остронаправленных зеркальных антenn с отражателем переменного профиля. — Радиотехника и электроника, 1960, 5, вып. 4, с. 584—596.
11. Брауде Б. В., Есепкина Н. А., Кайдановский Н. Л., Парийский Ю. Н., Шиварис О. Н. Выбор размеров отражающих элементов и расчет электрических характеристик радиотелескопа РАТАН-600. — Изв. ГАО, 1972, 188, с. 40—53.
12. Стоцкий А. А. Аберрации главного зеркала антennы переменного профиля и сканирование диаграммы направленности путем смещения облучателя. — Изв. ГАО, 1972, 188, с. 63—76.