

К ТЕОРИИ РАДИОАСТРОНОМИЧЕСКИХ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

А. Н. Коржавин

Рассмотрены условия, при которых возможно обобщение результатов, полученных Ко [4, 5] — отклик произвольной антенны на волну с произвольной поляризацией — и Н. А. Есепкиной [6, 7] — поляризационная матрица Мюллера для радиотелескопов, на случай произвольного поляризационного представления. Получены выражения, связывающие различные поляризационные режимы работы антенны и их различные поляризационные представления для распределений поля в апертуре антенны, для поля излучения в дальней зоне антенны, для обобщенных параметров Стокса антенны и для элементов матрицы Мюллера радиотелескопа. В качестве примера рассмотрен вопрос об ошибках поляризационных измерений при неточной настройке поляризационных облучателей радиотелескопа.

The conditions of generalization to the arbitrary polarization representation are found for the results, obtained by H. C. Ko [4, 5] — the response of the arbitrary antenna on the wave of the arbitrary polarization, and by N. A. Esepkina [6, 7] — the polarization Mueller matrix for radiotelescopes. The relations between different polarization states of the antenna and their different polarization representations are obtained for the field distributions in the antenna aperture, for the far-zone field distributions, for the generalized Stokes parameters of the antenna and for the elements of the radiotelescope Mueller matrix. As an example the errors of polarization measurements due to the errors of the radiotelescope polarization feeds are discussed.

Измерение поляризационных характеристик космического радиоизлучения дает важнейшую информацию о природе исследуемых объектов. Достоверные сведения о поляризации принимаемого радиоизлучения в ряде случаев являются решающим аргументом в пользу того или иного механизма генерации радиоизлучения, в других случаях позволяют подробно исследовать величину и структуру магнитных полей в изучаемых областях. Измерение поляризации представляет собой более трудную задачу, чем измерение просто интенсивности радиоизлучения, что связано, с одной стороны, с тем, что измеряемые сигналы обычно составляют малую долю от полной интенсивности принимаемого излучения, с другой — с наличием паразитных поляризационных эффектов антенно-аппаратурного комплекса. В этих условиях особую важность приобретает исследование поляризационных характеристик радиотелескопов как приборов, служащих для приема и анализа поляризации принимаемого излучения.

Хотя вопросам измерения поляризации радиоизлучения с помощью радиотелескопов посвящено большое количество работ [1—3], только в некоторых из них производится детальный анализ проблемы. Так, в работах Ко [4, 5] получены общие выражения для отклика антенны с произвольной поляризацией на волну также с произвольной поляризацией. Однако в этих работах не учитываются паразитные поляризационные эффекты в антенной системе. Этот недостаток был успешно преодолен Н. А. Есепкиной, предложившей в работах [6, 7] для этих целей использовать поляризационные матрицы Мюллера.

В упомянутых работах [4—7] поляризационные характеристики описываются с помощью обычных параметров Стокса. В некоторых случаях, однако, для описания состояния поляризации излучения более удобным оказывается применение обобщенных параметров Стокса [8, 9]. Так, если излучение частично поляризовано по кругу, то удобнее его раскладывать на круговые ортогональные составляющие и при анализе преобразований этих параметров в антенне радиотелескопа оказывается полезным описывать поляризационные характеристики антенны с помощью тех же параметров Стокса. В ряде случаев (см., например, [10]) при этом удается получить физически простые и наглядные представления о поляризационных свойствах радиотелескопа, причинах возникновения паразитных поляризационных сигналов и предложить соответствующие способы уменьшения или устранения их влияния на получаемые результаты.

В настоящей работе предприняты усилия для определения условий, при которых возможно обобщение результатов, полученных в работах [4—7], на произвольное поляризационное представление и получен ряд формул для перехода от одного представления к другому, необходимых как при описании поляризационных характеристик радиотелескопа, так и результатов его взаимодействия с принимаемым радиоизлучением. Полученные выводы иллюстрируются анализом ошибок поляризационных измерений, возникающих при неточной настройке приемных поляризационных трактов радиотелескопа.

Обобщенные параметры Стокса. В данном разделе в соответствии с работой [8] приводится определение обобщенных параметров Стокса и некоторые необходимые формулы.

1. Наиболее общим разложением электрического вектора поля электромагнитной волны является разложение его на два ортогональных эллиптических колебания:

$$\vec{E} = (E_1 \vec{e}_1 + E_2 \vec{e}_2) \exp(-j(\omega t - kz)). \quad (1)$$

Здесь E_i — не зависящие или слабо зависящие (по сравнению с частотой ω) от времени t комплексные амплитуды, а \vec{e}_i — орты, ортогональные направлению распространения волны. Экспонента в (1) представляет волну, распространяющуюся в положительном направлении оси z . Предполагается, что напряженность электрического поля описывается действительной частью выражения (1), т. е.

$$\vec{E} = \vec{e}_1 \operatorname{Re} [|E_1| \exp(-j(\omega t - kz - \varphi_1))] + \vec{e}_2 \operatorname{Re} [|E_2| \exp(-j(\omega t - kz - \varphi_2))]. \quad (1a)$$

Комплексные орты \vec{e}_i удовлетворяют требованиям ортогональности и нормировки:

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_1) = (\vec{e}_2, \vec{e}_2) = 1; \quad (\vec{e}_1, \vec{e}_2) = (\vec{e}_2, \vec{e}_1) = 0. \quad (2)$$

Орт $e_1(\gamma, \psi)$, имеющий правое вращение, определяется отношением малой полуоси поляризационного эллипса к большой — $b/a = \operatorname{tg} \gamma$ и углом ψ , образованным большой полуосью эллипса с референтной осью x (рис. 1). Ортогональный орт $\vec{e}_2(\gamma, \psi)$ определяется соответственно углами $-\gamma$ и $\psi + \pi/2$ и имеет левое вращение. Для определенности в соответствии с [11] будем называть поляризацию правой, когда наблюдателю, смотрящему навстречу электромагнитной волне (т. е. смотрящему на плоскость чертежа рис. 1), кажется, что в некоторой плоскости $z = \text{const}$ конец электрического вектора описывает эллипс, двигаясь против часовой стрелки. Как следствие этого определения и выражения (1a), примененного для вещественных ортов \vec{e}_x и \vec{e}_y , для правой эллиптической поляризации мнимая часть отношения комплексных амплитуд E_y и E_x будет положительной: $\operatorname{Im}(E_y/E_x) > 0$.

2. Преобразование комплексных амплитуд вектора \bar{E} от представления (γ, ψ) к представлению (γ', ψ') дается, согласно [8], выражением

$$\bar{E}(\gamma', \psi') = L(\gamma', \psi', \gamma, \psi) \bar{E}(\gamma, \psi), \quad (3)$$

где L — унитарная матрица, для которой в дальнейшем будем пользоваться следующими выражениями:

$$L(\gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi, \gamma, \psi) = \begin{vmatrix} A' & C' \\ B' & D' \end{vmatrix}; \quad (4)$$

$$L(\gamma, \psi, \gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi) = \begin{vmatrix} A & C \\ B & D \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Здесь:

$$\begin{aligned} A &= a - jb; & A' &= a + jb; & a &= \cos \Delta\gamma \cos \Delta\psi; \\ B &= c + jd; & B' &= -c - jd; & b &= \sin(2\gamma + \Delta\gamma) \sin \Delta\psi; \\ C &= -c + jd; & C' &= c - jd; & c &= \cos(2\gamma + \Delta\gamma) \sin \Delta\psi; \\ D &= a + jb; & D' &= a - jb; & d &= \sin \Delta\gamma \cos \Delta\psi. \end{aligned} \quad (6)$$

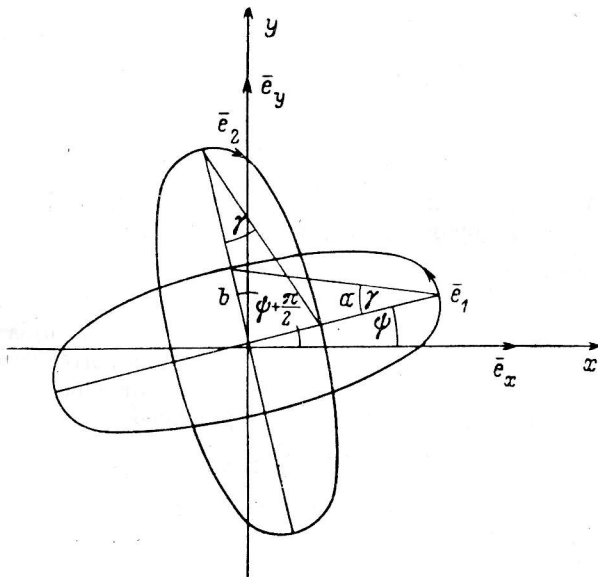


Рис. 4. Комплексные ортогональные орты $\bar{e}_1(\gamma, \psi)$ и $\bar{e}_2(\gamma, \psi)$.

В частности, орты $\bar{e}'_1(\gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi)$ и $\bar{e}'_2(\gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi)$ выражаются через орты $\bar{e}_1(\gamma, \psi)$ и $\bar{e}_2(\gamma, \psi)$ как:

$$\bar{e}'_1 = A\bar{e}_1 + B\bar{e}_2; \quad \bar{e}'_2 = C\bar{e}_1 + D\bar{e}_2, \quad (7)$$

и наоборот:

$$\bar{e}_1 = A'\bar{e}'_1 + B'\bar{e}'_2; \quad \bar{e}_2 = C'\bar{e}'_1 + D'\bar{e}'_2. \quad (8)$$

Отметим, что знаки некоторых величин в (4)—(6) нами изменены по сравнению с приведенными в [8].

3. Из комплексных амплитуд E_1 и E_2 могут быть образованы следующие четыре независимые квадратичные по полю величины:

$$\begin{aligned} S_{11} &= \overline{E_1 E_1^*} = |E_1|^2; \\ S_{22} &= \overline{E_2 E_2^*} = |E_2|^2; \\ S_{12} &= \overline{E_1 E_2^*} = |E_1| |E_2| \exp(-j(\varphi_2 - \varphi_1)); \\ S_{21} &= \overline{E_1^* E_2} = |E_1| |E_2| \exp(+j(\varphi_2 - \varphi_1)). \end{aligned} \quad (9)$$

Эти величины становятся независимыми после усреднения по времени. Аналогично обычным параметрам Стокса далее определяются обобщенные параметры Стокса:

$$\begin{aligned} S_1 &= S_{11} + S_{22} = |E_1|^2 + |E_2|^2; \\ S_2 &= S_{11} - S_{22} = |E_1|^2 - |E_2|^2; \\ S_3 &= S_{12} + S_{21} = 2|E_1||E_2|\cos(\varphi_2 - \varphi_1); \\ S_4 &= j(S_{12} - S_{21}) = 2|E_1||E_2|\sin(\varphi_2 - \varphi_1). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь $|E_i|$ и φ_i — соответственно модули и фазы комплексных амплитуд E_i . Величины S_{ii} являются интенсивностями соответствующих ортогональных компонент электрического поля волны, а S_{ik} характеризуют степень их когерентности. Величины S_{ik} можно рассматривать как элементы 2×2 матрицы. Эта матрица, будучи нормирована, называется матрицей когерентности [4, 12] или тензором поляризации [11].

В случае неполяризованного излучения среднее значение разности фаз $\varphi_2 - \varphi_1$ не определено, при этом

$$S_{11} = S_{22}; \quad S_1 = |E_1|^2 + |E_2|^2; \quad S_2 = S_3 = S_4 = 0. \quad (11)$$

Для полностью поляризованного излучения разность фаз $\varphi_2 - \varphi_1$ не меняется со временем, в этом случае

$$S_{11}S_{22} = S_{12}S_{21}; \quad S_1 = \sqrt{S_2^2 + S_3^2 + S_4^2}. \quad (12)$$

Для полностью поляризованного излучения, очевидно, всегда можно найти такой базис \bar{e}_1, \bar{e}_2 , в котором $E_2 = 0$, тогда

$$S_{11} = |E_1|^2; \quad S_{22} = S_{12} = S_{21} = 0; \quad S_1 = S_2 = S_{11}; \quad S_3 = S_4 = 0. \quad (13)$$

4. Обобщенные параметры Стокса S_i можно рассматривать как компоненты некоторого четырехмерного вектора \bar{S} , называемого вектор-параметром Стокса [8]. Преобразование вектор-параметра \bar{S} от представления (γ, ψ) к представлению (γ', ψ') является линейной однородной операцией:

$$\bar{S}(\gamma', \psi') = K(\gamma', \psi', \gamma, \psi) \bar{S}(\gamma, \psi). \quad (14)$$

В частности, переход от обычных параметров Стокса к обобщенным описывается следующей формулой:

$$\bar{S}(\gamma, \psi) = K(\gamma, \psi, 0, 0) \bar{S}(0, 0) \quad (15a)$$

или:

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\gamma \cos 2\psi & \cos 2\gamma \sin 2\psi & \sin 2\gamma \\ 0 & -\sin 2\psi & \cos 2\psi & 0 \\ 0 & -\sin 2\gamma \cos 2\psi & -\sin 2\gamma \sin 2\psi & \cos 2\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} \quad (15b)$$

В дальнейшем будем пользоваться следующими выражениями для матрицы K :

$$K(\gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi, \gamma, \psi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_1 - K_2 & 2K_3 & 2K_4 \\ 0 & -2K_5 & K_7 + K_9 & K_8 - K_{10} \\ 0 & -2K_6 & -K_8 - K_{10} & K_7 - K_9 \end{pmatrix} \quad (16a)$$

или:

$$K(\gamma, \psi, \gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_1 - K_2 & -2K_5 & -2K_6 \\ 0 & 2K_3 & K_7 + K_9 & -K_8 - K_{10} \\ 0 & 2K_4 & K_8 - K_{10} & K_7 - K_9 \end{pmatrix} \quad (16b)$$

Здесь:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= a^2 + b^2 = \cos^2 \Delta\gamma \cos^2 \Delta\psi + \sin^2 (2\gamma + \Delta\gamma) \sin^2 \Delta\psi; \\
 K_2 &= c^2 + d^2 = \sin^2 \Delta\psi \cos^2 (2\gamma + \Delta\gamma) + \sin^2 \Delta\gamma \cos^2 \Delta\psi; \\
 K_3 &= ac - bd = (\sin 2\Delta\psi \cos 2(\gamma + \Delta\gamma))/2; \\
 K_4 &= ad + bc = (\sin^2 \Delta\psi \sin 2(2\gamma + \Delta\gamma) + \cos^2 \Delta\psi \sin 2\Delta\gamma)/2; \\
 K_5 &= ac + bd = (\sin 2\Delta\psi \cos 2\gamma)/2; \\
 K_6 &= ad - bc = (\cos^2 \Delta\psi \sin 2\Delta\gamma - \sin^2 \Delta\psi \sin 2(2\gamma + \Delta\gamma))/2; \\
 K_7 &= a^2 - b^2 = \cos^2 \Delta\gamma \cos^2 \Delta\psi - \sin^2 (2\gamma + \Delta\gamma) \sin^2 \Delta\psi; \\
 K_8 &= 2ab = \sin 2\Delta\psi \cos \Delta\gamma \sin (2\gamma + \Delta\gamma); \\
 K_9 &= d^2 - c^2 = \sin^2 \Delta\gamma \cos^2 \Delta\psi - \sin^2 \Delta\psi \cos^2 (2\gamma + \Delta\gamma); \\
 K_{10} &= 2cd = \sin 2\Delta\psi \sin \Delta\gamma \cos (2\gamma + \Delta\gamma),
 \end{aligned} \tag{17}$$

5. В заключение отметим, что инвариантными по отношению к представлению (γ, ψ) являются следующие величины, характеризующие излучение:

$$\begin{aligned}
 I &= S_1; \\
 I_{\parallel} &= pI = \sqrt{S_2^2 + S_3^2 + S_4^2} = \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}; \\
 p^2 I^2 \sin^2 2\alpha &= (S_2 \sin 2\gamma + S_4 \cos 2\gamma)^2 = V^2; \\
 p^2 I^2 \cos^2 2\alpha &= (S_2 \cos 2\gamma - S_4 \sin 2\gamma)^2 + S_3^2 = Q^2 + U^2; \\
 I_{\perp} &= I - I_{\parallel}.
 \end{aligned} \tag{18}$$

Здесь I — полная интенсивность излучения; I_{\parallel} , I_{\perp} — интенсивности поляризованной и неполяризованной составляющих излучения; p — степень поляризации; $p \sin 2\alpha$ — степень круговой поляризации; $p \cos 2\alpha$ — степень линейной поляризации. Угол α характеризует величину эллиптичности эллипса поляризованной составляющей и по смыслу совпадает с определением угла γ . Угол ориентации β большой полуоси эллипса поляризации, аналогичный углу ψ , может быть найден из следующего выражения:

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{U}{Q} = \frac{S_2 \cos 2\gamma \sin 2\psi + S_3 \cos 2\psi - S_4 \sin 2\gamma \sin 2\psi}{S_2 \cos 2\gamma \cos 2\psi - S_3 \sin 2\psi - S_4 \sin 2\gamma \cos 2\psi}. \tag{19}$$

Распределение поля в апертуре и векторная диаграмма направленности антенны в режиме передачи. В данном разделе будут получены соотношения, связывающие различные состояния поляризации поля в апертуре антенны, а также в ее дальней зоне. Анализ будет произведен для случая работы антенны на излучение.

1. При работе на передачу, как известно, поля в апертуре антенны и в ее дальней зоне обычно полностью поляризованы. В необходимых случаях возможно излучение частично поляризованной волны, но для этого необходимо использовать два независимых шумовых генератора. Состояние поляризации излучаемой волны зависит как от типа примененного облучателя, так и от конструктивных особенностей антенны радиотелескопа. В качестве поляризационной характеристики облучателя антенны будем принимать состояние поляризации в его дальней зоне в направлении, совпадающем с его геометрической осью. Это состояние может быть описано углами γ_0 и ψ_0 эллипса поляризации, а в представлении $(\gamma_a = \gamma_0, \psi_a = \psi_0)$ — соответствующим ортом $\bar{e}_{a1}(\gamma_a, \psi_a)$. Состояния поляризации поля излучения облучателя в направлениях, не совпадающих с осевым, могут значительно отличаться, что является одной из причин возникновения кросс-поляризации. Отметим, что для облучателя антенны необходимо также учитывать изменение ориентации референтных ортов в зависимости от направления. В качестве таковых обычно используются орты \bar{e}_θ и \bar{e}_φ сферической системы координат. Вдоль геометрической оси облучателя ($\theta=0, \varphi=0$) эти орты с учетом отражений от зеркал, составляющих антенную систему, совпадают с ортами \bar{e}_{xa} и \bar{e}_{ya} прямоуголь-

ной системы координат апертуры, а для остронаправленных антенн их можно считать с большой точностью также параллельными ортам \bar{e}_x, \bar{e}_y в дальней зоне в области главного и близких боковых лепестков диаграммы направленности антенны (рис. 2).

Поле с ортогональной поляризацией $\bar{e}_{a2}(\gamma_a, \psi_a)$ может быть изучено путем эффективной или фактической замены облучателя. При работе с одним передатчиком поля с обоими ортогональными состояниями поляризации \bar{e}_{a1} и \bar{e}_{a2} одновременно излучаться не могут. Оба рассмотренных режима работы облучателя, которые в дальнейшем для краткости будем называть и обозначать поляризационным режимом (γ_0, ψ_0) , запишем в виде:

$$\begin{aligned} \bar{E}_1^g(\gamma_0, \psi_0, \gamma_a, \psi_a) &= E_1^g \bar{e}_{a1}(\gamma_a, \psi_a); \\ \bar{E}_2^g(\gamma_0, \psi_0, \gamma_a, \psi_a) &= E_2^g \bar{e}_{a2}(\gamma_a, \psi_a). \end{aligned} \quad (20)$$

В случае необходимости будем различать основной поляризационный режим (γ_0, ψ_0) , описываемый первой строкой (20) и ортогональный поляризационный режим (γ_0, ψ_0) , описываемый второй строкой (20). Первые два

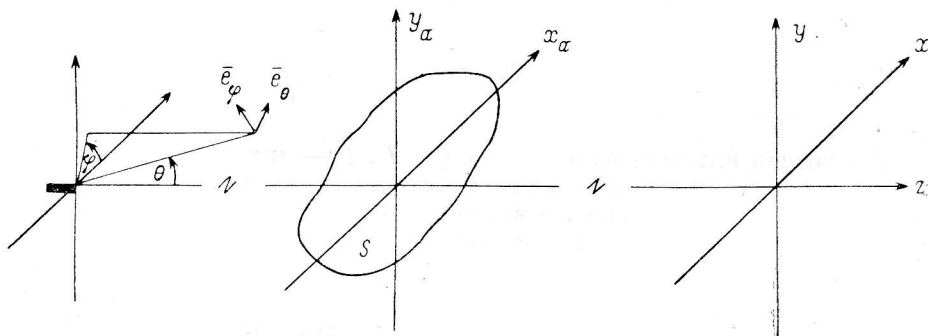


Рис. 2. Системы координат облучателя, апертуры и дальней зоны.

аргумента у $\bar{E}_{1,2}^g$ обозначают режим работы облучателя (γ_0, ψ_0) , а вторые два (γ_a, ψ_a) — представление его. Этому правилу обозначения режимов и представлений различных величин будем следовать и в дальнейшем. В случае (20) режим и его представление совпадают: $\gamma_0 = \gamma_a, \psi_0 = \psi_a$. Нас будут также интересовать выражения для полей (20) в представлении $(\gamma'_a = \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi'_a = \psi_a + \Delta\psi_a)$. В соответствии с (8)

$$\begin{aligned} \bar{E}_1^g(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a) &= E_1^g [A' \bar{e}'_{a1}(\gamma'_a, \psi'_a) + B' \bar{e}'_{a2}(\gamma'_a, \psi'_a)]; \\ \bar{E}_2^g(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a) &= E_2^g [C' \bar{e}'_{a1}(\gamma'_a, \psi'_a) + D' \bar{e}'_{a2}(\gamma'_a, \psi'_a)], \end{aligned} \quad (21)$$

где A', B', C', D' находятся по формулам (6) в зависимости от величин $\gamma_a, \Delta\gamma_a, \Delta\psi_a$.

Рассмотрим теперь два других ортогональных поляризационных режима работы облучателя $(\gamma'_0 = \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi'_0 = \psi_a + \Delta\psi_a)$. В представлении $(\gamma'_a = \gamma_0, \psi'_a = \psi'_0)$ аналогично (20) имеем:

$$\begin{aligned} \bar{E}_1^{g'}(\gamma'_a, \psi'_a, \gamma'_a, \psi'_a) &= E_1^{g'} \bar{e}'_{a1}(\gamma'_a, \psi'_a); \\ \bar{E}_2^{g'}(\gamma'_a, \psi'_a, \gamma'_a, \psi'_a) &= E_2^{g'} \bar{e}'_{a2}(\gamma'_a, \psi'_a), \end{aligned} \quad (22)$$

что в представлении (γ_a, ψ_a) выражается, согласно (7), как

$$\begin{aligned} \bar{E}_1^{g'}(\gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a, \gamma_a, \psi_a) &= E_1^{g'} (A \bar{e}_{a1} + B \bar{e}_{a2}); \\ \bar{E}_2^{g'}(\gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a, \gamma_a, \psi_a) &= E_2^{g'} (C \bar{e}_{a1} + D \bar{e}_{a2}). \end{aligned} \quad (23)$$

2. Распределения напряженности поля электромагнитной волны в апертуре антенны, соответствующие, например, режиму работы (20),

в силу зависимости от направления (θ, φ) состояния поляризации излучения облучателя и из-за изменений состояния поляризации при отражениях от зеркал будут характеризоваться наличием кросс-поляризационных составляющих поля. В представлении ($\gamma_a = \gamma_0, \psi_a = \psi_0$) эти распределения поля могут быть выражены следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{E}_1^a(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a, \psi_a) &= E_1^a [\bar{e}_{a1} g_{11}(x_a, y_a) + \bar{e}_{a2} g_{12}(x_a, y_a)]; \\ \bar{E}_2^a(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a, \psi_a) &= E_2^a [\bar{e}_{a1} g_{21}(x_a, y_a) + \bar{e}_{a2} g_{22}(x_a, y_a)]. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь E_1^a, E_2^a — коэффициенты, учитывающие общее изменение амплитуды и фазы полей \bar{E}_1^a, \bar{E}_2^a . Отметим, что \bar{E}_1^a и \bar{E}_2^a не могут создаваться одновременно и поэтому они совершенно независимы. В наиболее общем случае их можно считать характеристиками двух разных радиотелескопов.

Распределения поля в апертуре антенны для поляризационных режимов работы, описываемых (22), в представлении ($\gamma'_a = \gamma'_0, \psi'_a = \psi'_0$) даются формулами, аналогичными (24):

$$\begin{aligned} \bar{E}_1^{a'}(\gamma'_a, \psi'_a, \gamma'_a, \psi'_a) &= E_1^{a'} (\bar{e}'_{a1} g'_{11} + \bar{e}'_{a2} g'_{12}); \\ \bar{E}_2^{a'}(\gamma'_a, \psi'_a, \gamma'_a, \psi'_a) &= E_2^{a'} (\bar{e}'_{a1} g'_{21} + \bar{e}'_{a2} g'_{22}). \end{aligned} \quad (25)$$

Для каждой точки (x_a, y_a) апертуры вектор электрического поля (24) может быть выражен в представлении ($\gamma'_a = \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi'_a = \psi_a + \Delta\psi_a$). В соответствии с (3—6) получим:

$$\begin{aligned} \bar{E}_1^a(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a) &= E_1^a [\bar{e}'_{a1} (A' g_{11} + C' g_{12}) + \bar{e}'_{a2} (B' g_{11} + D' g_{12})]; \\ \bar{E}_2^a(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a) &= E_2^a [\bar{e}'_{a1} (A' g_{21} + C' g_{22}) + \bar{e}'_{a2} (B' g_{21} + D' g_{22})]. \end{aligned} \quad (26)$$

С другой стороны, в том же представлении (γ'_a, ψ'_a) из (21) видно, что поле облучателя содержит обе ортогональные составляющие \bar{e}'_{a1} и \bar{e}'_{a2} . Выражения (21) относятся только к полю, излучаемому вдоль геометрической оси облучателя ($\theta=0, \varphi=0$). Для других направлений (θ, φ) для некоторых типов облучателей коэффициенты $A'—D'$ в (21) могут оказаться зависящими от (θ, φ). Однако (21) можно рассматривать как условия, необходимые для реализации режимов работы (20) путем фактической комбинации режимов работы (22). Коэффициенты $A'—D'$ в (21) будут определять при этом те амплитудно-фазовые соотношения, соблюдение которых при подключении ортогональных облучателей (22) обеспечит режимы (20). В этом случае выражения (21) будут справедливы для любых направлений (θ, φ), а для каждой из ортогональных составляющих в (21) можно будет применить выражения (25). В результате получим:

$$\begin{aligned} \bar{E}_1^{a'}(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a) &= E_1^{a'} [\bar{e}'_{a1} (A' g'_{11} + B' g'_{21}) + \bar{e}'_{a2} (A' g'_{12} + B' g'_{22})]; \\ \bar{E}_2^{a'}(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a) &= E_2^{a'} [\bar{e}'_{a1} (C' g'_{11} + D' g'_{21}) + \bar{e}'_{a2} (C' g'_{12} + D' g'_{22})]. \end{aligned} \quad (27)$$

Сравнивая (26) и (27), получим соотношения:

$$\begin{aligned} A' g_{11} + C' g_{12} &= A' g'_{11} + B' g'_{21}; & B' g_{11} + D' g_{12} &= A' g'_{12} + B' g'_{22}; \\ A' g_{21} + C' g_{22} &= C' g'_{11} + D' g'_{21}; & B' g_{21} + D' g_{22} &= C' g'_{12} + D' g'_{22}. \end{aligned} \quad (28)$$

— связывающие для каждой точки (x_a, y_a) апертуры распределения g_{ij} и g'_{ij} . Решая уравнения (28) относительно g_{ij} с учетом (6) и (17), получим:

$$\begin{vmatrix} g_{11} \\ g_{12} \\ g_{21} \\ g_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_1 & -K_5 + jK_6 & -K_5 - jK_6 & K_2 \\ K_3 + jK_4 & K_7 + jK_8 & K_9 - jK_{10} & -K_3 - jK_4 \\ K_3 - jK_4 & K_9 + jK_{10} & K_7 - jK_8 & -K_3 + jK_4 \\ K_2 & K_5 - jK_6 & K_5 + jK_6 & K_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} g'_{11} \\ g'_{12} \\ g'_{21} \\ g'_{22} \end{vmatrix} \quad (29)$$

Обозначая столбцы g_{ij} и g'_{ij} в (29) в виде векторов \bar{g} и \bar{g}' , а матрицу коэффициентов как N' , перепишем (29) в векторной форме:

$$\bar{g}(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a, \psi_a) = N'(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a) \bar{g}'(\gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a, \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a). \quad (30)$$

Как и раньше, первых два аргумента у \bar{g} и \bar{g}' обозначают поляризационный режим, а вторые два аргумента — его представление. Аргументы у матрицы N' совпадают по смыслу с аргументами матрицы K в (14). Из (28) можно также получить и обратные соотношения:

$$\bar{g}'(\gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a, \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a) = N(\gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a, \gamma_a, \psi_a) \bar{g}(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a, \psi_a). \quad (31)$$

Матрица N является эрмитово-сопряженной с матрицей N' , т. е. $N^+ = N'$. Выражения (29)—(31) связывают разные состояния поляризации — (γ_0, ψ_0) и (γ'_0, ψ'_0) — поля в апертуре антенны, выраженные в соответствующих представлениях $(\gamma_a = \gamma_0, \psi_a = \psi_0)$ и $(\gamma'_a = \gamma'_0, \psi'_a = \psi'_0)$, причем g_{ij} и g'_{ij} являются функциями координат (x_a, y_a) , а коэффициенты матриц N и N' от них не зависят. Эти коэффициенты по аргументам $\gamma_a, \Delta\gamma_a, \Delta\psi_a$ находятся из (17).

3. Зная распределения напряженности поля в апертуре, легко можно получить выражения и для векторной диаграммы направленности антенны в режиме передачи с учетом кросс-поляризации. В соответствии с [13] с точностью до общего амплитудно-фазового множителя для режимов (20) и распределений (24) получим в представлении $(\gamma_a = \gamma_0, \psi_a = \psi_0)$

$$\begin{aligned} \bar{E}_1(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a, \psi_a) &= \bar{e}_{a1} f_{11}(x, y) + \bar{e}_{a2} f_{12}(x, y); \\ \bar{E}_2(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a, \psi_a) &= \bar{e}_{a1} f_{21}(x, y) + \bar{e}_{a2} f_{22}(x, y). \end{aligned} \quad (32)$$

Выражения для диаграмм $f_{ij}(i, j = 1, 2)$ по основной и кросс-поляризационным составляющим выглядят следующим образом:

$$f_{ij}(x, y) = \int_S g_{ij}(x_a, y_a) \exp[jk(x x_a - y y_a)] dx_a dy_a. \quad (33)$$

Здесь x, y — угловые координаты на небесной сфере, причем ориентация осей x, y соответствует рис. 3.

Для каждого направления излучения (x, y) в дальней зоне вектор электрического поля \bar{E}_1 или \bar{E}_2 в (32) может быть выражен и в представлении $(\gamma'_a = \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi'_a = \psi_a + \Delta\psi_a)$. Аналогично (26) имеем следующие выражения:

$$\begin{aligned} \bar{E}_1(\gamma'_a, \psi'_a, \gamma'_a, \psi'_a) &= \bar{e}'_{a1}(A'f_{11} + C'f_{12}) + \bar{e}'_{a2}(B'f_{11} + D'f_{12}); \\ \bar{E}_2(\gamma'_a, \psi'_a, \gamma'_a, \psi'_a) &= \bar{e}'_{a1}(A'f_{21} + C'f_{22}) + \bar{e}'_{a2}(B'f_{21} + D'f_{22}). \end{aligned} \quad (34)$$

Для режимов работы (22) в представлении (γ'_a, ψ'_a) векторная диаграмма направленности выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{E}'_1(\gamma'_a, \psi'_a, \gamma'_a, \psi'_a) &= \bar{e}'_{a1} f'_{11} + \bar{e}'_{a2} f'_{12}; \\ \bar{E}'_2(\gamma'_a, \psi'_a, \gamma'_a, \psi'_a) &= \bar{e}'_{a1} f'_{21} + \bar{e}'_{a2} f'_{22}, \end{aligned} \quad (35)$$

а в представлении (γ_a, ψ_a) :

$$\begin{aligned} \bar{E}_1(\gamma'_a, \psi'_a, \gamma_a, \psi_a) &= \bar{e}_{a1}(A'f_{11} + C'f_{12}) + \bar{e}_{a2}(B'f_{11} + D'f_{12}); \\ \bar{E}_2(\gamma'_a, \psi'_a, \gamma_a, \psi_a) &= \bar{e}_{a1}(A'f_{21} + C'f_{22}) + \bar{e}_{a2}(B'f_{21} + D'f_{22}). \end{aligned} \quad (36)$$

В представлении $(\gamma'_a = \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi'_a = \psi_a + \Delta\psi_a)$ режимы работы (20) можно рассматривать как комбинации (21), эффективные или фактические, режимов работы (22), тогда, комбинируя (21) и (35), имеем:

$$\begin{aligned} \bar{E}_1(\gamma_a, \psi_a, \gamma'_a, \psi'_a) &= \bar{e}'_{a1}(A'f'_{11} + B'f'_{21}) + \bar{e}'_{a2}(A'f'_{12} + B'f'_{22}); \\ \bar{E}_2(\gamma_a, \psi_a, \gamma'_a, \psi'_a) &= \bar{e}'_{a1}(C'f'_{11} + D'f'_{21}) + \bar{e}'_{a2}(C'f'_{12} + D'f'_{22}). \end{aligned} \quad (37)$$

Сравнивая (37) и (34), как и в случае распределений поля в апертуре антенны, получаем:

$$\vec{f}(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a, \psi_a) = N'(\gamma_a, \psi_a, \gamma'_a, \psi'_a) \vec{f}'(\gamma'_a, \psi'_a, \gamma'_a, \psi'_a) \quad (38)$$

или

$$\vec{f}'(\gamma_a, \psi_a, \gamma'_a, \psi'_a) = N(\gamma'_a, \psi'_a, \gamma_a, \psi_a) \vec{f}(\gamma_a, \psi_a, \gamma_a, \psi_a). \quad (39)$$

Здесь вектор $\vec{f} = (f_{11}, f_{12}, f_{21}, f_{22})$, вектор $\vec{f}' = (f'_{11}, f'_{12}, f'_{21}, f'_{22})$, а матрицы N и N' совпадают с таковыми в (30)—(31). Выражения (38) и (39) связывают разные — (γ_0, ψ_0) и (γ'_0, ψ'_0) — состояния поляризации поля излучения антенны в дальней зоне, выраженные в согласованных представлениях $(\gamma_a = \gamma_0, \psi_a = \psi_0)$ и $(\gamma'_a = \gamma'_0, \psi'_a = \psi'_0)$ для любого направления (x, y) . Коэффициенты матриц N и N' от направления излучения не зависят. Последнее будет справедливым при выполнении условий (21) или (23), что в свою

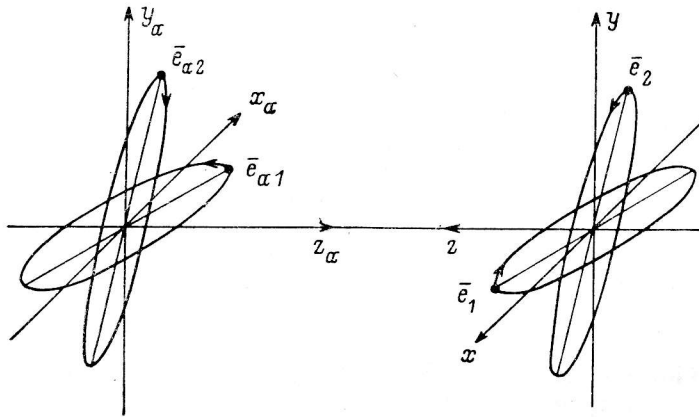


Рис. 3. Системы координат апертуры антенны и космического источника радиоизлучения.

очередь накладывает определенные ограничения на конструкцию облучателя антенны.

Отклик антенны радиотелескопа на волну с произвольной поляризацией. В данном разделе, в основном следуя работе [4], найдем для произвольного представления (γ, ψ) и любого поляризационного режима (γ_0, ψ_0) отклик антенны радиотелескопа, т. е. мощность, выделяющаяся на согласованной нагрузке, подключенной к антенне, для случая приема излучения также с произвольным состоянием поляризации. При этом, как и в работе [4], напряжение на выходе антенны после соответствующего обобщения будем определять как скалярное произведение комплексных электрических векторов поля падающей волны и поля, описывающего работу антенны в режиме приема.

1. Будем различать следующие правые системы координат (рис. 3): $x_a y_a z_a$, связанную с апертурой антенны, в которой излученная антенной электромагнитная волна распространяется в положительном направлении оси z_a , и систему $x y z$, связанную с исследуемым космическим источником излучения, в которой ось z совпадает с направлением распространения излучения от этого источника. Напомним, что координаты $x_a y_a z_a$ линейные, а $x y z$ — угловые. Как видно из рис. 3, имеется следующее соответствие вещественных ортов этих систем координат:

$$\bar{e}_{x_a} = -\bar{e}_x; \quad \bar{e}_{y_a} = \bar{e}_y; \quad \bar{e}_{z_a} = -\bar{e}_z. \quad (40)$$

Рассмотрим в плоскости $x y$ ортогональные комплексные орты \bar{e}_1 и \bar{e}_2 , характеризуемые углами γ и ψ . Эти орты могут быть выражены через вещественные \bar{e}_x и \bar{e}_y согласно (7) следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{e}_1(\gamma, \psi) &= \bar{e}_x(a - jb) + \bar{e}_y(c + jd); \\ \bar{e}_2(\gamma, \psi) &= \bar{e}_x(-c + jd) + \bar{e}_y(a + jb), \end{aligned} \quad (41)$$

где в соответствии с (6)

$$a = \cos \gamma \cos \psi; \quad b = \sin \gamma \sin \psi; \quad c = \cos \gamma \sin \psi; \quad d = \sin \gamma \cos \psi. \quad (42)$$

В плоскости $x_a y_a$ рассмотрим орты \bar{e}_{a1} и \bar{e}_{a2} , характеризуемые углами γ_a и ψ_a . Как видно из рис. 3, если пары ортов \bar{e}_1 и \bar{e}_{a1} и \bar{e}_2 и \bar{e}_{a2} представляют равные и одинаково ориентированные в пространстве эллипсы, то $\psi_a = -\psi$ и $\gamma_a = \gamma$. Согласно (6), (7), (40) и (42) имеем:

$$\begin{aligned} \bar{e}_{a1}(\gamma, -\psi) &= \bar{e}_{xa}(a + jb) + \bar{e}_{ya}(-c + jd) = -[\bar{e}_x(a - jb) + \bar{e}_y(c + jd)]^*; \\ \bar{e}_{a2}(\gamma, -\psi) &= \bar{e}_{xa}(c + jd) + \bar{e}_{ya}(a - jb) = [\bar{e}_x(-c + jd) + \bar{e}_y(a + jb)]^*. \end{aligned} \quad (43)$$

Сравнивая (43) и (41), получим:

$$\bar{e}_{a1}(\gamma, -\psi) = -\bar{e}_1^*(\gamma, \psi); \quad \bar{e}_{a2}(\gamma, -\psi) = \bar{e}_2^*(\gamma, \psi) \quad (44a)$$

или:

$$\bar{e}_{a1}^*(\gamma, -\psi) = -\bar{e}_1(\gamma, \psi); \quad \bar{e}_{a2}^*(\gamma, -\psi) = \bar{e}_2(\gamma, \psi). \quad (44b)$$

Таким образом, орту $\bar{e}_{a1}(\gamma, -\psi)$ соответствует орт $\bar{e}_1(\gamma, \psi)$, но с противоположным направлением вращения и со сдвигом по фазе на π , а орту $\bar{e}_{a2}(\gamma, -\psi)$ — орт $\bar{e}_2(\gamma, \psi)$ также с измененным направлением вращения, но без фазового сдвига.

2. Поле излучения антенны \bar{E}_a^t в дальней зоне в направлении (x, y) для любого поляризованного режима (γ_0, ψ_0) можно всегда разложить на произвольные ортогональные компоненты $\bar{e}_{a1}(\gamma, -\psi)$ и $\bar{e}_{a2}(\gamma, -\psi)$, т. е. выразить в представлении $(\gamma_a = \gamma, \psi_a = -\psi)$

$$\bar{E}_a^t(x, y) = \bar{e}_{a1} f_1(x, y) + \bar{e}_{a2} f_2(x, y). \quad (45)$$

Выражение (45) описывает работу антенны в режиме передачи. В режиме приема характеристики антенны могут быть получены из (45) на основании принципа взаимности [14] и с учетом того, что при переходе на прием изменяется направление распространения волны, описываемой (45). Отметим, что в самом выражении (45) не содержится никакой информации об этом факте. Тем не менее ясно, что изменение направления распространения, как было отмечено в [4], сводится к изменению направления вращения электрического вектора. Иначе говоря, излученная антенной эллиптически поляризованная волна, например с правым вращением, с «точки зрения» падающей на антенну волны оказывается волной с левым вращением, при этом ориентация и отношение осей эллипса не изменяются. Математически это соответствует переходу к комплексно-сопряженному вектору электрического поля. Таким образом, в режиме приема векторная диаграмма направленности антенны \bar{E}_a^r будет выглядеть следующим образом:

$$\bar{E}_a^r(x, y) = \bar{E}_a^{t*}(x, y) = \bar{e}_{a1}^* f_1^*(x, y) + \bar{e}_{a2}^* f_2^*(x, y). \quad (46)$$

3. Электрический вектор \bar{E}° произвольно поляризованной плоской волны, приходящей из направления (x, y) , также может быть разложен на произвольные ортогональные составляющие. Рассмотрим разложение этого вектора на компоненты $\bar{e}_1(\gamma, \psi)$ и $\bar{e}_2(\gamma, \psi)$:

$$\bar{E}^\circ(x, y) = \bar{e}_1 E_1^\circ(x, y) + \bar{e}_2 E_2^\circ(x, y). \quad (47)$$

Скалярное произведение векторов (47) и (46) определяет напряжение U на выходных зажимах антенны при падении на нее волны (47). Чтобы найти это произведение, преобразуем (46) с учетом (44b) к виду

$$\bar{E}_a^r(x, y) = -\bar{e}_1 f_1^*(x, y) + \bar{e}_2 f_2^*(x, y). \quad (48)$$

Тогда

$$U = (\bar{E}^\circ, \bar{E}_a^r) = -E_1^\circ f_1^* + E_2^\circ f_2^*. \quad (49)$$

Рассмотрим теперь разложение вектора \bar{E}° на компоненты $\bar{e}_{a1}(\gamma_a, \psi_a)$ и $\bar{e}_{a2}(\gamma_a, \psi_a)$. Отметим здесь, что, хотя комплексные орты \bar{e}_{a1} и \bar{e}_{a2} введены

главным образом для описания поля антенны в режиме передачи, однако с их помощью можно описывать и поля приходящих от источников волн, ибо эти орты определяют лишь проекции электрического вектора на плоскость $x_a y_a$ и не связаны с направлением распространения волны. Таким образом,

$$\bar{E}^\circ(x, y) = \bar{e}_{a1} E_1^{\circ'}(x, y) + \bar{e}_{a2} E_2^{\circ'}(x, y). \quad (50)$$

Чтобы вычислить скалярное произведение (50) и (46), выразим орты \bar{e}_{a1}^* и \bar{e}_{a2}^* в (46) через орты \bar{e}_{a1} и \bar{e}_{a2} . Согласно (7) для $\Delta\gamma_a = -2\gamma_a$ и $\Delta\psi_a = 0$

$$\begin{aligned} \bar{e}_{a1}^* &= \bar{e}_{a1} \cos 2\gamma_a - j\bar{e}_{a2} \sin 2\gamma_a; \\ \bar{e}_{a2}^* &= -j\bar{e}_{a1} \sin 2\gamma_a + \bar{e}_{a2} \cos 2\gamma_a. \end{aligned} \quad (51)$$

С учетом (51) скалярное произведение комплексных векторов (50) и (46) равно:

$$U' = (\bar{E}^\circ, \bar{E}_a) = E_1^{\circ'}(f_1 \cos 2\gamma_a + jf_2 \sin 2\gamma_a) + E_2^{\circ'}(jf_1 \sin 2\gamma_a + f_2 \cos 2\gamma_a). \quad (52)$$

Видно, что (52) только для двух частных случаев приобретает достаточно простой вид. Для $\gamma_a = 0$, т. е. для вещественных ортов

$$U' = E_1^{\circ'} f_1 + E_2^{\circ'} f_2. \quad (53)$$

Для $\gamma_a = \pi/4$, т. е. для ортов круговой поляризации,

$$U' = j(E_1^{\circ'} f_2 + E_2^{\circ'} f_1). \quad (54)$$

Ввиду зависимости (52) от представления (γ_a) более целесообразно пользоваться выражением (49). Отметим, что в работе [4] используются вещественные орты одни и те же для разложения электрических векторов поля антенны в режиме передачи и поля падающей волны, что соответствует рассмотренному здесь случаю (53). Это, однако, привело в [4] к неудобству, связанному с необходимостью введения различных определений для параметров Стокса падающей волны и волны, излученной антенной. При использовании выражения (49), требующего согласования в (45) и в (47) ортов $\bar{e}_{a1}(\gamma_a, \psi_a)$, $\bar{e}_{a2}(\gamma_a, \psi_a)$ и $\bar{e}_1(\gamma, \psi)$, $\bar{e}_2(\gamma, \psi)$, такого, что $\gamma_a = \gamma$, $\psi_a = -\psi$, параметры Стокса всюду будут определяться единым образом, согласно определениям (9) и (10).

4. Радиометр, подключенный к выходу антенны, измеряет усредненное по времени значение $\overline{UU^*}$ согласно (49):

$$W = \overline{UU^*} = \overline{E_1^\circ E_1^{\circ*}} f_1 f_1^* - \overline{E_1^\circ E_2^{\circ*}} f_1 f_2^* - \overline{E_1^{\circ*} E_2^\circ} f_1^* f_2 + \overline{E_2^\circ E_2^{\circ*}} f_2 f_2^*. \quad (55)$$

Используем (9) для определения величин S_{ij}° для входного сигнала \bar{E}° и величин a_{ij}^t , a_{ij}^r соответственно для полей \bar{E}_a^t и \bar{E}_a^r . Согласно (47), (45) и (48):

$$\begin{aligned} S_{11}^\circ &= \overline{E_1^\circ E_1^{\circ*}}, & a_{11}^t &= f_1 f_1^*, & a_{11}^r &= f_1^* f_1 = a_{11}^t; \\ S_{12}^\circ &= \overline{E_1^\circ E_2^{\circ*}}, & a_{12}^t &= f_1 f_2^*, & a_{12}^r &= -f_1^* f_2 = -a_{12}^t; \\ S_{21}^\circ &= \overline{E_1^{\circ*} E_2^\circ}, & a_{21}^t &= f_1^* f_2, & a_{21}^r &= -f_1 f_2^* = -a_{12}^t; \\ S_{22}^\circ &= \overline{E_2^\circ E_2^{\circ*}}, & a_{22}^t &= f_2 f_2^*, & a_{22}^r &= f_2^* f_2 = a_{22}^t. \end{aligned} \quad (56)$$

По (10) далее могут быть определены обобщенные параметры Стокса \bar{S}° входного сигнала и \bar{a}^t и \bar{a}^r антенны для режимов передачи и приема:

$$\begin{aligned} S_1^\circ &= S_{11}^\circ + S_{22}^\circ; & a_1^t &= a_{11}^\circ + a_{22}^\circ; & a_1^r &= a_{11}^r + a_{22}^r = a_1^t; \\ S_2^\circ &= S_{11}^\circ - S_{22}^\circ; & a_2^t &= a_{11}^\circ - a_{22}^\circ; & a_2^r &= a_{11}^r - a_{22}^r = a_2^t; \\ S_3^\circ &= S_{12}^\circ + S_{21}^\circ; & a_3^t &= a_{12}^\circ + a_{21}^\circ; & a_3^r &= a_{12}^r + a_{21}^r = -a_3^t; \\ S_4^\circ &= j(S_{12}^\circ - S_{21}^\circ); & a_4^t &= j(a_{12}^\circ - a_{21}^\circ); & a_4^r &= j(a_{12}^r - a_{21}^r) = a_4^t. \end{aligned} \quad (57)$$

С использованием (56) и (57) регистрируемую радиометром мощность сигнала (55) можно представить в виде:

$$W = a_{11}^t S_{11}^0 - a_{12}^t S_{12}^0 - a_{21}^t S_{21}^0 + a_{22}^t S_{22}^0; \quad (58a)$$

$$W = a_{11}^r S_{11}^0 + a_{21}^r S_{12}^0 + a_{12}^r S_{21}^0 + a_{22}^r S_{22}^0 \quad (58b)$$

или в виде:

$$W = (a_1^t S_1^0 + a_2^t S_2^0 - a_3^t S_3^0 + a_4^t S_4^0)/2; \quad (59a)$$

$$W = (a_1^r S_1^0 + a_2^r S_2^0 + a_3^r S_3^0 + a_4^r S_4^0)/2. \quad (59b)$$

В выражениях (58), (59) величины S_{ij}^0 и S_i^0 являются произвольным представлением (γ, ψ) обобщенных параметров Стокса падающей волны с произвольной поляризацией, а величины a_{ij}^r и a_i^r в том же представлении (γ, ψ) описывают работу антенны в режиме приема. Величины a_{ij}^t и a_i^t являются представлением $(\gamma_a = \gamma, \psi_a = -\psi)$ обобщенных параметров Стокса поля антенны в дальней зоне в режиме передачи. Каждая из функций f_1 и f_2 в (45) или (48) отличается от нуля как из-за различия поляризационного режима и его представления $(\gamma_0, \psi_0) \neq (\gamma_a, \psi_a)$, так и из-за возможных кросс-поляризационных эффектов. Записи (58b) и (59b), в которых все величины выражены в одном представлении (γ, ψ) , совпадают с полученными в работах [4, 5] и могут быть интерпретированы полностью аналогично тому, как было сделано в этих работах. Этого мы здесь делать не будем.

В (58) и (59) все величины являются функциями координат xu на небесной сфере. Поскольку волны, приходящие из разных направлений (x, y) , некогерентны, то полная энергия, собираемая антенной радиотелескопа в зависимости от ориентации антенны (x, y) , будет выражаться суммой соответствующих интегралов свертки, например

$$W(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \int_{-\infty}^{+\infty} S_i^0(x', y') a_i^r(x-x', y-y') dx' dy'. \quad (59b)$$

Обобщенные параметры Стокса диаграммы направленности радиотелескопа в режиме приема с учетом кросс-поляризации. В данном разделе будут определены для различных поляризационных режимов (γ_0, ψ_0) выражения, связывающие также различные представления (γ, ψ) параметров Стокса диаграммы направленности радиотелескопа в режиме приема, при этом будут использоваться векторные выражения, полученные выше для диаграмм направленности в режиме передачи. Поляризационные режимы (γ_0, ψ_0) , так же как и векторные диаграммы в режиме передачи, будем определять по отношению к референтным ортам $\bar{e}_{x_0}, \bar{e}_{y_0}$ (рис. 3). Векторные диаграммы, характеризующие прием излучения, будем определять по отношению к референтным ортам \bar{e}_x, \bar{e}_y с учетом того, что $\gamma_a = \gamma, \psi_a = -\psi$.

1. Векторные диаграммы направленности антенны (32) в режиме приема в представлении (γ, ψ) для поляризационного режима $(\gamma_0 = \gamma, \psi_0 = -\psi)$ в соответствии с (46) и (48) имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{E}_1^r(\gamma, -\psi, \gamma, \psi) &= -\bar{e}_1 f_{11}^* + \bar{e}_2 f_{12}^*; \\ \bar{E}_2^r(\gamma, -\psi, \gamma, \psi) &= -\bar{e}_1 f_{21}^* + \bar{e}_2 f_{22}^*. \end{aligned} \quad (60)$$

Согласно (9) для этих диаграмм могут быть определены следующие квадратичные по полю величины:

$$\begin{aligned} a_{11} &= f_{11} f_{11}^*; & b_{11} &= f_{21} f_{21}^*; \\ a_{12} &= -f_{11}^* f_{12}; & b_{12} &= -f_{21}^* f_{22}; \\ a_{21} &= -f_{11} f_{12}^*; & b_{21} &= -f_{21} f_{22}^*; \\ a_{22} &= f_{12} f_{12}^*; & b_{22} &= f_{22} f_{22}^*. \end{aligned} \quad (61)$$

Для первой строки (60) в (61) использованы обозначения a_{ij} , совпадающие с аналогичными в (56) для (48), чтобы подчеркнуть, что некоторые из полученных далее выражений могут быть применены и для более общего случая (48), где $\gamma_0 \neq \gamma$, $\psi_0 \neq -\psi$. Значок (r) здесь и далее для всех величин типа a_{ij} , b_{ij} , a_i , b_i опускаем, так как всюду далее будет иметься в виду режим приема. Величины a_{ij} , b_{ij} в (61) можно рассматривать как элементы 2×2 матрицы когерентности, как это было принято в [4]. В отличие от этого будем считать эти величины элементами четырехмерных векторов $\bar{a}(\gamma_0, \psi_0, \gamma, \psi) = (a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22})$ и $\bar{b}(\gamma_0, \psi_0, \gamma, \psi) = (b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22})$.

Рассматриваемые состояния поляризации поля излучения антенны (32) могут быть выражены в представлении $(\gamma'_a = \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi'_a = \psi_a + \Delta\psi_a)$ по формулам (34), которые в режиме приема и в представлении $(\gamma' = \gamma_a, \psi' = -\psi'_a)$ запишем в более компактном виде:

$$\begin{aligned} \bar{E}_1(\gamma, -\psi, \gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi) &= \bar{e}'_1 F_{11} + \bar{e}'_2 F_{12}; \\ \bar{E}_2(\gamma, -\psi, \gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi) &= \bar{e}'_1 F_{21} + \bar{e}'_2 F_{22} \end{aligned} \quad (62)$$

и для которых по (9) также определим квадратичные по полю величины $\bar{A}(\gamma, -\psi, \gamma', \psi')$ и $\bar{B}(\gamma, -\psi, \gamma', \psi')$. Например:

$$\begin{aligned} A_{11} &= F_{11} F_{11}^* = A' A'^* a_{11} - A'^* C' a_{12} - A' C'^* a_{21} + C' C'^* a_{22}; \\ A_{12} &= F_{11} F_{12}^* = -A'^* B' a_{11} + A'^* D' a_{12} + C'^* B' a_{21} - C'^* D' a_{22}; \\ A_{21} &= F_{11}^* F_{12} = -A' B'^* a_{11} + C' B'^* a_{12} + A' D'^* a_{21} - C' D'^* a_{22}; \\ A_{22} &= F_{22} F_{22}^* = B' B'^* a_{11} - B'^* D' a_{12} - B' D'^* a_{21} + D' D'^* a_{22}. \end{aligned}$$

Здесь коэффициенты $A' - D'$ определяются по (6) для $\gamma_a = \gamma$, $\Delta\gamma_a = \Delta\gamma$ и $\Delta\psi_a = -\Delta\psi$. Выполнив необходимые преобразования, получим:

$$\begin{aligned} \bar{A}(\gamma, -\psi, \gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi) &= N^*(\gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi, \gamma, \psi) \bar{a}(\gamma, -\psi, \gamma, \psi); \\ \bar{B}(\gamma, -\psi, \gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi) &= N^*(\gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi, \gamma, \psi) \bar{b}(\gamma, -\psi, \gamma, \psi). \end{aligned} \quad (63)$$

В (63) N^* означает 4×4 матрицу, элементы которой комплексно сопряжены с соответствующими элементами матрицы N в (31). Эти элементы определяются согласно (31) и (17) по аргументам γ , $\Delta\gamma$ и $\Delta\psi$. Отметим, что в режиме передачи для квадратичных по полю величин \bar{a}^t и \bar{A}^t для полей (32) и (34) в дальней зоне антенны справедливы совершенно аналогичные (63) соотношения, например

$$\bar{A}^t(\gamma_0, \psi_0, \gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a) = N^*(\gamma_a + \Delta\gamma_a, \psi_a + \Delta\psi_a, \gamma_a, \psi_a) \bar{a}^t(\gamma_0, \psi_0, \gamma_a, \psi_a).$$

Очевидно, также, что (63) — первая строка — справедливо и для (48).

Аналогично может быть рассмотрен и поляризационный режим работы (22), соответствующий излучению (приему) ортогональных эллиптически поляризованных волн с $\gamma'_0 = \gamma_0 + \Delta\gamma_0$ и $\psi'_0 = \psi_0 + \Delta\psi_0$. Переходя от диаграмм (35) к режиму приема в представлении $(\gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi)$, можно определить $\bar{a}'(\gamma', -\psi', \gamma', \psi') = (a'_{11}, a'_{12}, a'_{21}, a'_{22})$ и $\bar{b}'(\gamma', -\psi', \gamma', \psi')$, а в представлении (γ, ψ) согласно (36) — $\bar{A}'(\gamma', -\psi', \gamma, \psi) = (A'_{11}, A'_{12}, A'_{21}, A'_{22})$ и $\bar{B}'(\gamma', -\psi', \gamma, \psi) = (B'_{11}, B'_{12}, B'_{21}, B'_{22})$. Эти величины, как трудно установить, оказываются связанными следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \bar{A}'(\gamma + \Delta\gamma, -\psi - \Delta\psi, \gamma, \psi) &= \\ = N'^*(\gamma, \psi, \gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi) \bar{a}'(\gamma + \Delta\gamma, -\psi - \Delta\psi, \gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi); \\ \bar{B}'(\gamma + \Delta\gamma, -\psi - \Delta\psi, \gamma, \psi) &= \\ = N'^*(\gamma, \psi, \gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi) \bar{b}'(\gamma + \Delta\gamma, -\psi - \Delta\psi, \gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi). \end{aligned} \quad (64)$$

Элементы матрицы N'^* комплексно сопряжены с элементами матрицы N' в (30). Следует сказать, что по форме (63) и (64) совпадают с выражениями (38) и (39) для векторных диаграмм антенны в режиме

передачи, но в отличие от последних формулы (63) и (64) связывают лишь разные представления (γ, ψ) и $(\gamma' = \gamma + \Delta\gamma, \psi' = \psi + \Delta\psi)$ одного и того же состояния поляризации: $(\gamma_0 = \gamma, \psi_0 = -\psi)$ в случае (63) или $(\gamma'_0 = \gamma + \Delta\gamma, \psi'_0 = -\psi - \Delta\psi)$ в случае (64).

2. Формулы (62) можно рассматривать также, как компактную запись выражений (37) в режиме приема, справедливость которых, как уже указывалось, связана с фактическим выполнением условий (24). В этом случае вместо (63) будем иметь следующие соотношения, связывающие разные состояния поляризации $\bar{A}(\gamma, -\psi, \gamma', \psi')$ и $\bar{B}(\gamma, -\psi, \gamma', \psi')$ с $\bar{a}'(\gamma', -\psi', \gamma', \psi')$ и $\bar{b}'(\gamma', -\psi', \gamma', \psi')$ в одном представлении $(\gamma' = \gamma + \Delta\gamma, \psi' = \psi + \Delta\psi)$:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= K_1 a'_{ij} + (K_5 + jK_6) a'_{i,j+2} + (K_5 - jK_6) b'_{i,j+2} + K_2 b'_{ij}; \\ B_{ij} &= K_2 a'_{ij} + (-K_5 - jK_6) a'_{i,j+2} + (-K_5 + jK_6) b'_{i,j+2} + K_1 b'_{ij}. \end{aligned} \quad (65)$$

Здесь K_1, K_2, K_5, K_6 определяются по $\gamma, \Delta\gamma, \Delta\psi$ по (17), $i, j = 1, 2$ и введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} a'_{13} &= f'_{11} f'^*_{21}; & b'_{13} &= f'_{11} f'^*_{21}; \\ a'_{14} &= -f'_{12} f'^*_{21}; & b'_{14} &= -f'_{11} f'^*_{22}; \\ a'_{23} &= -f'_{11} f'^*_{22}; & b'_{23} &= -f'_{12} f'^*_{21}; \\ a'_{24} &= f'_{12} f'^*_{22}; & b'_{24} &= f'_{12} f'^*_{22}. \end{aligned} \quad (66)$$

Аналогично для (36) в режиме приема при условиях (23) вместо (64) могут быть получены выражения, связывающие разные состояния поляризации $\bar{A}'(\gamma', -\psi', \gamma, \psi)$ и $\bar{B}'(\gamma', -\psi', \gamma, \psi)$ с $\bar{a}(\gamma, -\psi, \gamma, \psi)$ и $\bar{b}(\gamma, -\psi, \gamma, \psi)$ в одном представлении (γ, ψ) :

$$\begin{aligned} A'_{ij} &= K_1 a_{ij} + (-K_3 - jK_4) a_{i,j+2} + (-K_3 + jK_4) b_{i,j+2} + K_2 b_{ij}; \\ B'_{ij} &= K_2 a_{ij} + (K_3 + jK_4) a_{i,j+2} + (K_3 - jK_4) b_{i,j+2} + K_1 b_{ij}. \end{aligned} \quad (67)$$

Здесь K_1, K_2, K_3, K_4 находятся по $\gamma, \Delta\gamma, \Delta\psi$ по (17), $i, j = 1, 2$ и введены обозначения:

$$\begin{aligned} a_{13} &= f_{11} f^*_{21}; & b_{13} &= f^*_{11} f_{21}; \\ a_{14} &= -f_{12} f^*_{21}; & b_{14} &= -f^*_{11} f_{22}; \\ a_{23} &= -f_{11} f^*_{22}; & b_{23} &= -f_{12} f^*_{21}; \\ a_{24} &= f_{12} f^*_{22}; & b_{24} &= f^*_{12} f_{22}. \end{aligned} \quad (68)$$

Комбинируя (64) с (67) и (63) с (65), получаем в итоге 16 уравнений, связывающих 16 величин $a_{ij}(\gamma, -\psi, \gamma, \psi)$, $b_{ij}(\gamma, -\psi, \gamma, \psi)$ с 16 величинами $a'_{ij}(\gamma', -\psi', \gamma', \psi')$, $b'_{ij}(\gamma', -\psi', \gamma', \psi')$, $i=1, 2, j=1, 2, 3, 4$. Все эти величины зависят от координат xu на небесной сфере, причем первые описывают ортогональные состояния поля принимающей антенны при поляризационном режиме $(\gamma_0 = \gamma, \psi_0 = -\psi)$ в представлении (γ, ψ) , а вторые — соответственно для $(\gamma'_0 = \gamma_0 + \Delta\gamma, \psi'_0 = -\psi - \Delta\psi)$ в представлении $(\gamma' = \gamma'_0, \psi' = -\psi'_0)$. Очевидно, эти 16 уравнений могут быть разрешены относительно, например, величин a_{ij}, b_{ij} , однако получение решения в аналитическом виде является весьма громоздкой задачей.

3. В соответствии с (10) и (61) введем в представлении (γ, ψ) обобщенные параметры Стокса для принимающей антенны $\bar{a}_s(\gamma, -\psi, \gamma, \psi) = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ и $\bar{b}_s(\gamma, -\psi, \gamma, \psi) = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ для двух ортогональных поляризационных режимов $(\gamma, -\psi)$ работы облучателя (20):

$$\begin{aligned} a_1 &= a_{11} + a_{22}; & b_1 &= b_{11} + b_{22}; \\ a_2 &= a_{11} - a_{22}; & b_2 &= b_{11} - b_{22}; \\ a_3 &= a_{12} + a_{21}; & b_3 &= b_{12} + b_{21}; \\ a_4 &= j(a_{12} - a_{21}); & b_4 &= j(b_{12} - b_{21}). \end{aligned} \quad (69)$$

Аналогичные выражения в представлении ($\gamma' = \gamma + \Delta\gamma$, $\psi' = \psi + \Delta\psi$) могут быть написаны и для режима работы облучателя (22), т. е. для состояния поляризации ($\gamma'_0 = \gamma'$, $\psi'_0 = -\psi'$). Применяя (10) для режима, (γ , $-\psi$), но в представлении ($\gamma' = \gamma + \Delta\gamma$, $\psi' = \psi + \Delta\psi$), т. е. к формулам (63), получаем связь $\bar{A}_s(\gamma, -\psi, \gamma', \psi') = (A_1, A_2, A_3, A_4)$ и $\bar{B}_s(\gamma, -\psi, \gamma', \psi') = (B_1, B_2, B_3, B_4)$ соответственно с \bar{a}_s и \bar{b}_s :

$$\begin{aligned} \bar{A}_s(\gamma, -\psi, \gamma', \psi') &= K(\gamma', \psi', \gamma, \psi) \bar{a}_s(\gamma, -\psi, \gamma, \psi); \\ \bar{B}_s(\gamma, -\psi, \gamma', \psi') &= K(\gamma', \psi', \gamma, \psi) \bar{b}_s(\gamma, -\psi, \gamma, \psi). \end{aligned} \quad (70)$$

По (10) и (64) для поляризационного режима ($\gamma + \Delta\gamma$, $-\psi - \Delta\psi$):

$$\begin{aligned} \bar{A}'_s(\gamma', -\psi', \gamma, \psi) &= K(\gamma, \psi, \gamma', \psi') \bar{a}'_s(\gamma', -\psi', \gamma', \psi'); \\ \bar{B}'_s(\gamma', -\psi', \gamma, \psi) &= K(\gamma, \psi, \gamma', \psi') \bar{b}'_s(\gamma', -\psi', \gamma', \psi'). \end{aligned} \quad (71)$$

Формулы (70) и (71) связывают разные представления одного и того же состояния поляризации. Матрица K в этих формулах определяется по (16а) и (16б) соответственно. Преобразования (70) и (71) справедливы и в общем случае ($\gamma_0 \neq \gamma$, $\psi_0 \neq -\psi$).

4. Рассматривая опять случай, когда режимы работы облучателя (20) и (22) связаны условиями (24) или (23), можем получить другие выражения для обобщенных параметров Стокса $\bar{A}_s, \bar{B}_s, \bar{A}'_s, \bar{B}'_s$. По (10) и (65) имеем:

$$\begin{aligned} A_i &= K_1 a'_i + K_2 b'_i + K_5 c'_i + K_6 d'_i; \\ B_i &= K_2 a'_i + K_1 b'_i - K_5 c'_i - K_6 d'_i. \end{aligned} \quad (72)$$

Здесь $i = 1, 2, 3, 4$ и введены обозначения:

$$\begin{aligned} c'_1 &= a'_{13} + a'_{24} + b'_{13} + b'_{24}; & d'_1 &= j(a'_{13} + a'_{24} - b'_{13} - b'_{24}); \\ c'_2 &= a'_{13} - a'_{24} + b'_{13} - b'_{24}; & d'_2 &= j(a'_{13} - a'_{24} - b'_{13} + b'_{24}); \\ c'_3 &= a'_{14} + a'_{23} + b'_{14} + b'_{23}; & d'_3 &= j(a'_{14} + a'_{23} - b'_{14} - b'_{23}); \\ c'_4 &= j(a'_{14} - a'_{23} + b'_{14} - b'_{23}); & d'_4 &= -a'_{14} + a'_{23} + b'_{14} - b'_{23}. \end{aligned} \quad (73)$$

Аналогично из (67) по (10) имеем:

$$\begin{aligned} A'_i &= K_1 a_i + K_2 b_i - K_3 c_i - K_4 d_i; \\ B'_i &= K_2 a_i + K_1 b_i + K_3 c_i + K_4 d_i. \end{aligned} \quad (74)$$

Здесь:

$$\begin{aligned} c_1 &= a_{13} + a_{24} + b_{13} + b_{24}; & d_1 &= j(a_{13} + a_{24} - b_{13} - b_{24}); \\ c_2 &= a_{13} - a_{24} + b_{13} - b_{24}; & d_2 &= j(a_{13} - a_{24} - b_{13} + b_{24}); \\ c_3 &= a_{14} + a_{23} + b_{14} + b_{23}; & d_3 &= j(a_{14} + a_{23} - b_{14} - b_{23}); \\ c_4 &= j(a_{14} - a_{23} + b_{14} - b_{23}); & d_4 &= -a_{14} + a_{23} + b_{14} - b_{23}. \end{aligned} \quad (75)$$

Коэффициенты $K_1 - K_6$ в (72) и (74) находятся по значениям $\gamma, \Delta\gamma, \Delta\psi$ из (17). Объединяя (70) с (72) и (71) с (74), получаем в итоге 16 уравнений, связывающих 16 величин a_i, b_i, c_i, d_i , с 16 величинами a'_i, b'_i, c'_i, d'_i , $i = 1, 2, 3, 4$, причем первые описывают ортогональные состояния поля антенны при приеме в режиме ($\gamma_0 = \gamma$, $\psi_0 = -\psi$) и в представлении (γ, ψ), а вторые — соответственно для режима ($\gamma'_0 = \gamma_0 + \Delta\gamma$, $\psi'_0 = \psi_0 - \Delta\psi$) и в представлении ($\gamma' = \gamma'_0$, $\psi' = -\psi'_0$).

Определение из радионаблюдений обобщенных параметров Стокса принимаемого излучения с учетом кросс-поляризации и ошибок измерений.

1. Обратимся теперь к вопросу измерения поляризационных характеристик изучаемого космического радиоизлучения. Рассмотрим случай отсутствия кросс-поляризации. Тогда для режима наблюдений ($\gamma_0 = \gamma$, $\psi_0 = -\psi$) в (60) $f_{12} = 0$ и мощность S_{11} , регистрируемая радиометром, будет описываться первым членом суммы (58б). При переключении антенны на ортогональный режим наблюдений в (60) $f_{21} = 0$ и мощность S_{22} , реги-

стрируемая радиометром, описывается последним членом суммы (586). Полагая также в (60) $f_{11}=f_{22}$, имеем:

$$S_{11} = a_1 S_{11}^{\circ}; \quad S_{22} = a_1 S_{22}^{\circ}. \quad (76)$$

Таким образом, измеренные величины S_{ii} (выходные сигналы) пропорциональны интенсивностям S_{ii}° ортогональных компонент входного сигнала. Строго говоря (76) следует представлять в виде интегралов свертки:

$$S_{11}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{11}^{\circ}(x', y') a_1(x-x', y-y') dx' dy';$$

$$S_{22}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{22}^{\circ}(x', y') a_1(x-x', y-y') dx' dy'. \quad (77)$$

В дальнейшем везде в выражениях, аналогичных (76), а также (58), (59), будем подразумевать интегралы свертки типа (77). Сумма и разность выражений (76), согласно (10), позволяют найти сглаженные диаграммой радиотелескопа распределения по исследуемому источнику в представлении ($\gamma=\gamma_0$, $\psi=-\psi_0$) обобщенных параметров Стокса S_1 и S_2 , что и является целью поляризационных измерений. Измерения интенсивностей S_{11} и S_{22} независимы и, кроме того, могут содержать ошибки измерений. Чтобы выразить некоторые из них, введем коэффициенты q_1 и q_2 , которые будут включать ошибки калибровок, определения эффективной площади и им аналогичные, и будем учитывать также возможные координатные ошибки. Тогда вместо (76) имеем:

$$q_1 S'_{11}(x, y) = q_1 S_{11}(x + \Delta x_1, y + \Delta y_1) = q_1 a_1(x + \Delta x_1, y + \Delta y_1) S_{11}^{\circ} = q_1 a'_1 S_{11}^{\circ};$$

$$q_2 S'_{22}(x, y) = q_2 S_{22}(x + \Delta x_2, y + \Delta y_2) = q_2 a_1(x + \Delta x_2, y + \Delta y_2) S_{22}^{\circ} = q_2 a'_2 S_{22}^{\circ}. \quad (78)$$

Координатные ошибки, учитываемые в (78), — это ошибки сдвига, кроме того, возможны также и ошибки вращения. С учетом (78) выходные параметры Стокса связываются с входными параметрами принимаемого излучения следующим образом:

$$S_1 = q_1 a'_1 S_{11}^{\circ} + q_2 a'_2 S_{22}^{\circ} = M_{11} S_1^{\circ} + M_{12} S_2^{\circ};$$

$$S_2 = q_1 a'_1 S_{11}^{\circ} - q_2 a'_2 S_{22}^{\circ} = M_{21} S_1^{\circ} + M_{22} S_2^{\circ}. \quad (79)$$

Здесь:

$$M_{11} = M_{22} = (q_1 a'_1 + q_2 a'_2)/2;$$

$$M_{12} = M_{21} = (q_1 a'_1 - q_2 a'_2)/2. \quad (80)$$

Из (79) видно, что даже в рассматриваемом случае отсутствия кросс-поляризационных явлений в антенной системе ошибки измерений приводят к паразитным эффектам — взаимному переходу измеряемых величин S_1° и S_2° . Эти ошибки сказываются главным образом на измерении S_2° , так как обычно $S_2^{\circ} \ll S_1^{\circ}$. Из (79) видно, что в этом случае даже при малой величине M_{21} члены $M_{21} S_1^{\circ}$ и $M_{22} S_2^{\circ}$ могут оказаться сравнимыми по величине. Рассмотрим здесь два крайних случая. Отсутствуют координатные ошибки, тогда $M_{21} = a_1 (q_1 - q_2)/2$, в этом случае появляются паразитные сигналы, пропорциональные интенсивности S_1° . Отсутствуют ошибки калибровок, тогда $M_{21} = q (a'_1 - a'_2)/2$, что соответствует близкому сканированию источника, паразитные сигналы, искажающие S_2° , пропорциональны производной от S_1° . В дальнейшем везде, где будет необходимо, будем подразумевать, что коэффициенты q_1 и q_2 содержат ошибки калибровок и им аналогичные и что члены, для которых q_1 и q_2 являются множителями, могут иметь координатные ошибки. Ясно также, что члены, объединенные коэффициентами q_1 , q_2 , будут представлять собой независимые измерения.

2. Обратимся теперь к более общему выражению (59б). Видно, что измеренный (выходной) сигнал представляет собой линейную комбинацию всех четырех параметров Стокса входного сигнала. Таким образом, необходимо выполнить четыре независимых измерения, чтобы получить систему уравнений, решением которой явились бы исследуемые величины S_i^0 . Эти измерения следует провести для режимов (γ_0^i, ψ_0^i) , $i=1, 2, 3, 4$, достаточно отличающихся друг от друга. Результаты таких измерений можно представить в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} q_1 W_1 \\ q_2 W_2 \\ q_3 W_3 \\ q_4 W_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 & a_3^1 & a_4^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 & a_4^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 & a_4^3 \\ a_1^4 & a_2^4 & a_3^4 & a_4^4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_1^0 \\ S_2^0 \\ S_3^0 \\ S_4^0 \end{pmatrix}. \quad (81)$$

Здесь величины S_j^0 , $j=1, 2, 3, 4$, являются представлением (γ, ψ) параметров Стокса входного сигнала, величины a_j^i — представлением (γ, ψ) параметров Стокса антенны в режиме приема и для поляризационных режимов наблюдений (γ_0^i, ψ_0^i) , причем пара значений $(\gamma, -\psi)$ может не совпадать ни с одной из пар (γ_0^i, ψ_0^i) . В (81) все величины являются функциями координат x, y , т. е. двумерными распределениями, а каждая строка (81) — суммой соответствующих интегралов свертки. Решение такой системы уравнений может быть получено в спектральной области, где для каждой пространственной частоты (u, v) уравнения (81) превращаются в обыкновенную систему из четырех линейных уравнений с четырьмя неизвестными. Указанный метод решения был предложен в [15, 16] для аналогичной задачи. Ввиду малости величин S_2^0, S_3^0 и S_4^0 по сравнению с S_1^0 ошибки измерений могут сильно исказить полученный результат.

Система уравнений (81) описывает в общем виде одну из возможных методик измерения поляризации излучения космических радиоисточников, необходимую и достаточную для получения полной информации о сглаженных диаграммой направленности радиотелескопа распределениях S^0 по источникам, причем измеряемые параметры Стокса S^0 могут соответствовать любому желаемому представлению (γ, ψ) . Отметим, что принципы измерения поляризации, аналогичные (81), для ряда частных случаев (γ, ψ) были предложены еще в работах [1, 2] (метод шести антенн).

3. На практике часто предпочитают измерять ортогональные составляющие выходного сигнала антенны, сумма и разность которых при отсуствии кросс-поляризации дают непосредственно сглаженные диаграммой антенны распределения параметров S_1^0 и S_2^0 по источнику. Операции нахождения суммарных и разностных величин легко осуществляются радиотехническими (модуляционными) методами, так что выходные сигналы радиометра оказываются пропорциональными непосредственно искомым значениям параметров Стокса S_1 и S_2 . Следует заметить здесь, что имеются также корреляционные методы измерения поляризации радиоизлучения [17], требующие применения двух независимых радиометров.

Ортогональные составляющие S_{ii} выходного сигнала антенны согласно (60), (69), (56) и (59б) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} S_{11} &= (a_1 S_1^0 + a_2 S_2^0 + a_3 S_3^0 + a_4 S_4^0)/2; \\ S_{22} &= (b_1 S_1^0 + b_2 S_2^0 + b_3 S_3^0 + b_4 S_4^0)/2; \end{aligned} \quad (82)$$

Здесь S_i^0 и S_{ii} являются представлением (γ, ψ) параметров Стокса входного сигнала и интенсивностей выходного сигнала, а a_i, b_i — представлением (γ, ψ) параметров Стокса поля антенны при приеме для ортогональных поляризационных режимов наблюдений $(\gamma_0 = \gamma, \psi_0 = -\psi)$. Сумму и разность ортогональных составляющих S_{ii} выходного сигнала антенны (82)

с учетом кросс-поляризации и возможных ошибок измерений представим аналогично (79) в виде:

$$\begin{aligned} S_1 &= q_1 S_{11} + q_2 S_{22} = m_{11} S_1^{\circ} + m_{12} S_2^{\circ} + m_{13} S_3^{\circ} + m_{14} S_4^{\circ}; \\ S_2 &= q_1 S_{11} - q_2 S_{22} = m_{21} S_1^{\circ} + m_{22} S_2^{\circ} + m_{23} S_3^{\circ} + m_{24} S_4^{\circ}. \end{aligned} \quad (83)$$

Здесь m_{ij} обозначают следующие комбинации поляризационных диаграмм направленности радиотелескопа:

$$\begin{aligned} m_{11} &= (q_1 a_1 + q_2 b_1)/2; & m_{21} &= (q_1 a_1 - q_2 b_1)/2; \\ m_{12} &= (q_1 a_2 + q_2 b_2)/2; & m_{22} &= (q_1 a_2 - q_2 b_2)/2; \\ m_{13} &= (q_1 a_3 + q_2 b_3)/2; & m_{23} &= (q_1 a_3 - q_2 b_3)/2; \\ m_{14} &= (q_1 a_4 + q_2 b_4)/2; & m_{24} &= (q_1 a_4 - q_2 b_4)/2. \end{aligned} \quad (84)$$

Заметим, что в (83) не важно, как получены величины S_1 и S_2 — расчетным способом на основе измерений S_{11} и S_{22} или радиотехническим способом с непосредственным измерением S_1 и S_2 . В последнем случае различие в коэффициентах q_1 и q_2 может связываться с различием коэффициентов передачи модуляционно-фидерных трактов, а координатные ошибки — с различием положений фазовых центров облучателя при переключении его на прием S_{11} или S_{22} .

4. Двух уравнений (83), очевидно, недостаточно для получения полной информации о поляризации принимаемого излучения. Для этого необходимо произвести измерения ортогональных составляющих S'_{ii} еще для двух пар значений (γ'_0, ψ'_0) . Результаты таких измерений для режима $(\gamma'_0 = \gamma + \Delta\gamma, \psi'_0 = -\psi - \Delta\psi)$ в представлении $(\gamma' = \gamma'_0, \psi' = -\psi'_0)$ для S'_i и S'° и для m'_{ij} будут выглядеть аналогично (83) и (84):

$$\begin{aligned} S'_1 &= m'_{11} S'_1 + m'_{12} S'_2 + m'_{13} S'_3 + m'_{14} S'_4; \\ S'_2 &= m'_{21} S'_1 + m'_{22} S'_2 + m'_{23} S'_3 + m'_{24} S'_4. \end{aligned} \quad (85)$$

Сопоставляя (83) и (85), отметим, что S_i и S'_i или S_i° и S'° являются разными представлениями параметров Стокса одного и того же состояния поляризации (входного или выходного сигналов соответственно), а m_{ij} и m'_{ij} обозначают разные представления разных состояний поляризации [комбинаций (84) поляризационных диаграмм направленности радиотелескопа].

Заменим в (85), согласно (16а) и (17), величины S'° их выражениями через S_i° ($i=1, 2, 3, 4$):

$$S'^{\circ}(\gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi) = K(\gamma + \Delta\gamma, \psi + \Delta\psi, \gamma, \psi) S^{\circ}(\gamma, \psi).$$

Объединяя затем члены при S_i° , приведем (85) к следующему виду:

$$\begin{aligned} S'_1 &= M'_{11} S_1^{\circ} + M'_{12} S_2^{\circ} + M'_{13} S_3^{\circ} + M'_{14} S_4^{\circ}; \\ S'_2 &= M'_{21} S_1^{\circ} + M'_{22} S_2^{\circ} + M'_{23} S_3^{\circ} + M'_{24} S_4^{\circ}. \end{aligned} \quad (86)$$

Легко убедиться, что величины M'_{ji} ($j=1, 2$) являются представлением (γ, ψ) величин m'_{ji} для поляризационного режима $(\gamma'_0 = \gamma', \psi'_0 = -\psi')$, причем

$$M'_{ji}(\gamma', -\psi', \gamma, \psi) = K(\gamma, \psi, \gamma', \psi') m'_{ji}(\gamma', -\psi', \gamma', \psi'). \quad (87)$$

Здесь матрица K определяется формулами (16б) и (17). Первые два аргумента у M'_{ji} и m'_{ji} , как и раньше, обозначают поляризационный режим наблюдений (γ'_0, ψ'_0) , а вторые два аргумента — представление (γ, ψ) или (γ', ψ') этих величин. Выражение (87) совпадает с (54), определяющим связи

$$\begin{aligned} A'_i(\gamma', -\psi', \gamma, \psi) &\leftrightarrow a'_i(\gamma', -\psi', \gamma', \psi'); \\ B'_i(\gamma, -\psi', \gamma, \psi) &\leftrightarrow b'_i(\gamma', -\psi', \gamma', \psi'), \end{aligned}$$

так что можно аналогично (84) определять M'_{ji} как

$$\begin{aligned} M'_{1i} &= (q'_1 A'_i + q'_2 B'_i)/2; \\ M'_{2i} &= (q'_1 A'_i - q'_2 B'_i)/2. \end{aligned} \quad (88)$$

5. Пары углов (γ'_0, ψ'_0) , определяющие поляризационный режим работы радиотелескопа, могут быть достаточно произвольными по отношению к (γ_0, ψ_0) , однако особый интерес представляют те из них, при которых $S'_2 = S_3$ или $S'_2 = S_4$, что позволяет измерять радиотехническими методами непосредственно S_3 или S_4 как разности $S'_{11} - S'_{22}$. Согласно (16а, 17), для $(\gamma' = \gamma + \Delta\gamma, \psi' = \psi + \Delta\psi)$:

$$\begin{aligned} S'_2 &= S_2 (\cos 2(\gamma + \Delta\gamma) \cos 2\gamma \cos 2\Delta\psi + \sin 2(\gamma + \Delta\gamma) \sin 2\gamma) + \\ &+ S_3 (\cos 2(\gamma + \Delta\gamma) \sin 2\Delta\psi) + S_4 (-\cos 2(\gamma + \Delta\gamma) \sin 2\gamma \cos 2\Delta\psi + \\ &+ \sin 2(\gamma + \Delta\gamma) \cos 2\gamma). \end{aligned}$$

Отсюда легко получить, что $S'_2 = S_3$ при $\Delta\gamma = -\gamma, \Delta\psi = \pi/4$, т. е. при

$$\gamma' = 0; \quad \psi' = \psi + \pi/4, \quad (89)$$

а $S'_2 = S_4$ возможно при $\Delta\gamma = \pi/4, \Delta\psi = 0$, т. е. при

$$\gamma'' = \gamma + \pi/4, \quad \psi'' = \psi. \quad (90)$$

Для определенных здесь значений (γ', ψ') и (γ'', ψ'') по (16) имеем:

$$\begin{aligned} S'_1 &= S_1; \quad S''_1 = S_1; \\ S'_2 &= S_3; \quad S''_2 = S_4; \\ S'_3 &= -S_2 \cos 2\gamma + S_4 \sin 2\gamma; \quad S''_3 = S_3; \\ S'_4 &= S_2 \sin 2\gamma + S_4 \cos 2\gamma; \quad S''_4 = -S_2, \end{aligned} \quad (91)$$

или

$$\begin{aligned} S_1 &= S'_1; \quad S_1 = S''_1; \\ S_2 &= -S'_3 \cos 2\gamma + S'_4 \sin 2\gamma; \quad S_2 = -S''_4; \\ S_3 &= S'_2; \quad S_3 = S''_3; \\ S_4 &= S'_3 \sin 2\gamma + S'_4 \cos 2\gamma; \quad S_4 = S''_2. \end{aligned} \quad (92)$$

Выражения (91) и (92) связывают также S_i° и $S_i^{\circ'}$. Если поляризационные измерения, описываемые (86), сделаны согласно (89) и (90) для частных значений $(\gamma'_0 = 0, \psi'_0 = \psi_0 - \pi/4)$ и $(\gamma''_0 = \gamma_0 + \pi/4, \psi''_0 = \psi_0)$, тогда вместе с (83) в представлении (γ, ψ) окончательно получим:

$$\begin{aligned} S_1 &= q_1 S_{11} + q_2 S_{22} = M_{11} S_1^\circ + M_{12} S_2^\circ + M_{13} S_3^\circ + M_{14} S_4^\circ; \\ S_2 &= q_1 S_{11} - q_2 S_{22} = M_{21} S_1^\circ + M_{22} S_2^\circ + M_{23} S_3^\circ + M_{24} S_4^\circ; \\ S_1 &= q'_1 S'_{11} + q'_2 S'_{22} = M'_{11} S_1^\circ + M'_{12} S_2^\circ + M'_{13} S_3^\circ + M'_{14} S_4^\circ; \\ S_3 &= q'_1 S'_{11} - q'_2 S'_{22} = M_{31} S_1^\circ + M_{32} S_2^\circ + M_{33} S_3^\circ + M_{34} S_4^\circ; \\ S_1 &= q''_1 S''_{11} + q''_2 S''_{22} = M''_{11} S_1^\circ + M''_{12} S_2^\circ + M''_{13} S_3^\circ + M''_{14} S_4^\circ; \\ S_4 &= q''_1 S''_{11} - q''_2 S''_{22} = M_{41} S_1^\circ + M_{42} S_2^\circ + M_{43} S_3^\circ + M_{44} S_4^\circ. \end{aligned} \quad (93)$$

В (93) вместо m_{ij} ($i=1, 2, j=1, 2, 3, 4$) использованы символы M_{ij} , M'_{2j} , обозначенные как M_{3j} , и M''_{2j} — как M_{4j} . Как видно, разностные величины S_2, S_3, S_4 могут быть заметно искажены, даже если ошибки измерений невелики.

6. Система из 6 уравнений (93) является, вообще говоря, избыточной, для нахождения искомым величин S_i° достаточно четырех из них. Некоторые из возможных способов параллельной регистрации всех четырех параметров Стокса описаны в [18]. 24 коэффициента M_{ij} этой системы,

связанные с поляризационными диаграммами радиотелескопа типа A_i , B_i , все могут быть различными. Их число может быть уменьшено, если учесть, что режимы измерений (γ'_0, ψ'_0) и (γ''_0, ψ''_0) могут быть в соответствии с (23) фактическими или эффективными комбинациями режимов, определяемых углами (γ_0, ψ_0) .

С учетом (23) справедливы выражения (74), которые для $\gamma'_0 = 0$, $\psi'_0 = \psi_0 - \pi/4$ приводятся к следующему виду (в представлении $\gamma = \gamma_0$, $\psi = -\psi_0$):

$$\begin{aligned} A'_1 &= (a_1 + b_1 - c_1)/2; & B'_1 &= (a_1 + b_1 + c_1)/2; \\ A'_2 &= (a_2 + b_2 - c_2)/2; & B'_2 &= (a_2 + b_2 + c_2)/2; \\ A'_3 &= (a_3 + b_3 - c_3)/2; & B'_3 &= (a_3 + b_3 + c_3)/2; \\ A'_4 &= (a_4 + b_4 - c_4)/2; & B'_4 &= (a_4 + b_4 + c_4)/2, \end{aligned} \quad (94)$$

а для $\gamma''_0 = \gamma + \pi/4$, $\psi''_0 = \psi_0$ — к виду:

$$\begin{aligned} A''_i &= (a_i + b_i - d_i)/2; \\ B''_i &= (a_i + b_i + d_i)/2. \end{aligned} \quad (95)$$

С учетом (88), (94) и (95) все коэффициенты в (93) могут быть выражены через поляризационные диаграммы радиотелескопа, отвечающие режиму приема ортогональных компонент (γ_0, ψ_0) в представлении $(\gamma = \gamma_0, \psi = -\psi_0)$. Формулами для M_{ij} ($i=1, 2, j=1, 2, 3, 4$) служат уравнения (84). Рассмотрим остальные коэффициенты:

$$\begin{aligned} M'_{1j} &= [q'_1(a_j + b_j - c_j) + q'_2(a_j + b_j + c_j)]/4; \\ M_{3j} &= [q'_1(a_j + b_j - c_j) - q'_2(a_j + b_j + c_j)]/4; \\ M''_{1j} &= [q''_1(a_j + b_j - d_j) + q''_2(a_j + b_j + d_j)]/4; \\ M_{4j} &= [q''_1(a_j + b_j - d_j) - q''_2(a_j + b_j + d_j)]/4. \end{aligned} \quad (96)$$

Если координатные ошибки и ошибки калибровок отсутствуют, то $M'_{1j} = M''_{1j} = M_{1j}$, при этом остаются 16 различных величин, образующих матрицу $M = M_{ij}$ ($i, j = 1, 2, 3, 4$), а (93) можно записать в виде:

$$\begin{vmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_1^\circ \\ S_2^\circ \\ S_3^\circ \\ S_4^\circ \end{vmatrix} \quad (97)$$

Уравнения (97) связывают в матричном виде обобщенные параметры Стокса S° входного сигнала (поля падающей волны) и выходного \bar{S} (на выходных зажимах антенны радиотелескопа). Элементы матрицы M (матрицы Мюллера) описывают свойства радиотелескопа как прибора, изменяющего состояние поляризации проходящего через него излучения. Такая трактовка поляризационных свойств антенн радиотелескопов впервые была предложена Н. А. Есепкиной в работах [6, 7]. В (97) величины \bar{S} и S° являются произвольным представлением (γ, ψ) обобщенных параметров Стокса входного и выходного сигнала, а M_{ij} — представлением (γ, ψ) соответствующих комбинаций обобщенных параметров Стокса a_i, b_i, c_i, d_i диаграммы направленности антенны при приеме для двух ортогональных поляризационных режимов работы ($\gamma_0 = \gamma, \psi_0 = -\psi$). Приведем окончательные выражения для элементов M_{ij} , справедливые для любых (γ, ψ) :

$$\begin{aligned} M_{11} &= q(a_1 + b_1)/2 = q(a_{11} + a_{22} + b_{11} + b_{22})/2; \\ M_{12} &= q(a_2 + b_2)/2 = q(a_{11} - a_{22} + b_{11} - b_{22})/2; \\ M_{13} &= q(a_3 + b_3)/2 = q(a_{12} + a_{21} + b_{12} + b_{21})/2; \\ M_{14} &= q(a_4 + b_4)/2 = q(a_{12} - a_{21} + b_{12} - b_{21})/2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{21} &= q(a_1 - b_1)/2 = q(a_{11} + a_{22} - b_{11} - b_{22})/2; \\
M_{22} &= q(a_2 - b_2)/2 = q(a_{11} - a_{22} - b_{11} + b_{22})/2; \\
M_{23} &= q(a_3 - b_3)/2 = q(a_{12} + a_{21} - b_{12} - b_{21})/2; \\
M_{24} &= q(a_4 - b_4)/2 = qj(a_{12} - a_{21} - b_{12} + b_{21})/2;
\end{aligned} \tag{98}$$

$$\begin{aligned}
M_{31} &= -qc_1/2 = q(-a_{13} - a_{24} - b_{13} - b_{24})/2; \\
M_{32} &= -qc_2/2 = q(-a_{13} + a_{24} - b_{13} + b_{24})/2; \\
M_{33} &= -qc_3/2 = q(-a_{14} - a_{23} - b_{14} - b_{23})/2; \\
M_{34} &= -qc_4/2 = qj(-a_{14} + a_{23} - b_{14} + b_{23})/2; \\
M_{41} &= -qd_1/2 = qj(-a_{13} - a_{24} + b_{13} + b_{24})/2; \\
M_{42} &= -qd_2/2 = qj(-a_{13} + a_{24} + b_{13} - b_{24})/2; \\
M_{43} &= -qd_3/2 = qj(-a_{14} - a_{23} + b_{14} + b_{23})/2; \\
M_{44} &= -qd_4/2 = q(a_{14} - a_{23} - b_{14} + b_{23})/2.
\end{aligned}$$

7. Формулы (63)–(67), (70)–(74) могут использоваться для преобразований M_{ij} , a_{ij} , b_{ij} , a_i , b_i , c_i , d_i ($i, j=1, 2, 3, 4$) к любым представлениям ($\gamma' = \gamma + \Delta\gamma$, $\psi' = \psi + \Delta\psi$). Выражения (98) по форме с точностью до знака для некоторых членов совпадают с выражениями для элементов матрицы D в работе [8], описывающей в общем виде взаимодействие излучения с веществом, что позволяет проводить глубокие физические аналогии процесса (97) с различными физическими явлениями. В представлении ($\gamma = \gamma_0 = 0$, $\psi = \psi_0 = 0$) выражения (98) могут быть также сопоставлены с аналогичными выражениями, полученными ранее в работах [6, 7], при этом оказывается, что матрица M в [6, 7] совпадает с точностью до знака для некоторых членов с транспонированной матрицей M в (97). Это различие, очевидно, связано с тем, что в [6, 7] рассматривается работа антенны в режиме передачи, а (97) получено для случая работы антенны в режиме приема.

Методы нахождения из (97) сглаженных диаграммой антенны распределений $\bar{S}^0(x, y)$ по источнику радиоизлучения предложены в работах [15, 16] и аналогичны методам решения уравнений (81).

Учет неточности установки поляризационных режимов работы облучателя радиотелескопа. В качестве иллюстрации применения некоторых из полученных выше соотношений проанализируем ошибки поляризационных измерений, возникающие при неточной установке поляризационных режимов работы антенны. Эти ошибки, очевидно, целиком связаны с ошибками настройки поляризационных облучателей радиотелескопа.

1. Для анализа данного вопроса достаточно рассмотреть измерение ортогональных компонент S_{11} и S_{22} выходного сигнала антенны, соответствующих произвольному представлению (γ, ψ). Ошибки настройки поляризационных облучателей будем характеризовать малыми величинами $\Delta\gamma$, $\Delta\psi$, имеющими тот же смысл, который им придавался выше для связи различных поляризационных режимов. Таким образом, для измерения $S_{11}(\gamma, \psi)$ и $S_{22}(\gamma, \psi)$ необходимо установить ортогональные режимы приема ($\gamma_0 = \gamma$, $\psi_0 = -\psi$), что практически реализуется с определенными ошибками: при измерении S_{11} имеем режим ($\gamma'_0 = \gamma + \Delta\gamma_1$, $\psi'_0 = -\psi - \Delta\psi_1$), а при измерении S_{22} — режим ($\gamma''_0 = \gamma + \Delta\gamma_2$, $\psi''_0 = -\psi - \Delta\psi_2$). Таким образом, согласно (82):

$$\begin{aligned}
S_{11}(\gamma, \psi) &= (a'_1 S_1^{\circ'} + a'_2 S_2^{\circ'} + a'_3 S_3^{\circ'} + a'_4 S_4^{\circ'})/2; \\
S_{22}(\gamma, \psi) &= (b''_1 S_1^{\circ''} + b''_2 S_2^{\circ''} + b''_3 S_3^{\circ''} + b''_4 S_4^{\circ''})/2.
\end{aligned} \tag{99}$$

Здесь a'_i — параметры Стокса диаграммы направленности антенны в режиме приема, соответствующие основному поляризационному режиму (γ'_0, ψ'_0); b''_i — то же, но для ортогонального режима (γ''_0, ψ''_0), $S_i^{\circ'}$ ($\gamma' = \gamma'_0, \psi' = -\psi'_0$) и $S_i^{\circ''}$ ($\gamma'' = \gamma''_0, \psi'' = -\psi''_0$) — соответствующие представления обобщенных параметров Стокса исследуемого космического источника. По формулам (16а) и (17) эти параметры могут быть выражены через $S_i^0(\gamma, \psi)$ и $\Delta\gamma_1, \Delta\gamma_2, \Delta\psi_1, \Delta\psi_2$. Фор-

мулы (71) используем для выражения $a'_i(\gamma'_0, \psi'_0, \gamma', \psi')$ и $b''_i(\gamma''_0, \psi''_0, \gamma'', \psi'')$ в представлении (γ, ψ) , тогда вместо (99) получим:

$$\begin{aligned} S_{11}(\gamma, \psi) &= (A'_1 S_1^\circ + A'_2 S_2^\circ + A'_3 S_3^\circ + A'_4 S_4^\circ)/2; \\ S_{22}(\gamma, \psi) &= (B''_1 S_1^\circ + B''_2 S_2^\circ + B''_3 S_3^\circ + B''_4 S_4^\circ)/2. \end{aligned} \quad (100)$$

Формулы (74) далее используем для выражения величин $A'_i(\gamma'_0, \psi'_0, \gamma, \psi)$ и $B''_i(\gamma''_0, \psi''_0, \gamma, \psi)$ через величины a_i, b_i, c_i, d_i , описывающие поляризационные характеристики антенны в режиме (γ_0, ψ_0) , причем коэффициенты $K_1 - K_4$ в (74) должны быть вычислены по (17) с $\Delta\gamma_1, \Delta\psi_1$ для A'_i и с $\Delta\gamma_2, \Delta\psi_2$ для B''_i . Подставляя (74) в (100) получаем выражения для регистрируемых при наблюдениях обобщенных параметров Стокса $S_1(\gamma, \psi)$ и $S_2(\gamma, \psi)$:

$$\begin{aligned} S_1 &= (1/2) \sum_{i=1}^4 S_i^\circ [a_i (K'_1 + K''_2) + b_i (K'_2 + K''_1) - c_i (K'_3 - K''_3) - d_i (K'_4 - K''_4)]; \\ S_2 &= (1/2) \sum_{i=1}^4 S_i^\circ [a_i (K'_1 - K''_2) + b_i (K'_2 - K''_1) - c_i (K'_3 + K''_3) - d_i (K'_4 + K''_4)]. \end{aligned} \quad (101)$$

Здесь все величины выражены в представлении (γ, ψ) и соответствуют режиму (γ_0, ψ_0) , а коэффициенты K'_i и K''_i определяются ошибками установок этого режима. Эти коэффициенты вычисляются по (17) с учетом малости величин $\Delta\gamma, \Delta\psi$.

2. Рассмотрим выражения (101) для некоторых частных случаев. Если устанавливается поляризационный режим работы облучателей ($\gamma_0 = 0, \psi_0 = 0$), т. е. измеряются параметры Стокса I и Q , то:

$$\begin{aligned} I &= \sum_{i=1}^4 S_i^\circ [M_{1i} + M_{2i} (\Delta\gamma_2^2 + \Delta\psi_2^2 - \Delta\gamma_1^2 - \Delta\psi_1^2) + M_{3i} (\Delta\psi_1 - \Delta\psi_2) + \\ &\quad + M_{4i} (\Delta\gamma_1 - \Delta\gamma_2)]; \\ Q &= \sum_{i=1}^4 S_i^\circ [M_{2i} (1 - \Delta\gamma_1^2 - \Delta\gamma_2^2 - \Delta\psi_1^2 - \Delta\psi_2^2) + M_{3i} (\Delta\psi_1 + \Delta\psi_2) + M_{4i} (\Delta\gamma_1 + \Delta\gamma_2)]. \end{aligned} \quad (102)$$

Для режима измерений ($\gamma_0 = 0, \psi_0 = -\pi/4$):

$$\begin{aligned} I &= \sum_{i=1}^4 S_i^\circ [M_{1i} - M_{2i} (\Delta\psi_1 - \Delta\psi_2) + M_{3i} (\Delta\gamma_2^2 + \Delta\psi_2^2 - \Delta\gamma_1^2 - \Delta\psi_1^2) + \\ &\quad + M_{4i} (\Delta\gamma_1 - \Delta\gamma_2)]; \\ U &= \sum_{i=1}^4 S_i^\circ [-M_{2i} (\Delta\psi_1 + \Delta\psi_2) + M_{3i} (1 - \Delta\gamma_1^2 - \Delta\gamma_2^2 - \Delta\psi_1^2 - \Delta\psi_2^2) + \\ &\quad + M_{4i} (\Delta\gamma_1 + \Delta\gamma_2)]. \end{aligned} \quad (103)$$

И, наконец, для поляризационного режима ($\gamma_0 = \pi/4, \psi_0$ — любое):

$$\begin{aligned} I &= \sum_{i=1}^4 S_i^\circ [M_{1i} - M_{2i} (\Delta\gamma_1 - \Delta\gamma_2) + M_{4i} (\Delta\gamma_2^2 - \Delta\gamma_1^2)]; \\ V &= \sum_{i=1}^4 S_i^\circ [-M_{2i} (\Delta\gamma_1 + \Delta\gamma_2) + M_{4i} (1 - \Delta\gamma_1^2 - \Delta\gamma_2^2)]. \end{aligned} \quad (104)$$

В формулах (102)–(104) $S_1^\circ = I^\circ, S_2^\circ = Q^\circ, S_3^\circ = U^\circ, S_4^\circ = V^\circ$, элементы M_{ij} выражены в представлении $(\gamma = 0, \psi = 0)$. Как видно из этих формул, ошибки в настройке поляризационных облучателей приводят к регистрации дополнительных к описываемым формулами (97) паразитных поляризационных сигналов. Их величина зависит от величины составляющих

вектора \bar{S}^0 , от величины элементов матрицы M и от величины ошибок $\Delta\gamma$, $\Delta\phi$.

Практически важными случаями являются измерение слабой линейной поляризации и измерение круговой поляризации. В этих случаях формулы (102)–(104) значительно упрощаются. Отбрасывая члены второго порядка малости и учитывая реальные значения элементов M_{ij} [19] для случая измерения слабой линейной поляризации при $V^0=0$, имеем:

$$I = I^0 M_{11}; \quad Q = I^0 M_{21} + I^0 M_{41} (\Delta\gamma_1 + \Delta\gamma_2) + Q^0 M_{22} + U^0 M_{23}; \quad (102a)$$

$$I = I^0 M_{11}; \quad U = I^0 M_{31} + I^0 M_{41} (\Delta\gamma'_1 + \Delta\gamma'_2) + Q^0 M_{32} + U^0 M_{33}; \quad (103a)$$

$$I = I^0 M_{11}; \quad V = I^0 M_{41}. \quad (104a)$$

Из (102a), (103a) видно, что если элемент M_{41} не мал, что имеет место для некоторых антенн [19, 20], то из-за ошибок установки поляризационных режимов $\Delta\gamma_1$, $\Delta\gamma_2$, $\Delta\gamma'_1$, $\Delta\gamma'_2$ регистрации Q и U могут быть значительно искажены паразитным сигналом по круговой поляризации $I^0 M_{41}$. Чтобы избежать этого, следует тщательной настройкой поляризационных облучателей добиваться малости величин $\Delta\gamma$. Методы прецизионной настройки волноводных поляризационных трактов описаны, например, в [21]. С другой стороны, из (104a) видно, что паразитный сигнал $I^0 M_{41} = V$ может быть измерен. Могут быть измерены и коэффициенты $(\Delta\gamma_1 + \Delta\gamma_2)$ и $(\Delta\gamma'_1 + \Delta\gamma'_2)$, что видно из формул (102) и (103), если для этих целей воспользоваться шумовым генератором, излучающим полностью поляризованный по кругу сигнал ($I^0 = V^0$, $Q^0 = U^0 = 0$). Такая мера позволит еще значительно снизить влияние члена $I^0 M_{41}$ на измерения Q и U .

В случае измерения круговой поляризации имеем:

$$I = I^0 M_{11} + V^0 M_{14} - (Q^0 M_{22} + U^0 M_{23}) (\Delta\gamma_1 - \Delta\gamma_2);$$

$$V = (I^0 M_{41} + V^0 M_{44}) (1 - \Delta\gamma_1^2 - \Delta\gamma_2^2) - (Q^0 M_{22} + U^0 M_{23}) (\Delta\gamma_1 + \Delta\gamma_2). \quad (104б)$$

Как видно, искажения регистрации параметра V из-за неточности установки поляризационных режимов радиотелескопа возникают, только если в принимаемом излучении присутствуют линейно поляризованные компоненты. При наблюдениях Солнца обычно можно полагать $Q^0 = U^0 = 0$, в этом случае, согласно (104б), ошибки настройки поляризационных облучателей не приводят ни к каким дополнительным эффектам по сравнению с описываемыми формулой (97), а некоторое уменьшение амплитуды регистрируемого сигнала из-за множителя $1 - \Delta\gamma_1^2 - \Delta\gamma_2^2$ учитывается при калибровке радиометра.

Заключение. В данной работе аналогично тому, как это было сделано Ко [4, 5], получено в обобщенных параметрах Стокса выражение для отклика антенны радиотелескопа с произвольной поляризацией на волну также с произвольной поляризацией. Показано, что наиболее простые выражения, не зависящие от представления (γ, ϕ) поляризации, получаются в случае, если поле излучения антенны и поле падающей волны описываются в естественных для каждого из обоих случаев правых системах координат $x_a y_a z_a$ и $x y z$ (рис. 3).

Связь регистрируемых (выходных) обобщенных параметров Стокса \bar{S} с обобщенными параметрами Стокса \bar{S}^0 (входными) изучаемого космического источника описывается, как это было предложено Н. А. Есепкиной [6, 7], с помощью матрицы Мюллера. Выражения для элементов этой матрицы выводятся при условии работы антенны на прием непосредственным применением выражения для отклика антенны на падающую волну. Анализ производится для случая последовательного измерения параметров $S_1 - S_4$, отвечающих произвольному представлению (γ, ϕ) . При этом измерения должны быть выполнены для трех пар ортогональных поляризационных режимов работы антенны: $(\gamma_0 = \gamma, \phi_0 = -\phi)$, $(\gamma'_0 = 0$,

$\psi'_0 = \psi_0 - \pi/4$ и $(\gamma'_0 = \gamma_0 + \pi/4, \psi''_0 = \psi_0)$. Эти режимы устанавливаются при соответствующей настройке поляризационных облучателей радиотелескопа, при этом предпочтительно, чтобы каждая из пар ортогональных режимов работы поляризационных облучателей была комбинацией (24) или (23), фактической или эффективной, любой другой ортогональной пары режимов работы облучателей.

При соблюдении последнего условия получены выражения, связывающие любые две пары ортогональных состояний поляризации электромагнитной волны для распределений поля в апертуре антенны, для поля излучения антенны в дальней зоне, для квадратичных по полю величин a_{ij}, b_{ij} , описывающих работу антенны при приеме, для обобщенных параметров Стокса антенны в режиме приема и, наконец, для элементов матрицы Мюллера радиотелескопа. Все связываемые упомянутыми выражениями величины являются двумерными функциями координат $x_a y_a$ в апертуре или xu на небесной сфере, а коэффициенты, входящие в эти выражения, от координат не зависят.

В качестве иллюстрации применения полученных выражений рассмотрен вопрос об ошибках поляризационных измерений, возникающих при неточной установке поляризационных режимов работы радиотелескопа. Оказалось, что в практически важном случае измерения круговой поляризации (при $Q^\circ = U^\circ = 0$) эти ошибки не приводят к появлению паразитных сигналов дополнительно к описываемым (97) в случае идеальной настройки облучателей. При измерении линейной поляризации (при $V^\circ = 0$) для случая антенн с большой паразитной круговой поляризацией ошибки настройки поляризационных трактов могут привести к появлению дополнительного паразитного сигнала. Однако этот сигнал может быть исключен из измеренных величин при выполнении необходимых измерений.

В заключение благодарю Г. Б. Гельфрейха, привлечшего мое внимание к методу обобщенных параметров Стокса.

Список литературы

1. Cohen M. N. Radio astronomy polarization measurements. — Proc. IRE, 1958, 46, p. 172—183.
2. Suzuki S., Tsuchiya A. A time-sharing polarimeter. — Proc. IRE, 1958, 46, p. 190—194.
3. Корольков Д. В., Соболева Н. С., Гельфрейх Г. Б. Исследование локальных областей радиоизлучения Солнца по поляризационным наблюдениям в сантиметровом диапазоне волн. — Изв. ГАО, 1960, 164, с. 81—113.
4. Ко Н. С., On the reception of quasi-monochromatic partially polarized radio waves. — Proc. IRE, 1962, 50, p. 1950—1957.
5. Ко Н. С. The use of the statistical matrix and Stokes vector in formulating the effective aperture of antennas. — IEEE Trans. Ant. Propag., 1961, AP-9, p. 581—582.
6. Есепкина Н. А. Поляризационные характеристики антенн радиотелескопов. — Изв. вузов, Радиофизика, 1971, 14, с. 673—679.
7. Есепкина Н. А. Поляризационные характеристики антенн радиотелескопов. — Астрофиз. исслед. (Изв. САО), 1972, 4, с. 157—169.
8. Розенберг Г. В. Вектор-параметр Стокса. — УФН, 1955, 56, с. 77—110.
9. Гельфрейх Г. Б. Замытие поляризации и перенос радиоизлучения в анизотропной плазме. — Изв. ГАО, 1964, 175, с. 59—71.
10. Коржавин А. Н. К вопросу об измерении круговой поляризации на антенне переменного профиля. — Сообщ. САО, 1976, № 16.
11. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М., Теория поля. М., «Наука», 1976.
12. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., «Наука», 1970.
13. Антенны сантиметровых волн. Ч. 1. Под ред. Я. Н. Фельда. М., «Сов. радио», 1950.
14. Альперт Я. Л., Гинзбург В. Л., Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн. М., ГИТТЛ, 1953, с. 38—42.
15. Кузнецова Г. В. Об измерении круговой поляризации на Большом пулковском радиотелескопе. — Изв. ГАО, 1967, 182, с. 245—249.
16. Есепкина Н. А., Корольков Д. В., Парийский Ю. Н. Радиотелескопы и радиометры. М., «Наука», 1973.

17. Ко Н. С. Coherence theory of radio astronomical measurements. — IEEE Trans. Ant. Propag., 1967, AP-15, p. 10—20.
18. Гельфрейх Г. Б. Теория поляризационных модуляторов. — Изв. ГАО, 1964, 172, с. 203—213.
19. Бахвалов Н. С., Васильева Л. Г., Есепкина Н. А., Соболева Н. С., Темирова А. В. Поляризационные характеристики антенны переменного профиля. — Астрофиз. исслед. (Изв. САО), 1973, 5, с. 135—149.
20. Chu T.S., Turgin R.H. Depolarisation properties of offset reflector antennas. — IEEE Trans. Ant. Propag., AP-21, 1973, p. 339—345.
21. Берлин А. Б., Корольков Д. В., Парийский Ю. Н., Соболева Н. С., Тимофеева Г. М. Поляризационное просвечивание солнечной короны в период слабой активности Солнца. — Письма в Астрон. журн., 1978.