

## РАСЧЕТ ДИАГРАММ НАПРАВЛЕННОСТИ РАДИОТЕЛЕСКОПА РАТАН-600 С УЧЕТОМ АБЕРРАЦИЙ

*Н. А. Есепкина, Б. А. Васильев, И. А. Водоватов, М. Г. Высоцкий*

Приводятся результаты расчета диаграмм направленности радиотелескопа РАТАН-600 при наличии aberrаций, связанных с выносом облучателя из фокуса главного зеркала. Полученные результаты относятся к основному режиму работы радиотелескопа, когда одновременно используется лишь часть отражающих элементов.

The results are given concerning the evaluation of RATAN-600 radiotelescope patterns in the presence of aberrations depending on the feed's movement from the focus of the main mirror. The received results concern to the basic way of operation of the radiotelescope when only some reflecting elements are used simultaneously.

Определение характеристик излучения (диаграмм направленности) радиотелескопа РАТАН-600 с учетом aberrаций представляет большой интерес, так как такие характеристики необходимы для нахождения допустимой области сканирования диаграммы путем перемещения первичного облучателя, а также для обработки результатов наблюдений, так называемой «чистки» измеренного распределения радиояркости [1, 2].

Характеристики радиотелескопа РАТАН-600, выполненного в виде антенны переменного профиля (АПП), с учетом aberrаций могут быть получены расчетным путем или определены с помощью оптического моделирования [3—6]. Настоящая работа посвящена расчету диаграмм направленности радиотелескопа РАТАН-600 при наличии aberrаций, связанных с выносом облучателя из фокуса главного зеркала. Приводятся формулы для определения диаграмм направленности, а также результаты расчета диаграмм, выполненного на ЭВМ. Полученные результаты относятся к основному режиму работы радиотелескопа, когда одновременно используется лишь часть отражающих элементов, т. е. работает один из секторов.

Диаграммы направленности определялись только для основной поляризации, т. е. рассматривалась скалярная задача. Кроме того, считалось, что радиотелескоп является однозеркальной системой с линейным облучателем. Такое предположение вполне оправдано при рассмотрении влияния aberrаций, так как вторичное зеркало радиотелескопа, параболический цилиндр, не вносит дополнительных aberrаций при перемещении первичного облучателя перпендикулярно к фокальной оси. При сканировании же диаграммы в вертикальной плоскости перемещение диаграммы осуществляется за счет движения всего облучателя в целом вместе со вторичным зеркалом. Поэтому и в этом случае aberrации определяются только главным зеркалом радиотелескопа.

**Вывод расчетных формул.** Для расчета диаграмм направленности РАТАН-600 при наличии aberrаций была применена методика, аналогичная использованной в работе [7]. Диаграмма направленности определялась по приближенной дифракционной формуле, исходя из известной формы раскрыва АПП и распределения поля на нем. При вычислениях не учитывались поляризационные эффекты, поэтому использовался скалярный

вариант дифракционной формулы, согласно которой поле  $E$  в дальней зоне антенны связано с полем  $E_1$  на раскрыве интегральным соотношением

$$E = C \int_S E_1 \exp [ik(R + L)] dS, \quad (1)$$

где  $S$  — поверхность раскрыва (рис. 1, а);  $R$  — расстояние от поверхности раскрыва до точки наблюдения;  $L$  — длина пути от первичного облучателя,

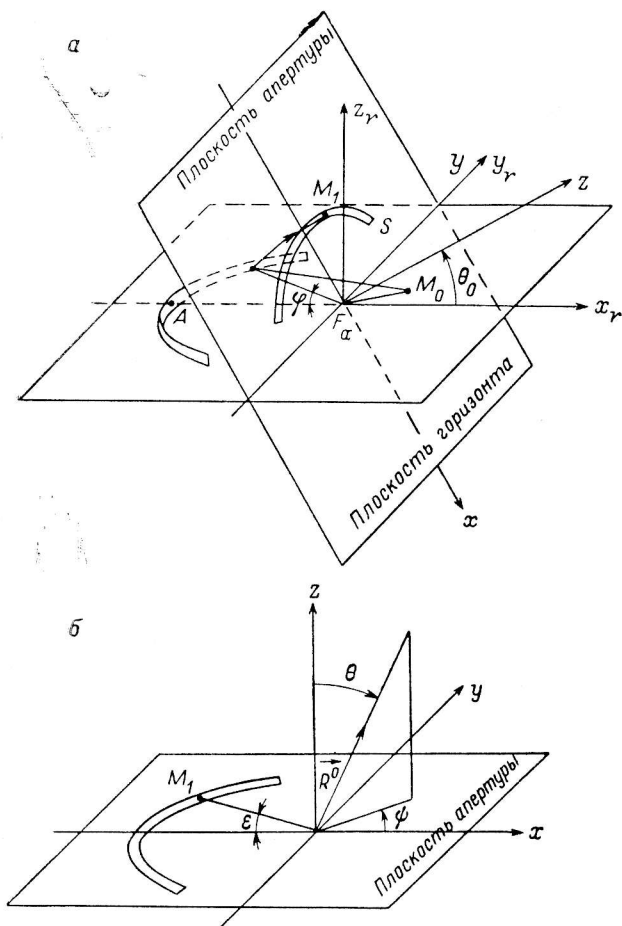


Рис. 1.

расположенного в точке  $M_0(x_0, y_0)$ , до соответствующей точки раскрыва  $M_1(x, y)$ ;  $k$  — волновое число;  $C$  — постоянная величина.

Если облучатель смещен из фокуса отражателя  $F_0$  на расстояние  $\delta = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ , то с точностью до величин второго порядка малости величина  $L$  равна  $L(\varphi) = p + x_0 \cos \varphi + y_0 \sin \varphi$ , где  $p$  — параметр линии центров отражающих элементов;  $\varphi$  — азимут отражающего элемента.

Можно показать [6], что входящий в интеграл (1) фазовый множитель определяется выражением

$$L_1 = R + L(\varphi) = \rho \sin \varphi \left( R_y^2 + \frac{y_0}{f} \right) - \rho (1 - \cos \varphi) \left( R_x^2 \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} + \frac{x_0}{f} \right) + \left( \frac{\rho}{f} - 1 \right) [-y_0 \sin \varphi + x_0 (1 - \cos \varphi)], \quad (2)$$

где  $\rho = \frac{p}{1 + \cos \theta_0 \cos \varphi}$  — уравнение линии центров отражающих элементов;  
 $f = Af_0 = \frac{p}{1 + \cos \theta_0}$  — фокусное расстояние антенны;  $R_x^\circ = \sin \theta \cos \psi$ ,  $R_y^\circ = \sin \theta \sin \psi$  — составляющие орта направления на точку наблюдения  $\mathbf{R}_0$ ;  
 $\theta, \psi$  — угловые сферические координаты;  $\theta_0$  — угол места наблюдения (рис. 1, б). При некоторых условиях найдется такая точка наблюдения ( $R_{x_0}^\circ, R_{y_0}^\circ$ ), для которой члены, пропорциональные  $\rho \sin \varphi$  и  $\rho(1 - \cos \varphi)$ , тождественно равны нулю. Оставшиеся члены равенства (2), зависящие от  $x_0$  и  $y_0$ , определяют aberrации.

Для нахождения ортов  $R_{x_0}^\circ, R_{y_0}^\circ$  получим уравнения:

$$R_{y_0}^\circ + \frac{y_0}{f} = 0; \quad (3a)$$

$$R_{x_0}^\circ \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} + \frac{x_0}{f} = 0, \quad (3b)$$

решения которых имеют вид:

$$R_{y_0}^\circ = -\frac{y_0}{f}; \quad (4a)$$

$$R_{x_0}^\circ = -\frac{x_0}{f \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2}} \text{ при } \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} > \frac{|x_0|}{f}.^* \quad (4b)$$

Орты  $R_{x_0}^\circ, R_{y_0}^\circ$  определяют положение главного максимума диаграммы, соответствующее геометрической оптике при выносе облучателя  $\delta = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ . При этом вынос облучателя  $y_0$  перпендикулярно к фокальной оси приводит к повороту диаграммы в горизонтальной плоскости, как и в обычных параболах, а вынос облучателя  $x_0$  вдоль фокальной оси — к смещению диаграммы в вертикальной плоскости, что характерно только для АПП.

Вводя обозначения  $X = R_x^\circ - R_{x_0}^\circ, Y = R_y^\circ - R_{y_0}^\circ$ , где  $X, Y$  — новые координаты точки наблюдения, фазовую функцию  $L_1(\varphi)$  можно представить в следующем виде:

$$L_1 = Y \rho \sin \varphi - X \rho \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} (1 - \cos \varphi) + \Delta(y_0, x_0, \varphi, \theta_0), \quad (5)$$

где

$$\Delta(y_0, x_0, \varphi, \theta_0) = \frac{\cos \theta_0 (1 - \cos \varphi)}{1 + \cos \theta_0 \cos \varphi} [y_0 \sin \varphi + x_0 (1 - \cos \varphi)] \quad (6)$$

определяет величину aberrаций, при этом фазовая ошибка за счет aberrаций равна

$$\psi_{a\delta} = k \Delta(y_0, x_0, \varphi, \theta_0). \quad (7)$$

Таким образом, при смещении облучателя из фокуса поворот диаграммы направленности АПП сопровождается появлением на раскрыве антенны фазовых ошибок. Как видно из (6), сдвиг облучателя вдоль оси системы  $x_0$ , поворачивающий диаграмму в вертикальной плоскости, приводит к появлению aberrационных членов четных степеней, начиная с четвертой, а сдвиг облучателя перпендикулярно к оси  $y_0$ , поворачивающий диаграмму в горизонтальной плоскости, — к фазовым ошибкам нечетных степеней, характерным для aberrаций типа «комы».

\* Если  $\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} < \frac{|x_0|}{f}$ , то вынос облучателя вдоль фокальной оси не приводит к смещению диаграммы направленности, а вызывает только появление квадратичной фазовой ошибки, определяемой вторым членом в выражении (2) [6].

Для численных расчетов диаграммы направленности удобно перейти от угловой координаты  $\varphi$  в горизонтальной плоскости к координате  $\varepsilon$  в плоскости апертуры антенны. Учитывая соотношения [7]:

$$\sin \varphi = \frac{\sin \varepsilon \sin \theta_0}{1 - \cos \theta_0 \cos \varepsilon}; \quad \cos \varphi = \frac{\cos \varepsilon - \cos \theta_0}{1 - \cos \theta_0 \cos \varepsilon},$$

связывающие координаты  $\varphi$  и  $\varepsilon$ , можно диаграмму направленности АПП с абберациями записать в виде

$$E = \frac{1}{2\varepsilon_0} \int_{-\varepsilon_0}^{\varepsilon_0} E_1(\varepsilon) \exp [i\Phi(\varepsilon)] d\varepsilon, \quad (8)$$

где  $\varepsilon_0$  определяет угловые размеры апертуры АПП, а фазовая функция  $\Phi(\varepsilon)$  находится из выражения

$$\Phi(\varepsilon) = -\frac{kp}{\sin \theta_0} [X \cos \varepsilon + Y \sin \varepsilon] + ky_0 \operatorname{ctg} \frac{\theta_0}{2} \cdot \frac{\cos \theta_0}{1 - \cos \theta_0 \cos \varepsilon} (1 - \cos \varepsilon) \sin \varepsilon - \\ - kx_0 \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta_0}{2} \cdot \frac{\cos \theta_0 (1 - \cos \varepsilon)^2}{1 - \cos \theta_0 \cos \varepsilon}. \quad (9)$$

Сечение  $X=0$  ( $\psi = \pi/2$ ) соответствует горизонтальной диаграмме антенны, а  $Y=0$  ( $\psi = 0$ ) — вертикальной. Полученные формулы справедливы для углов наблюдения  $0 \leq \theta_0 < \pi/2$ . При  $\theta_0 = \pi/2$  абберационные члены пропорциональные линейным степеням выноса облучателя  $x_0, y_0$ , отсутствуют [см. (2)]. Для определения величины аббераций в этом случае необходимо учитывать члены второго порядка малости относительно  $x_0, y_0$ . Выражение для абберационной функции при  $\theta_0 = \pi/2$  приведено в работе [6].

**Результаты расчета диаграмм направленности.** По приведенным формулам на ЭВМ производились численные расчеты диаграмм направленности РАТАН-600 с учетом аббераций. Расчеты были выполнены отдельно для случаев смещения облучателя перпендикулярно к оси системы ( $x_0=0$ ) и вдоль оси ( $y_0=0$ ).

1. При смещении облучателя перпендикулярно к оси вычислялись горизонтальные диаграммы, изменение которых в этом случае представляет наибольший интерес.

Полагая в формулах (8) и (9)  $x_0=0$  и  $X=0$ , после преобразований получим следующее выражение для нормированной диаграммы в горизонтальной плоскости:

$$F(Y, \beta) = F(\theta, \psi_{\max}) = E(Y, \beta)/E(0, 0) = \\ = \left( 1 \int_0^{\varepsilon_0} E_1(\varepsilon) d\varepsilon \right) \int_0^{\varepsilon_0} E_1(\varepsilon) \cos \left[ \frac{kp}{\sin \theta_0} Y \sin \varepsilon + \beta \frac{(1 - \cos \varepsilon) \sin \varepsilon}{1 - \cos \theta_0 \cos \varepsilon} \right] d\varepsilon, \quad (10)$$

где  $Y = \sin \theta$ ;  $\theta$  — угол, определяющий точку наблюдения (рис. 1, б);

$$\beta = ky_0 \cos \theta_0 \operatorname{ctg} \frac{\theta_0}{2} = \psi_{\max} \frac{1 - \cos \theta_0 \cos \varepsilon_0}{(1 - \cos \varepsilon_0) \sin \varepsilon_0}; \quad (10a)$$

$$\psi_{\max} = 2\pi \frac{y_0}{\lambda} \frac{1 - \cos \varepsilon_0}{1 - \cos \theta_0 \cos \varepsilon_0} \cos \theta_0 \operatorname{ctg} \frac{\theta_0}{2} \sin \varepsilon_0 \quad (10б)$$

— величина фазовой ошибки на краю апертуры. Зависимость  $\psi_{\max}$  от  $y_0/\lambda$  для различных  $\theta_0$  приведена на рис. 2. При работе вдоль горизонта ( $\theta_0=0$ ) раскрыв АПП имеет форму прямоугольника. Можно показать, что в этом случае нормированная диаграмма направленности определяется выражением

$$F(Y, \beta) = F(\theta, \psi_{\max}) = E(Y, \beta)/E(0, 0) = \\ = \left( 1 \int_0^{D/2} E_1(y) dy \right) \int_0^{D/2} E_1(y) \cos \left[ ky Y + \beta \frac{(y/p)^2}{1 + (y/p)^2} \right] dy, \quad (11)$$

где

$$\beta = 2ky_0 = \psi_{\max} [1 + (D/2p)^2] (2p/D)^2; \quad (11a)$$

$D$  — горизонтальный размер антенны ( $\theta_0 = 0^\circ$ ).

На рис. 3—5 приведены диаграммы направленности РАТАН-600 для трех углов места ( $\theta_0 = 0, 45, 87^\circ$ ) и значений  $\psi_{\max} = 0, \pi, 2\pi, 3\pi$ . При расчетах распределение поля  $E_1(\varepsilon)$  на раскрыве считалось спадающим до нуля по косинусоидальному закону:  $E_1(\varepsilon) = \cos \gamma\varepsilon$  при  $\gamma\varepsilon_0 = \pi/2$ . Диаграммы построены в зависимости от параметра  $k \frac{D}{2} \sin \theta \approx \pi \frac{D}{\lambda} \theta$ , что позволяет ими пользоваться для различных длин волн и размеров антенны.  $D = \frac{2p}{\sin \theta_0} \sin \varepsilon_0$  определяет горизонтальный размер апертуры для заданного  $\theta_0 \neq 0^\circ$ . Внизу на рисунках приведен масштаб в секундах дуги, соответствующий размерам РАТАН-600 и длине волны  $\lambda = 4$  см.

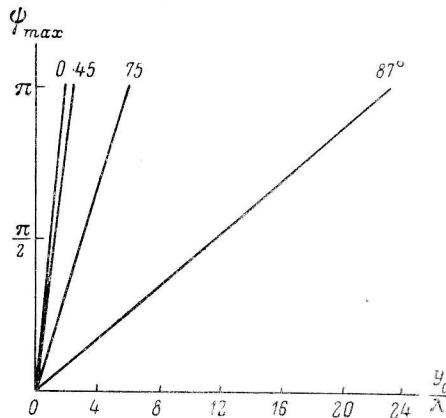


Рис. 2.

Из приведенных диаграмм видно, что при выносе облучателя перпендикулярно к фокальной оси возникают искажения, типичные для aberrаций типа «комы»: появляется несимметричность диаграммы, происходит

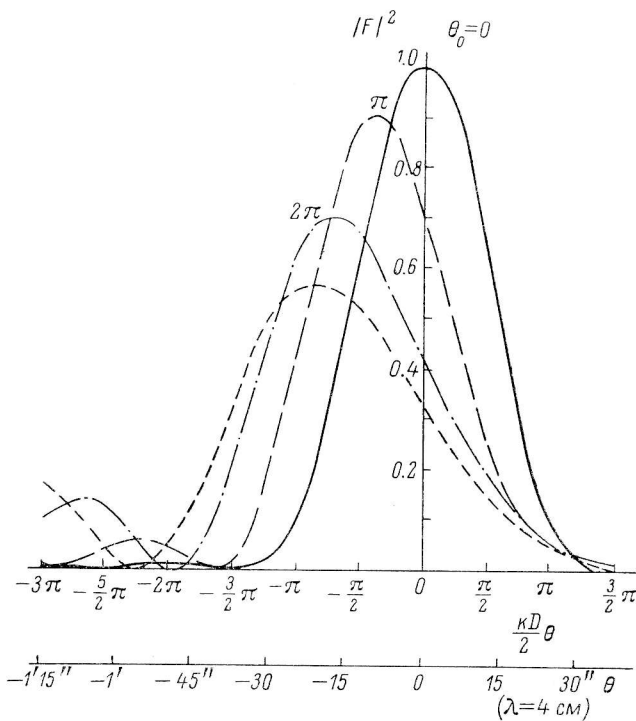


Рис. 3.

смещение максимума главного лепестка относительно положения  $R_{y_0}^0 = -y_0/f$ , соответствующего геометрической оптике, с одновременным уменьшением его величины. Эти искажения мало зависят от угла места  $\theta_0$ , т. е.

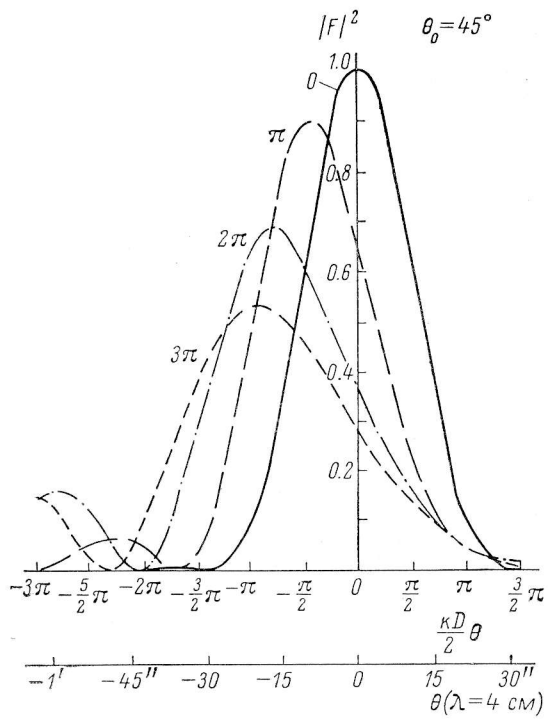


Рис. 4.

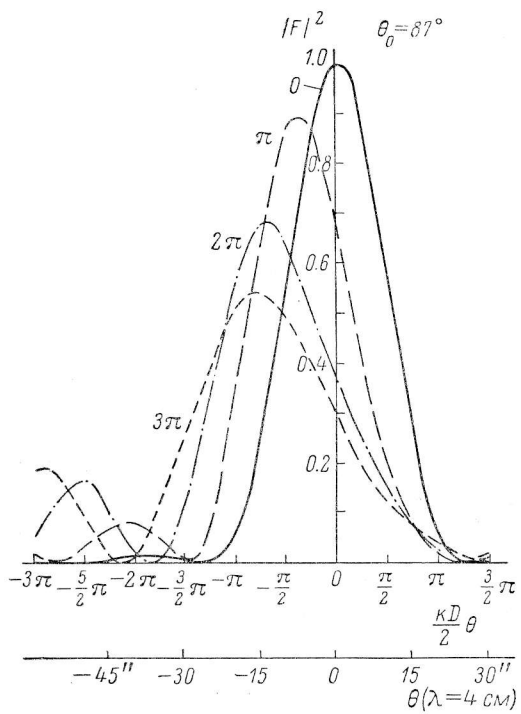


Рис. 5.

от кривизны раскрыва, а определяются в основном величиной максимальной фазовой ошибки  $\psi_{\max}$ , связанной со смещением облучателя  $y_0$  (рис. 2).

На рис. 6 показаны сдвиги максимума  $\delta\theta_{\text{гор}}$  относительно положения, соответствующего геометрической оптике, в зависимости от  $\psi_{\max}$  для угла места  $\theta_0=45^\circ$ . Сдвиги отнесены к ширине  $2\Delta\theta_{\text{гор}}$  горизонтальной диаграммы направленности (по половинной мощности) для антенны без aberrаций ( $x_0=y_0=0$ ). Слева приведен масштаб, соответствующий  $\lambda=4$  см. Аналогичные зависимости получаются при  $\theta_0=0$  и  $87^\circ$ . Из рис. 6 видно, что смещение диаграммы может достигать значительных величин, сравнимых с ее шириной. Это приводит к смещению кульминации источника при наблюдениях с различными выносами  $y_0$ . При обработке необходимо также учитывать, что указанные смещения имеют отрицательный знак

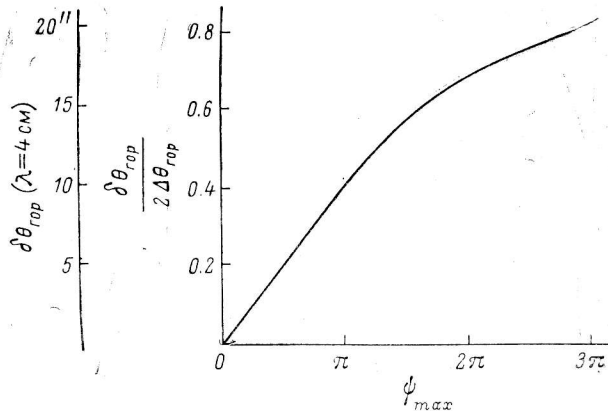


Рис. 6.

по отношению к повороту диаграммы, соответствующему геометрической оптике, т. е. за счет aberrаций происходит «неповорот» диаграммы по отношению к положению, определяемому  $R_{x_0}^0$ . На рис. 7 показано положение диаграммы при различных выносах облучателя  $y_0$ .

Рассмотрение рис. 3—5 показывает, что наибольшее влияние aberrации оказывают на изменение положения главного максимума (относительно  $R_{x_0}^0, R_{y_0}^0$ ); усиление антенны, уровень боковых лепестков и ширина диаграммы направленности менее чувствительны к величине aberrаций. Так, при  $\psi_{\max} \leq \pi$  усиление падает не более чем на 10%, а положение главного максимума изменяется на величину, составляющую более половины ширины горизонтальной диаграммы. Поэтому при обработке результатов наблюдений при работе с выносом облучателя для  $\psi_{\max} \leq \pi$  необходимо в основном учитывать изменение положения главного максимума, а не изменение формы диаграммы.

Если считать допустимой величиной фазовой ошибки  $\psi_{\max} = \pi$ , то, воспользовавшись выражением (10 б), можно построить зависимость  $y_{0 \text{ доп}}/\lambda$  от угла  $\theta_0$ . Такая зависимость приведена на рис. 8. Из рис. 8. видно, что допустимые значения  $y_0$ , а следовательно, и безaberrационное поле РАТАН-600 изменяются от  $1.5\lambda$  при  $\theta_0=0^\circ$  до  $\sim 20\lambda$  при  $\theta_0=87^\circ$ .

2. В случае выноса облучателя вдоль фокальной оси происходит смещение диаграммы в вертикальной плоскости. При этом наибольший интерес представляет изменение вертикальной диаграммы направленности. Для расчета вертикальных диаграмм в формулах (8) и (9) положим  $y_0=0$  и  $Y=0$ . В результате получим

$$F(x, \alpha) = F(\theta, \psi_{\max}) = \text{Re}\{F(x, \alpha)\} + i \text{Im}\{F(x, \alpha)\}, \quad (12)$$

где

$$\text{Re}\{F(x, \alpha)\} = \left(1 \int_0^{\varepsilon_0} E_1(\varepsilon) d\varepsilon\right) \int_0^{\varepsilon_0} E_1(\varepsilon) \cos \left[ \frac{kp}{\sin \theta_0} X \cos \varepsilon - \alpha \frac{(1 - \cos \varepsilon)^2}{1 - \cos \theta_0 \cos \varepsilon} \right] d\varepsilon; \quad (12a)$$

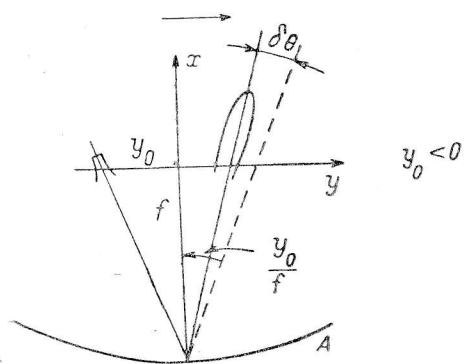
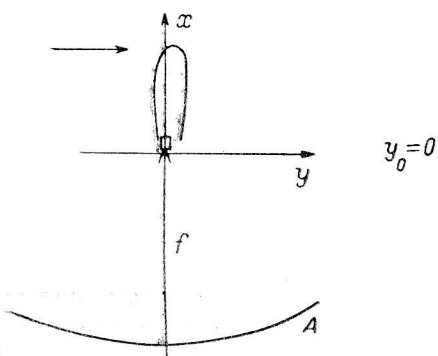
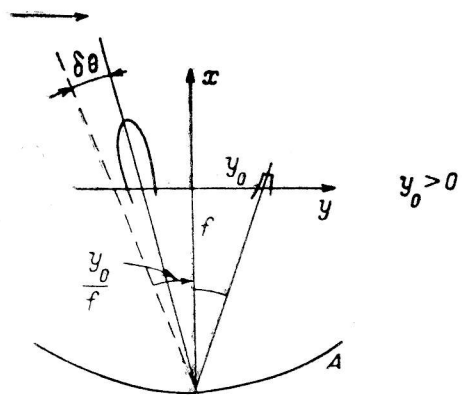


Рис. 7.

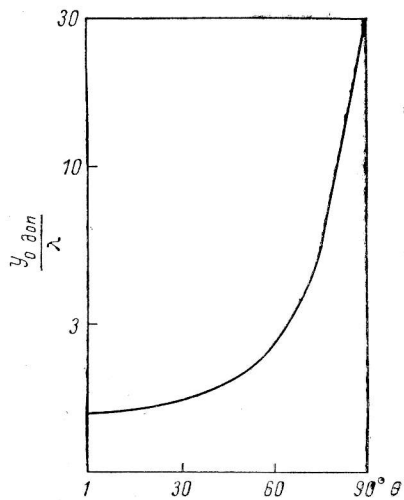


Рис. 8.

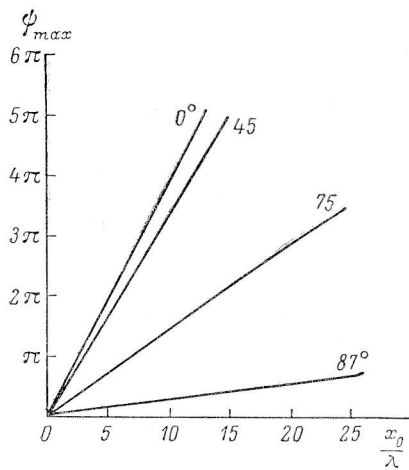


Рис. 9.



$$\operatorname{Im} \{F(x, \alpha)\} = \left(1 \int_0^{\varepsilon_0} E_1(\varepsilon) d\varepsilon\right) \int_0^{\varepsilon_0} E_1(\varepsilon) \sin \left[ \frac{kp}{\sin \theta_0} X \cos \varepsilon - \alpha \frac{(1 - \cos \varepsilon)^2}{1 - \cos \theta_0 \cos \varepsilon} \right] d\varepsilon; \quad (12б)$$

$$\alpha = kx_0 \cos \theta_0 \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta_0}{2} = \psi'_{\max} \frac{1 - \cos \theta_0 \cos \varepsilon}{(1 - \cos \varepsilon_0)^2}; \quad (12в)$$

$$\psi'_{\max} = 2\pi \frac{x_0}{\lambda} \frac{(1 - \cos \varepsilon_0)^2 \cos \theta_0}{1 - \cos \theta_0 \cos \varepsilon} \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta_0}{2}; \quad (12г)$$

$$\frac{\pi}{2} \geq \theta_0 \geq \theta_{0 \min} = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{|x_0|}{f} \quad (\text{см. сноску на с. 199});$$

$\psi'_{\max}$  — фазовая ошибка на краю апертуры, вызванная смещением облучателя из фокуса вдоль оси антенны. Зависимости  $\psi'_{\max}$  от  $x_0/\lambda$ , сосчитанные по формуле (12г), приведены на рис. 9.

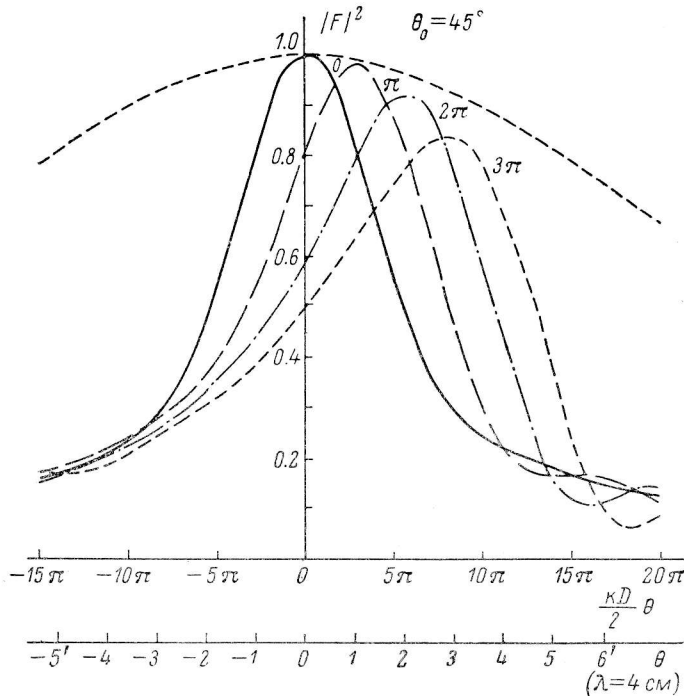


Рис. 10.

На рис. 10, 11 приведены вертикальные диаграммы направленности радиотелескопа РАТАН-600 для углов места  $\theta_0 = 45^\circ, 87^\circ$  при максимальных ошибках  $\psi'_{\max} = 0, \pi, 2\pi, 3\pi$ . Как и в предыдущем случае, распределение поля  $E_1(\varepsilon)$  на раскрыве считалось спадающим до нуля ( $\gamma \varepsilon_0 = \pi/2$ ) и кривые строились в зависимости от параметра  $\frac{kD}{2} \sin \theta \approx \frac{\pi D}{\lambda} \theta$ . Из рис. 10 и 11 видно, что при смещении облучателя вдоль фокальной оси происходит расширение вертикальной диаграммы и уменьшение поля в главном направлении. Кроме того, смещается максимум диаграммы относительно положения  $R_{x_0}^0 = -x_0 / f \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2}$ , соответствующего геометрической оптике. Искажения диаграммы мало зависят от  $\theta_0$ , а определяются практически только величиной  $\psi'_{\max}$ , связанной со смещением облучателя  $x_0$  (рис. 9).

На рис. 12 показаны сдвиги максимума  $\delta \theta_n$  в зависимости от  $\psi'_{\max}$  для угла места  $\theta_0 = 45^\circ$ , отнесенные к ширине вертикальной диаграммы без aberrаций ( $x_0 = 0, y_0 = 0$ ). Слева даны величины  $\delta \theta_b$  для РАТАН-600,

работающего на длине волны  $\lambda=4$  см. Как видно из рис. 12, смещение максимума за счет aberrаций может достигать величин, сравнимых с шириной вертикальной диаграммы, что необходимо учитывать при обработке результатов наблюдений.

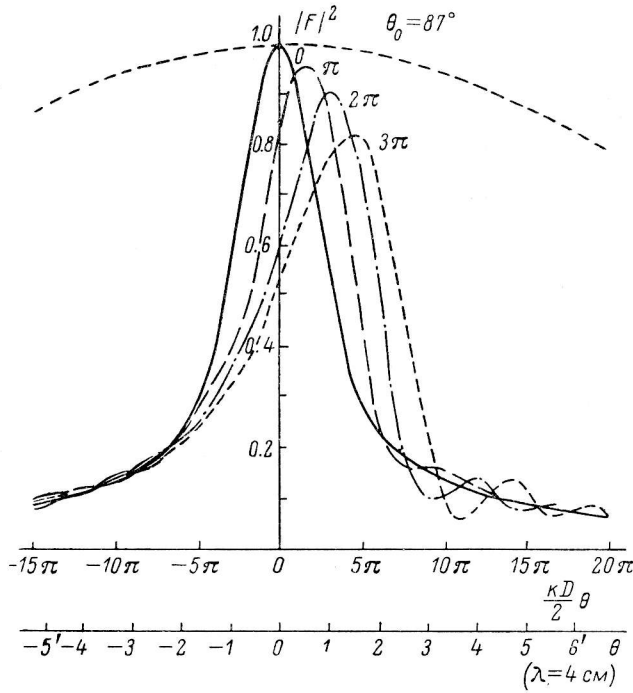


Рис. 11.

Так как при расчетах мы не учитывали вертикальную диаграмму отражающего элемента, то кривые на рис. 10, 11 определяют уменьшение поля в главном направлении только за счет aberrаций. Можно показать,

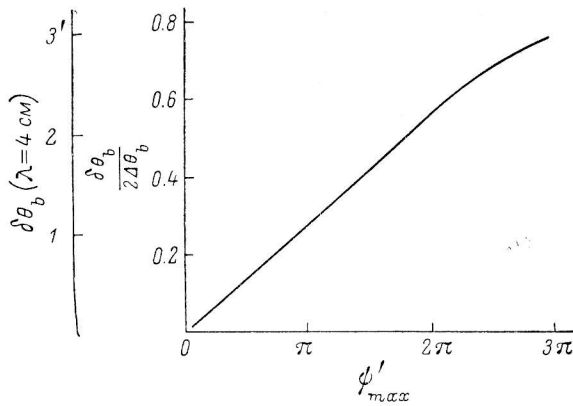


Рис. 12.

что для выбранных значений  $\psi'_{\max}$  влияние диаграммы направленности отражающего элемента еще незначительно. Для больших значений  $\psi'_{\max}$  диаграмму направленности элемента необходимо учитывать, что приведет к более резкому уменьшению усиления в зависимости от выноса облучателя.

Таким образом, проведенные исследования позволили определить ряд характерных особенностей диаграммы направленности РАТАН-600

при наличии аберраций, связанных с выносом облучателя из фокуса главного зеркала. Полученные в работе соотношения и результаты расчета позволяют оценить допустимые величины выноса облучателя из фокуса  $x_0$ ,  $y_0$ , при которых искажения диаграммы направленности, связанные с аберрациями еще невелики. Показано, что величина аберраций уменьшается с увеличением угла места  $\theta_0$ , при этом возможные пределы сканирования диаграммы за счет перемещения облучателя увеличиваются.

Приведенные соотношения и результаты расчета диаграмм для случая  $\theta_0=0$  могут быть использованы и для обработки результатов наблюдений на южном секторе радиотелескопа РАТАН-600, который состоит из параболического цилиндра и плоского отражателя-перископа [8]. Угол наблюдения  $\theta_0$  при этом изменяется только за счет поворота перископа, а не за счет изменения формы поверхности АПП, как при работе в обычном режиме, например, на северном секторе. В этом случае для всех углов наблюдений допустимые значения выноса облучателя  $x_{0 \text{ доп}}$ ,  $y_{0 \text{ доп}}$  одинаковые, так как аберрации возникают только за счет выноса облучателя из фокуса параболического цилиндра.

В заключение отметим, что для дальнейшего исследования характеристик излучения радиотелескопа РАТАН-600 при наличии аберраций необходимо провести детальные расчеты на ЭВМ элементов матрицы Мюллера, а также исследовать диаграмму направленности при работе вблизи зенита с одновременным использованием всех отражающих элементов.

#### Список литературы

1. Фомалон Э. Б. Апертурный синтез с использованием вращения Земли. — ТИИЭР, 1973, 61, № 9, с. 53—63.
2. Фомалон Э. Б., Райт М. К. Х. Интерферометрия и апертурный синтез. — В кн.: Галактическая и внегалактическая радиоастрономия. М., «Мир», 1976, с. 400—454.
3. Гельфрейх Г. Б. Об одном алгоритме расчета диаграмм направленности антенны типа РАТАН-600 с учетом аберраций и поляризационных эффектов. — Астрофиз. исследов. (Изв. САО), 1977, 9, с. 89—98.
4. Князева Л. В. Сканирование лучом в антенне переменного профиля путем смещения первичного источника и облучающей системы. — В кн.: Антенны, вып. 19. М., 1974, с. 33—46.
5. Есепкина Н. А. и др. Использование методов когерентной оптики и голографии для исследования характеристик радиотелескопов. — Изв. вузов (Радиофизика), 1976, 19, № 11, с. 1696—1704.
6. Есепкина Н. А. и др. Исследование характеристик излучения радиотелескопа «РАТАН-600» методом оптического моделирования. — Радиотехника и электроника, 1977, 22, № 7, с. 1484—1492.
7. Есепкина Н. А. и др. Исследование характеристик излучения остронаправленных зеркальных антенн с отражателем переменного профиля. — Радиотехника и электроника, 1961, 6, № 12, с. 1947—1961.
8. Гиндилис Л. М., Есепкина Н. А., Кардашев Н. С. О работе антенны переменного профиля с плоским перископическим отражателем. — Изв. Глав. астрон. obs. в Пулково, 1972, № 188, с. 54—57.