

О НАКОПЛЕНИИ СЛУЧАЙНОЙ ОШИБКИ ПРИ РАДИОАСТРОНОМИЧЕСКОЙ ЮСТИРОВКЕ РАДИАЛЬНЫХ ШКАЛ ОТРАЖАЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ АПП

О. А. Голубчина

Рассматривается вопрос накопления случайных ошибок при радиоастрономической юстировке. Процесс накопления случайных ошибок модулируется на ЭВМ М-222. Остаточное среднеквадратичное отклонение мест нулей равно $\sigma=0.5$ мм.

The problem of the sum of the random error by radio-astronomical adjustment is discussed. The process of the sum of the random error with a computer M-222 is modulated. The rest r. m. s in zero places is $\sigma=0.5$ mm equal.

Высокое разрешение радиотелескопов с антенной переменного профиля достигается благодаря большим размерам собирающей поверхности, состоящей из отдельных отражающих элементов. Качество главного отражателя АПП существенно зависит от качества взаимной привязки элементов, т. е. от точности определения мест нулей азимутальных, угломестных и радиальных шкал. При радиоастрономической юстировке в качестве источника радиоизлучения, по которому юстируется антенна, чаще всего используется Солнце [1]. Такой выбор объясняется ограничением фактора отношения сигнал/шум, так как принимаемый при радиоастрономической юстировке сигнал слаб как из-за малой площади отражающего элемента, так и из-за сильного его переоблучения при работе со штатным облучателем (сигнал Солнца, отраженный от одного «щита», на $\lambda=4$ см равен $T_{\Delta}=2\div 24^{\circ}$ К, чувствительность радиометра на $\lambda=4$ см равна 0.01° К).

При радиоастрономической юстировке радиальных шкал юстируемая пара отражающих элементов работает в режиме двухэлементного интерферометра, причем движением одного из щитов вносится желаемый фазовый сдвиг.

Запись сигнала используется при последующей обработке для определения поправки к месту нуля одного из щитов юстируемой пары [2—3]. Поскольку эта поправка может быть внесена в любой из щитов пары, то, строго говоря, определяется поправка Δl_n к разности мест нулей юстируемой пары ($l_n^1 - l_n^2 = \Delta l_n$).

Размер главного лепестка интерференционной диаграммы направленности на $\lambda=4$ см при базе, равной расстоянию между центрами двух соседних элементов, составляет $\sim 1^{\circ}$. Угловой диаметр оптического диска Солнца равен $\sim 30'$. Приведенные угловые размеры главного лепестка интерференционной диаграммы направленности и Солнца являются критерием для выбора расстояния между юстируемыми элементами пары. На $\lambda=4$ см возможна юстировка пары, состоящей из элементов, расположенных не дальше чем через «щит» друг от друга. В противном случае такие протяженные источники радиоизлучения, как Солнце, попадут сразу же в несколько лепестков интерференционной диаграммы направленности и она замоеется.

Нами выбрана методика юстировки пар соседних элементов, один из которых является опорным, а другой юстируемым. При дальнейшей обработке находятся собственно места нулей радиальных шкал отражающих элементов. Для этого один из «щитов» принимается за опорный и его место нуля считается неизвестным (например, принимается значение, полученное из геодезической юстировки). Каждый «щит» с двумя соседними «щитами» образует две юстировочные пары. Последовательно привязывая шкалы юстируемых пар по номеру «щита», начиная от опорного, находим место нуля каждого «щита» по формуле

$$l_{0N} = l_{0оп} + \sum_{i=i_{0п}}^N \Delta l_{i, i\pm 1}, \quad (1)$$

где l_{0N} — место нуля N -го элемента; $l_{0оп}$ — место нуля опорного элемента; $\Delta l_{i, i\pm 1} = l_{и}^{i+1} - l_{и}^i$ — разность мест нулей юстируемой пары (i -го и $i+1$ -го «щитов»). Знак плюс берется, если $N > i_{оп}$, в противном случае берем минус [2].

Измеряемые при юстировке величины $\Delta l_{i, i\pm 1} = l_{и}^{i+1} - l_{и}^i$ естественно искажаются как случайными, так и систематическими ошибками. Из сравнения повторных юстировок одних и тех же пар «щитов» на всем ансамбле элементов северного сектора РАТАН-600 было найдено, что среднеквадратическая ошибка составляет ≈ 1 , точное деление шкалы сельсина 0.17 мм.

Эту ошибку естественно рассматривать как случайную. По-видимому, основными источниками этой ошибки являются: ограничения точности отсчетных устройств (включая ошибки операторов) и электрические лифты системы.

Если указанная ошибка действительно носит случайный характер и подчиняется гауссовскому закону, то среднеквадратическая ошибка в определении места нуля N -го элемента, очевидно, может быть найдена из соотношения

$$\sigma_N^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 = N\sigma^2. \quad (2)$$

Таким образом, ошибка $\sigma_N = \sigma\sqrt{N}$.

Из-за большого числа элементов, составляющих поверхность антенны, накопленная ошибка может оказаться весьма значительной. Так, приняв за опорный центральный щит сектора, мы с указанным выше значением ошибки должны иметь на краю антенны $\sigma_{кр} \approx 0.17 \text{ мм} \cdot \sqrt{112} = 1.8 \text{ мм}$, что в среднем по поверхности даст $\bar{\sigma} = \sigma_{кр}/\sqrt{2} = 1.3 \text{ мм}$.

Эта величина превосходит допустимые точности для работы в коротковолновой части диапазона РАТАН-600 ($\lambda \approx 1 \text{ см}$). Однако большие значения ошибки достигаются лишь на больших линейных масштабах поверхности отражателя. Следовательно, в ошибке доминируют линейный, квадратичный и кубический члены, которые могут быть исключены поиском оптимальной фокальной точки антенны по наблюдениям других (точечных) космических источников. Имитировать этот процесс можно также (в первом приближении) приведением мест нулей разных юстировок к общему центру антенны (исходной окружности) [7]. Фактическое искажение диаграммы, которое невозможно исключить процессом поиска фокуса, обусловлено остаточными ошибками после выполнения указанной процедуры. На самом деле могут быть реализованы оба варианта. Это значит, что после радиоастрономической юстировки антенны мы можем провести экспериментальный поиск фокуса и уже с ним осуществить контрольные измерения параметров антенны. Однако это требует значительного антенного времени. Поэтому представляет интерес вариант, когда используются все поправки (места нулей) установки облучателя, найденные относительно

мест нулей главного отражателя, которые получены по другой юстировке (не слишком плохой, но не обязательно радиоастрономической). В этом варианте радиоастрономические места нулей предварительно пересчитываются на другой эффективный центр антенны. Тем самым исключаются различия мест нулей на больших масштабах. Таким образом, в новой установке учитываются изменения мест нулей лишь на относительно малых расстояниях вдоль поверхности антенны. С целью оценки возможной величины этой остаточной ошибки накопления в данной работе было проведено математическое моделирование описанного выше процесса.

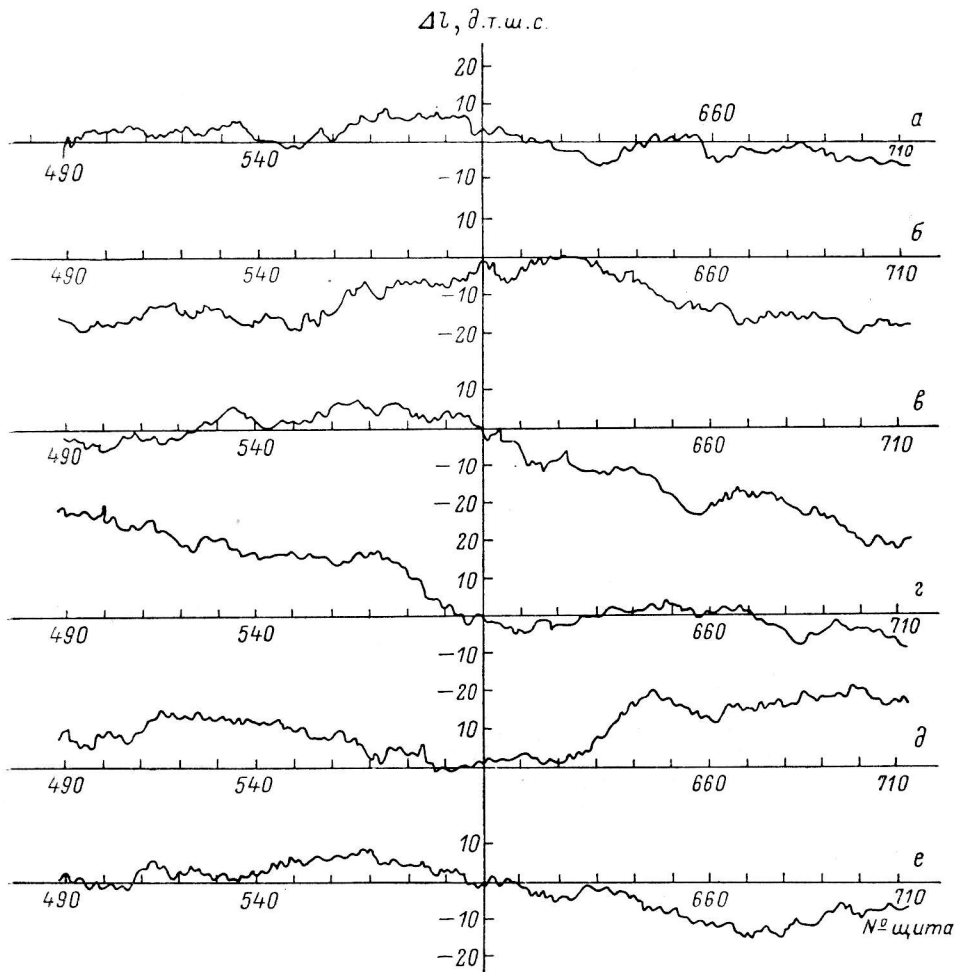


Рис. 1. Кривые накопления случайных ошибок для моделей с $D(x)=1$, $M(x)=0$ (д. т. ш. с. — деления точной шкалы сельсина).

При решении задачи в качестве концептуальной модели принято накопление случайных чисел. Адекватная модель первого порядка сложности предполагает, что случайные ошибки подчиняются нормальному закону распределения с плотностью

$$p(x) \approx 1/\sqrt{2\pi\sigma} e^{-(x-a)^2/2\sigma^2} \quad (3)$$

с дисперсией $D(x)=1$; $M(x)=0$ [4—6].

С помощью стандартной программы генератора случайных чисел для ЭВМ М-222 были получены выборки 1000 нормальных случайных чисел. Из каждой выборки использовалось по 225 случайных чисел, что соот-

ветствовало числу юстируемых элементов. Результаты проигранных вариантов модели выводились в виде таблиц и графиков (рис. 1, 2).

Примем накопленные случайные числа в качестве мест нулей радиальных шкал и приведем их к местам нулей идеальной юстировки, т. е. юстировки, свободной от каких-либо ошибок. Это приведение осуществляется методом привязки двух юстировок к «общему центру» [7]. Полученное в результате такой обработки среднее квадратичное отклонение σ и будет тем, которое характеризует качество радиоастрономической юстировки (рис. 2).

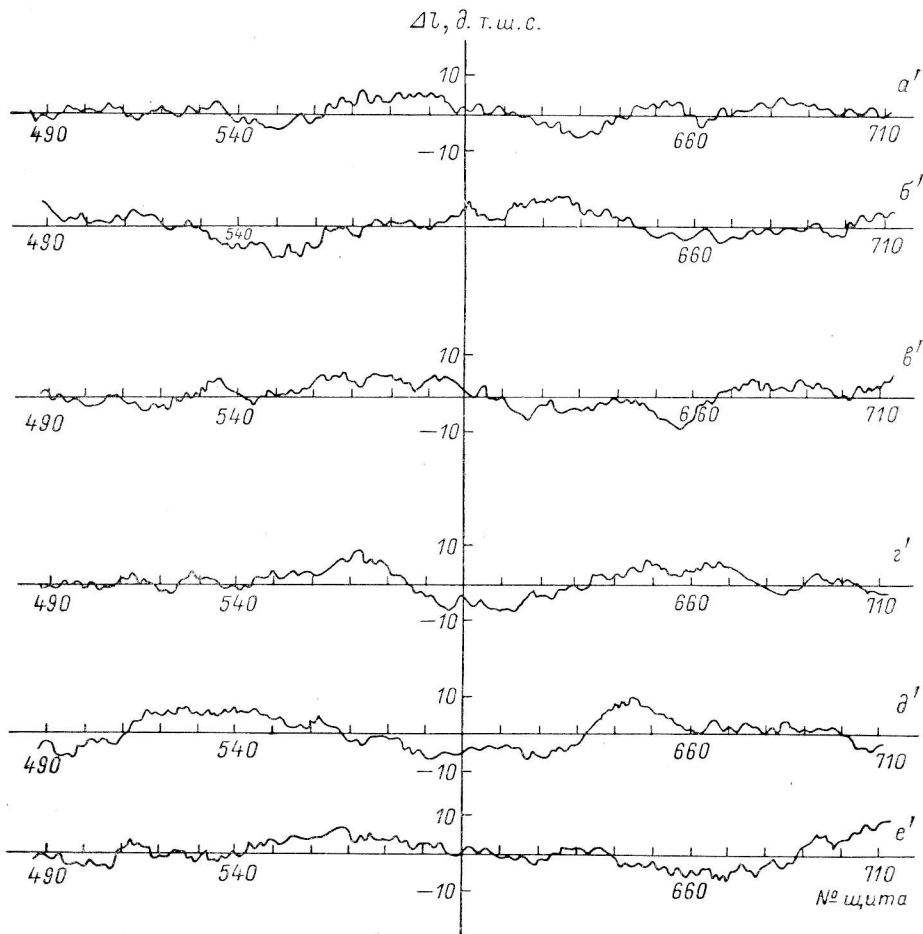


Рис. 2. Кривые накопления случайных ошибок для моделей с $D(x)=1$, $M(x)=0$ после выполнения процедуры приведения «к общему центру».

Полученные результаты моделирования накопления случайных ошибок к краю антенны позволили сделать следующие выводы:

1) кривые графика накопления случайной ошибки не имеют ни периодичности, ни какой-либо другой закономерности, т. е. форма кривой может быть самой разной (рис. 2);

2) накопление случайной ошибки к краю в адекватной модели [$D(x)=1$; $M(x)=0$] может достигать значения около 20 точных делений шкалы сельсина (≈ 3 мм) — рис. 1;

3) для адекватной модели [$D(x)=1$; $M(x)=0$] среднее из остаточных среднее квадратичных отклонений после выполнения процедуры приведения к «общему центру» по восьми проигранным вариантам $\sigma=0.5$ мм.

Подставляя это значение в формулу (4), получим величину потери площади эффективной поверхности антенны для $\lambda=40, 20, 13.5, 8$ мм соответственно 2, 5, 11, 29%:

$$G/G_0 = 1 - 16\pi^2(\sigma/\lambda)^2 \cos^4(\theta/2), \quad (4)$$

где λ — длина волны; θ — высота наблюдаемого источника; σ — величина случайной ошибки.

Дискуссия 1. Приближенная оценка накопления случайной ошибки на краю, найденная по формуле (2), дает величину, равную 1.8 мм, и $\sigma=1.3$ мм по поверхности антенны. Модель накопления случайной ошибки дает величину большую, достигающую 3.5 мм (не обязательно на краю антенны) с $\sigma \approx 1$ мм по поверхности антенны (рис. 1); однако после выполнения процедуры приведения «к общему центру» максимальная величина накопления случайной ошибки не превосходит 1.5 мм, а $\sigma=0.5$ мм (рис. 2). Это остаточное ≈ 0.5 мм может быть уменьшено проведением ряда последовательных юстировок. Так, например, чтобы получить остаточное $\sigma=0.2$ мм, необходимо провести, согласно формуле (2),

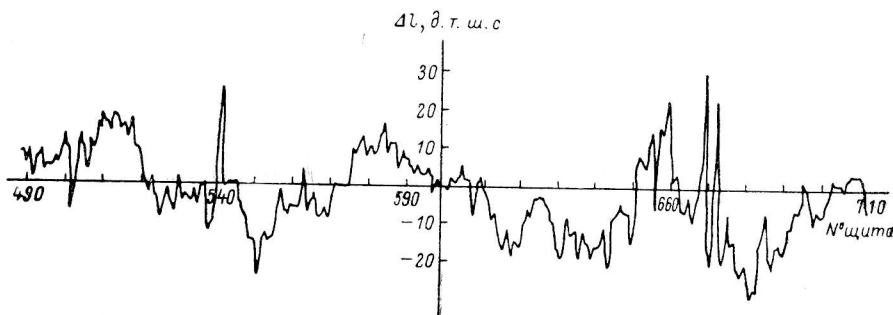


Рис. 3. Кривая разности мест нулей радиальных шкал, найденных из радиоастрономической и автоколлимационной юстировок 1976 г. Северного сектора РАТАН-600.

шесть последовательных юстировок, что требует много антенного времени. В настоящее время разрабатываются методы уменьшения остаточного σ . Одним из вариантов уменьшения является радиоастрономическая юстировка удаленных групп по дискретным источникам, методика которой отрабатывается на РАТАН-600.

Представляет интерес рассмотрение реальных юстировок. На кривой разностей мест нулей радиальных шкал, полученных из радиоастрономической и автоколлимационной юстировок, проведенных в 1976 г. на Северном секторе РАТАН-600, видны «волны» с периодом, равным приблизительно 30 «щитам» (рис. 3). Эти «волны» не могут быть объяснены влиянием накопления случайной ошибки, так как, во-первых, кривые накопления случайной ошибки не обнаруживают ни периодичности, ни какой-либо другой закономерности (рис. 2), во-вторых, амплитуда «волн» (рис. 3) достигает величин, больших 20 точных делений шкалы сельсина, в то время как при накоплении случайной ошибки после выполнения процедуры приведения к общему центру максимальная амплитуда не превосходит 10 точных делений шкалы сельсина (рис. 2). Действительно, если бы причиной возникновения «волн» было накопление случайной ошибки, то такие «волны» существовали бы и на кривых разностей мест нулей радиальных шкал, которые получают из радиоастрономических юстировок, проведенных в соседние дни при одном и том же положении вторичного отражателя. Отсутствие периодических «волн» на рис. 4 еще раз отвергает накопление случайной ошибки как причину возникновения «волн» в разностях мест нулей радиальных шкал, найденных из радиоастрономической и автоколлимационной юстировок.

Опыт проведения радиоастрономических юстировок на БПР показал, что качество поверхности и установки вторичного отражателя существенно влияет на результаты радиоастрономических юстировок угло-

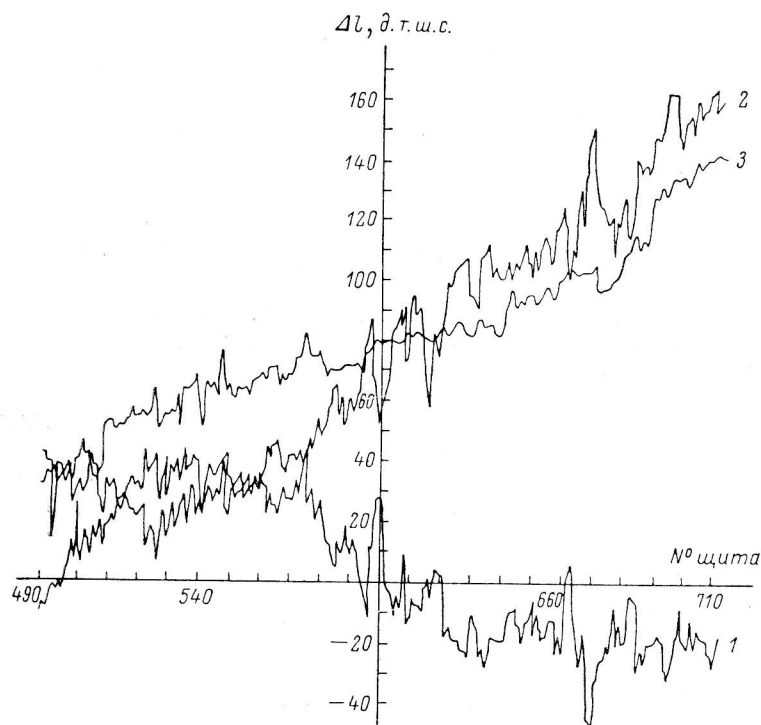


Рис. 4. Кривые разностей мест нулей радиальных шкал, полученных из различных радиоастрономических юстировок.

1 — $l_{\text{ц}} 26.7.1976 - l_{\text{ц}} 28.7.76$; 2 — $l_{\text{ц}} 11.8.76 - l_{\text{ц}} 26.8.76$; 3 — $l_{\text{ц}} 11.8.76 - l_{\text{ц}} 28.8.76$.

местных и радиальных шкал [3]. Поэтому нам кажется, что одной из вероятных причин возникновения «волн» (рис. 3) могут быть особенности поверхности вторичного отражателя.

Автор выражает искреннюю благодарность Г. Б. Гельфрейху за постановку задачи и детальное обсуждение результатов данной работы.

Список литературы

1. Гельфрейх Г. Б. Радиоастрономический способ юстировок антенн переменного профиля. — Изв. Глав. астрон. obs. в Пулкове, 1972, 188, с. 139—148.
2. Гельфрейх Г. Б., Голубчина О. А. Исследование и юстировка Большого пулковского радиотелескопа радиоастрономическим способом. — Астрофиз. исслед. (Изв. САО), 1972, 4, с. 177—191.
3. Гельфрейх Г. Б., Голубчина О. А. Исследование и внедрение радиоастрономической юстировки на БПР. — Радиопизика, 1973, 16, № 9, с. 1429—1433.
4. Агекян Т. А. Основы теории ошибок. М., «Наука», 1968, с. 148.
5. Соболев И. М. Метод Монте-Карло. М., «Наука», 1972, с. 64.
6. Мартин Ф. Моделирование на вычислительных машинах. М., «Сов. радио», 1972, с. 288.
7. Стоцкий А. А., Шиврис О. Н. Юстировка и установка антенны переменного профиля с помощью фазового компаратора. — Изв. Глав. астрон. obs. в Пулкове, 1970, 185, с. 236.